

《近代物理实验》课程实验报告

学院：物理学院 专业：物理学 年级：2021 级

实验人姓名（学号）：路尚润（21305127）

合作人姓名（学号）：巩元昊（21305179）

2023 年 9 月 6、13 日 下午

电光调制及通信应用

一、实验目的

- 1、理解电光效应的原理。
- 2、了解光电调制的实现过程。
- 3、学习用调制器的特性曲线测半波电压的方法。
- 4、测量光电调制器的消光比、透过率等特性参数。

二、实验原理

1. 引言

电光调制器是一种能够利用电光效应来改变光的性质的设备^[1]。这种调制技术的原理是改变介质中的光学常数，使得经过介质的光的传播特性发生改变。电光调制器在许多领域都有应用，其中包括光通信^[2]、光学传感^[3]、以及脉冲激光^[4]等。

电光调制的主要优点包括其高的调制速度和宽的频率带宽。它是实现快速、精确光学信号处理的关键部件。另外，电光调制可以实现对光信号的连续性调制，有利于信息的传输和处理。

电光调制主要基于的基本原理是电光效应，而电光效应一般分为①Pockels 效应：折射率的变化量与外电场强度的一次方成比例；②Kerr 效应：折射率的变化量与外电场强度的二次方成反比。在本实验中，我们基于 LiNbO₃ 晶体进行电光调制及其通信原理的研究，其不具有反演中心的 3m 晶体结构^{[5][6]}，因此 Pockels 效应占据主导，我们在之后忽略 Kerr 效应，专注于研究 Pockels 效应。

2. 线性电光效应

光通过各向异性晶体时，其折射率的变化，可以用一个折射率椭球表示。在主轴坐标系中，折射率椭球方程为

$$\frac{x^2}{n_1^2} + \frac{y^2}{n_2^2} + \frac{z^2}{n_3^2} = 1 \quad (1)$$

椭球的三个半长轴分别为 n_1, n_2, n_3 。

在非主轴坐标系中，折射率椭球的一般方程为

$$\frac{x^2}{n_1^2} + \frac{y^2}{n_2^2} + \frac{z^2}{n_3^2} + \frac{2}{n_4^2}yz + \frac{2}{n_5^2}xz + \frac{2}{n_6^2}xy = 1 \quad (2)$$

对单轴晶体，有 $n_1 = n_2 = n_o$, $n_3 = n_e \neq n_o$, z 轴为光轴。

在外电场作用下，晶体的电光效应是以其折射率椭球方程的系数变化来描述的。仅考虑线性效应时，电场 E 作用于晶体引起折射率的变化，其关系为

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_i = \gamma_{ij}E_j \quad (i = 1\sim 6, j = 1\sim 3) \quad (3)$$

γ 称为电光系数，是一个对称三阶张量。由于晶体的对称性，电光系数有些分量为 0，而有些分量又相等，因此只有几个独立的分量。

3. 电光晶体的纵向应用及横向应用

利用 Pockels 效应制成的调制器，称为泡克耳斯盒，其中的光学介质为非中心对称的压电晶体。泡克耳斯盒又有纵向调制器和横向调制器两种，其区别即为外加电场与光波法线垂直或平行，见图 1

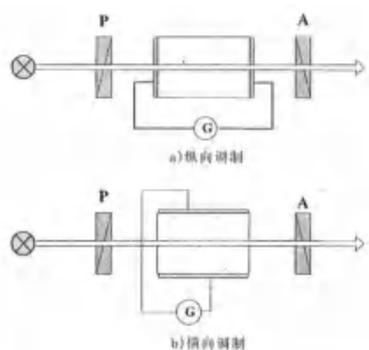


图 1 泡克耳斯盒

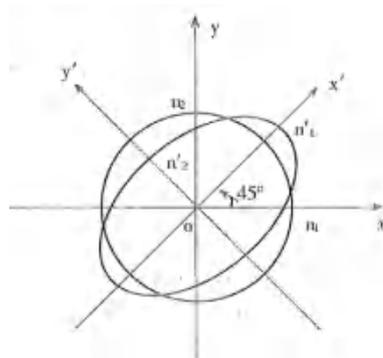


图 2 折射率椭球垂直 z 轴的截痕

在本次实验中，采用横向应用：外电场 E 平行于 x 轴，光波沿 z 轴传播的情况：

这时， $E_y = E_z = 0, E_x \neq 0$ ，折射率椭球方程为：

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_o^2} + 2\gamma_{51}E_xzx - 2\gamma_{22}E_xxy = 1 \quad (4)$$

取截面 $z = 0$ ，其截面为椭圆，此时有

$$\frac{x^2 + y^2}{n_o^2} - 2\gamma_{22}E_xxy = 1 \quad (5)$$

用坐标变换法将坐标系转换到新的主轴系中，设新的主轴系中主轴分别为 x' 轴和 y' 轴，对应为原先 x 轴和 y 轴旋转 α 度所得，运用变换将式(5)对应交叉项消去，由此求得 $\alpha = 45^\circ$ ，如图 2。将新坐标系下的折射率展开并保留一阶项，得到结果满足

$$\begin{aligned} n'_1 &= n_o + \frac{1}{2}n_o^3\gamma_{22}E_x \\ n'_2 &= n_o - \frac{1}{2}n_o^3\gamma_{22}E_x \\ n'_3 &= n_o \end{aligned} \quad (6)$$

可以看到， $n_1 \neq n_2 \neq n_o$ ，原先的单轴晶体变为了双轴晶体。设入射光沿 z 轴传播，经过长度为 L 的晶体，得到 o 光和 e 光的相位差为

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}R = \frac{2\pi}{\lambda}L(n'_2 - n'_1) = \frac{2\pi}{\lambda}n_o^3\gamma_{22}V \frac{L}{d} \quad (7)$$

其中 R 为光程差， $V = E_x d$ 为晶体在 x 轴上所加的直流电压， d 为该方向上的晶体厚度。

三、实验技术

1. 光电调制器关键参数

(1) 半波电压 $V_{\lambda/2}$ (或 V_{π})

是使调制器光输出达到最大时所需的电压。由式(7)可知，电光晶体加上外电场后，其作用相当于一个波片，能改变通过它的偏光的偏振态，其相位的延迟随外电场的大小而改变。将电光调制器 $LiNbO_3$ 放在一对正交偏振片之间，起偏器 P 与电场方向 x 轴平行，则透过检偏器 A 的光强 $I = I_0 \sin^2(\delta/2)$ 。当 $\delta = \pi$ 时，可得到最大透射光强输出，此时电光晶体两侧所加电压满足

$$V_{\pi} = \frac{\lambda d}{2n_0^3 \gamma_{22} L} \tag{8}$$

半波电压 V_{π} 的大小不仅与调制器的材料有关，在横向应用时，还与它的几何尺寸有关。半波电压 V_{π} 越小，越便于操作，又可减少电功率损耗和发热。一旦材料选定后，可采用降低 d/L 的比值降低半波电压 V_{π} 。

(2) 消光比

消光比的定义是检偏器的最大输出与最小输出之比，即 I_{max}/I_{min} 。由于吸收、反射、散射等损耗， I_{max} 总是小于入射光强。理想情况下 $I_{min} \rightarrow 0$ ，但由于光束的发散角、晶体的剩余双折射、晶体的厚度和均匀性、电场的均匀性以及偏振器的调整等因素，使得 $I_{min} \neq 0$ 。目前对单色、小发散角的激光束来说，消光比可达 100~10000。

(3) 透过率

透过率 T 是调制器的光输出 I_o 与光输入 I_i 之比，其中 I_o 是把电光晶体从光路中移出后，转动检偏器使 A 与 P 平行时得到的光强。通常 T 越大越好。利用式 (7) (11) 可得

$$T = \frac{I_i}{I_o} = \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{V}{V_{\pi}}\right) \tag{9}$$

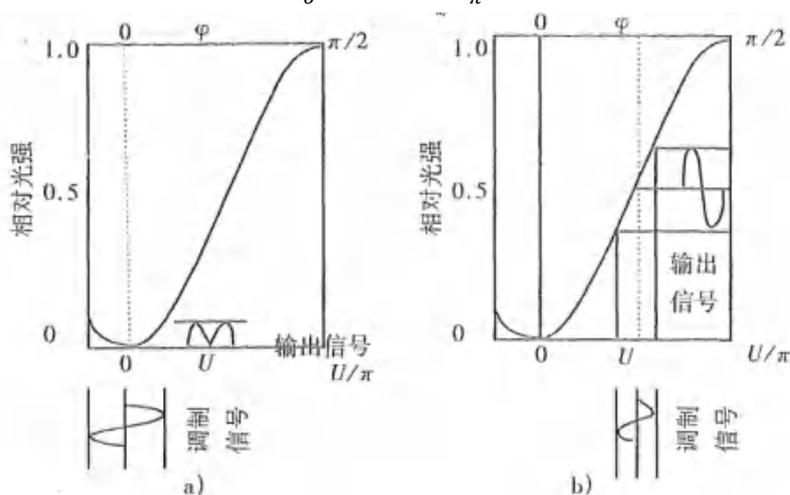


图 3 不加 $\lambda/4$ 波片 a) 和加 $\lambda/4$ 波片 b) 的泡克耳斯盒的调制特性

对于线性调制器，要求信号不失真，调制器的透过率与调制电压能有良好的线性关系。可是从上式看， $\sin^2(\pi V/2V_{\pi})$ 在 $V = 0$ 附近并不是直线，而在 $V = V_{\pi}/2$ 附近可近似为一条直线。所以，静态工作点一般都设在 $V_{\pi}/2$ 附近。当 $V = V_{\pi}/2$ 时，泡克耳斯盒的作用相当于一个 $\lambda/4$ 波片。因此，为了使静态工作点能设在直线区，常在泡克耳斯盒和检偏器 A 之间插入 1 个

$\lambda/4$ 波片。这样即可得到与偏压 $V_{\pi}/2$ 相同的效果，如图3所示。

2. 实验仪器

He-Ne 激光器，LiNbO₃ 晶体，起偏器，检偏器，光电池，光电检流计，数字电压表，高压电源，样品，挡板，信号发生器。

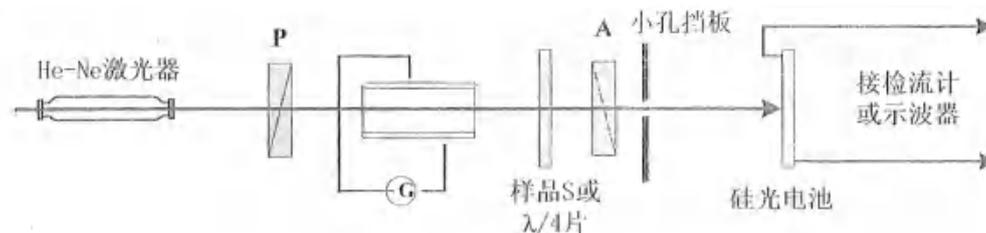


图4 电光调制实验光路图

具体实验仪器参数列表如表1所示

表1 电光调制实验仪器参数列表

序号	仪器名称	仪器参数
1	RealLight 氦氖腔激光器	波长：632.8nm
2	RealLight 三波长功率计	量程：0-2mW、分度值：1μW
3	RealLight 晶体电光调制实验电源	电压分度值：1V
4	偏振片	/
5	LiNbO ₃ 晶体	$\gamma_{22} = 6.8 \times 10^{-12} \text{m/V}$ 、 $n_0 = 2.286$ $L = 35\text{mm}$ 、 $d = 3\text{mm}$
6	GOS-6103C 示波器	频宽限制：20MHz、扫描时间：50ns~50ms 感度：2mV~5V/DIV

四、实验内容

1.利用下面给出的LiNbO₃晶体的参数，计算半波电压的理论值（外电场E平行x轴，光波沿z轴传播）。其中 $\gamma_{22} = 6.8 \times 10^{-12} \text{m/V}$ ， $n_0 = 2.286$ ， $L = 35\text{mm}$ ， $d = 3\text{mm}$ ， $\lambda = 632.8\text{nm}$ 。

$$V_{\pi} = \frac{\lambda d}{2n_0^3 \gamma_{22} L} = 333.85\text{V} \quad (10)$$

2.搭建仪器光路，直至将一镜头纸置于电光晶体前，利用其对激光的散射，形成清晰的锥光干涉图案，并调节黑十字呈水平竖直方向。

3.利用光电检流计测量晶体的电光调制曲线。

4.测量晶体的电光调制反向曲线。

5.利用光程差补偿原理，测量未知波片 S 的光程差。在电光晶体和检偏器 A 之间放上 S，重新测量 I-V 曲线，通过 V_{π} 位置的移动，估计波片 S 的光程差。

$$\Delta\delta = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 \gamma_{22} \Delta V \frac{L}{d} \quad (11)$$

6.线性调制器工作特性及倍频效应测量，在有无波片时分别观测信号，探究相似信号以及倍频失真的现象。

7.进行模拟光通讯实验，用智能手机播放音乐，将耳机孔与控制器的“外部输入”连

接，小音箱与探测器连接，调制开关切换到“外调”，这时可听到小音箱播放的音乐，适当调节“调制幅度”和“高压调节”旋钮，使音乐最清晰，改变 $\lambda/4$ 波片的旋转方向，比较音乐播放器的效果。

五、实验数据及分析

1.半波电压理论值计算

利用半波电压的公式，带入参数可得

$$V_{\pi} = \frac{\lambda d}{2n_0^3 \gamma_{22} L} = 333.85V \tag{12}$$

2.测量 LN 晶体的电光调制 I-V 曲线

a.调节晶体光路

首先调节锥光图案的黑十字：在未加入晶体时，保证两偏振片正交，此时应当旋转单个波片使得输出光强最弱，然后在光路中加入电光晶体，利用擦镜纸对激光进行散射使得光强分布更加均匀，即可在光路末端看到锥光干涉图案。然后一同调节偏振片角度，逐渐使得将黑色十字旋转水平垂直方向始终令激光光点保持在十字中心，其效果如图 5 所示。

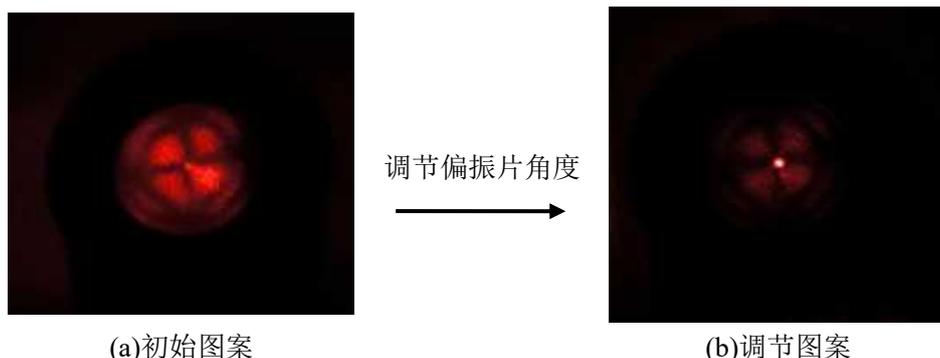


图 5 锥光干涉图案

b.测量光电调制曲线

然后使用直流档位，不断调节偏置电压的大小并记录电压值和光强值，测量电光调制的 I-V 曲线(具体测量数据于附录中)。经过测量，其电光调制曲线图如图 6 所示

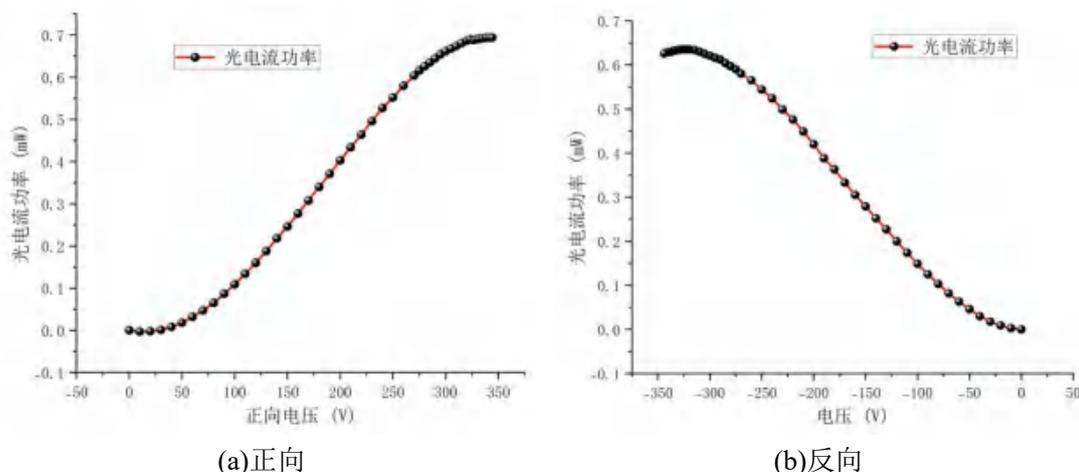


图 6 电光调制曲线图(未加波片)

可见，其效果较好，呈现出较好的正弦形式。

c.计算半波电压

我们通过两种方式计算其半波电压：

(1)拟合法

首先，我们由式(12)可知，调制曲线呈 \sin^2 的形式，而我们考虑直接利用 \sin 函数进行拟合，因为

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} = \frac{1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)}{2} \tag{13}$$

利用函数 $a \cdot \sin(bx + c)$ 进行曲线拟合，从而我们可以得到下图所示结果。

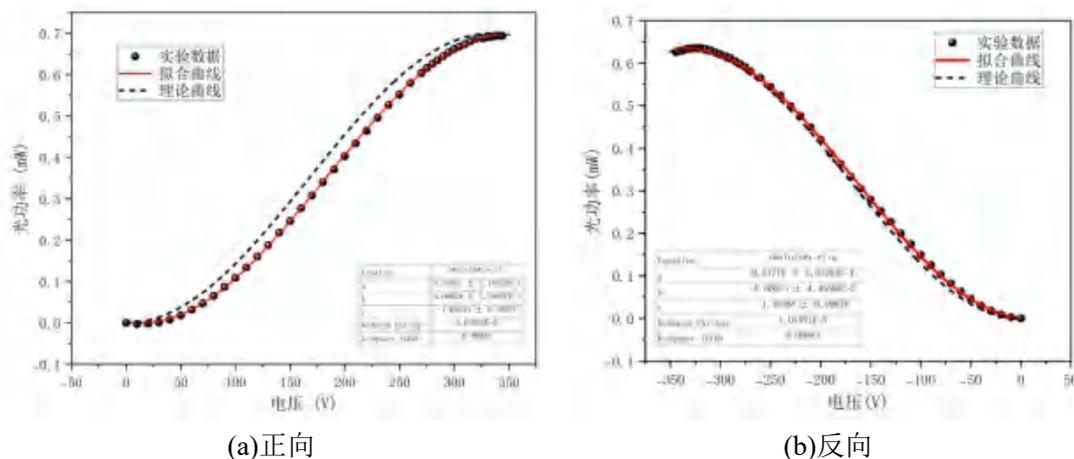


图 7 电光调制拟合曲线图(未加波片)

注：其中理论曲线是令初始点和终点与数据重合，调节幅度所得到的曲线。

①对于正向曲线，拟合优度为 0.99992，利用拟合结果中的系数

$$b_1 = (929 \pm 4) \times 10^{-5} V^{-1} \tag{14}$$

再利用变换可以算出：

$$V_{\pi} = 338 \pm 2 V \tag{15}$$

②对于反向曲线，拟合优度为 0.99983，利用拟合结果的系数

$$b_2 = (913 \pm 5) \times 10^{-5} V^{-1} \tag{16}$$

同样可以算出：

$$V_{\pi} = 346 \pm 2 V \tag{17}$$

可见二者与理论半波电压均有一定的差距但误差较小，我们在整体计算后对其进行误差分析。

(2)直接读取法

我们通过数据作图，读取光电调制曲线的极值点，从而利用差值直接得出半波电压，所读取的数据如所示

表 2 光电调制曲线特征值读取结果

谷底电压/V	正向峰值/V	正向 V_{π} /V	反向峰值/V	反向 V_{π} /V	平均 V_{π} /V
10	341	331	-323	333	332

可见，采取直接读取的方法虽然难以得到其标准差，但实验结果十分精确，与理论值的相

对误差为

$$erf = 0.6\% \tag{18}$$

可见，其相对误差较小，实验较为成功。

d.误差分析:

我们将误差分析的重点放在正向曲线上。首先，我们分析了频率的单一性。对正向调制曲线进行了 FFT，进而考察其频率的单一特性，其结果如图 8 所示

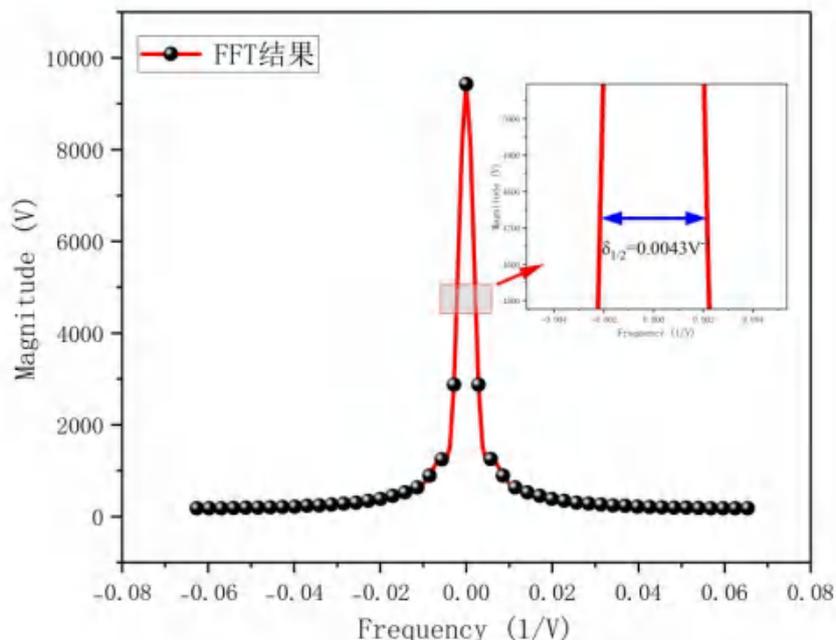


图 8 正向调制曲线 FFT 结果(未加波片)

由结果可见，其频率的单一性较好，FFT 结果呈现出类似于 δ 函数的形式，即为一个单色简谐波的 FFT 结果。图中中心频率在 0 附近的原因是半波电压较大，故此时频率较小，但这并不影响其频率的单一性。

其次，由式(16)，拟合曲线的参数 c 应当为 $\pi/2$ ，而真正的拟合参数

$$c = 1.69 \tag{19}$$

其并不等于 $\pi/2$ ，并且我们同时也观察到了在正向电压刚开始增加时，其光强降低，说明此时的曲线零点并非为调制曲线的零点，其具体原因我们在下面整合分析。

在本次实验中，其误差来源可能为：

- ① 使用电压源时，并未对其进行校准。事实上，仪器都存在老化问题，故其仪表读数可能并不精确，而在本次实验中，我们完全可以利用万用表对控制器进行标定，通过测量其外部的电压输出进而标定仪表显示，可以使得测量结果更加精确。由拟合法可以看出，拟合产生的实验结果均偏大，故其可能是由于控制器的电压源读数显示偏大导致的。
- ② 由于实验是人为调控光路，可能导致无法完全保证电光晶体光轴与激光完全平行，进而导致调制零点偏移。正如之前对参数 c 的分析，其偏大，说明此时曲线相移偏大，故可能是光轴调节不够优良导致的。

- ③ 晶体参数可能并不精确。我们在计算理论结果时，利用的参数为实验室给出的参数，我们可以重新对晶体进行测量，进而保证参数的精确性，也可以重复测量得出其不确定度，进而分析理论值的不确定度，给出更加符合实际的结果。

e.电光晶体调制弛豫现象

在实验中切换电压方向时发现，当电压调节为0V后，断开晶体的调制电压，可以发现此时光功率计由0mW突然跳变至0.6mW。

我们推测，电光晶体的外部调制可能存在一个变化的弛豫现象，即存在一个缓慢变化的周期，由于我们外部电压变化太快，晶体光轴被迫调节至某一状态，而此时撤去强制的外部电压后，晶体会回弹至调制之前，并开始缓慢恢复到无调节状态。

为探究此现象，我们对过程进行了录像，并利用软件读取了光功率随时间的变化，进而对其作图，通过初步观察，可以发现其近似为e指数曲线形式，进而我们联想到RLC电路中的响应曲线，其阻尼振动的结果也为e指数曲线，故我们对测得的光功率计和时间进行曲线拟合，结果如图9所示

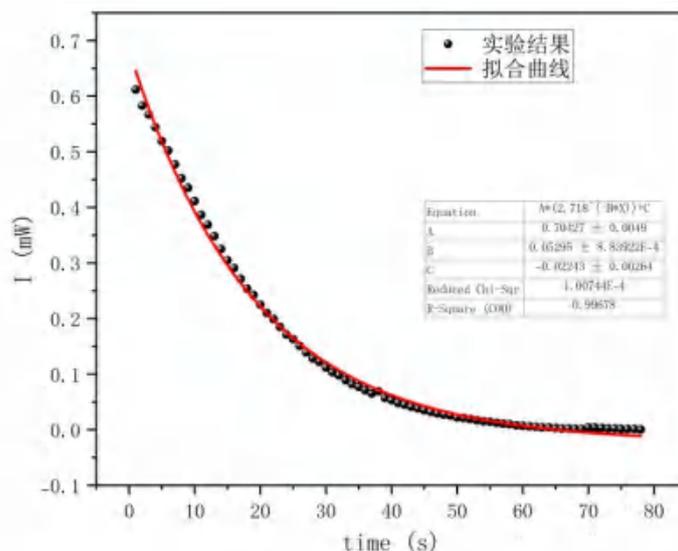


图9 电光晶体弛豫曲线

其拟合评分 R-Square=0.99678，拟合效果极好，可见其完全呈现一个阻尼振动的响应曲线，其时间常数为

$$\tau = \frac{1}{B} = 18.9s \tag{20}$$

由于时间问题，我们并未对其进行进一步的探究。

3.加λ/4波片后测量 I-V 曲线

接下来，加入λ/4波片，重新测量曲线。

a.调节波片使得光轴与偏振片呈45°角

我们由马吕斯定律不难算出，出射光强满足

$$I \propto \sin \theta \cos \theta \tag{21}$$

因此只要通过光功率计测量保证出射光强达到极大值时，此时即有波片与偏振片夹角为45°，倘若不利于光功率计，我们也可以利用两个光强极小值点的中间位置保证以上结果，

但并没有光功率计所具有的精确性。

b.测量 I-V 曲线并计算波片的光程差

我们采取与之前相同的方法，对实验结果进行正弦曲线的拟合，由拟合参数进而得到其相位变化，其结果如图 10 所示。

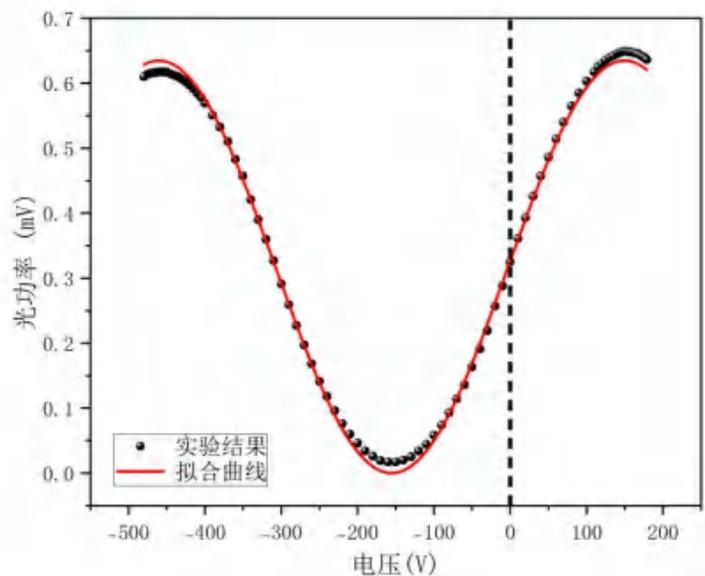


图 10 电光调制拟合曲线图(加波片)

对于之前的曲线，由于我们是分别对正向与反向曲线进行操作，而此时我们不好再对结果进行拆分分析，故此时我们对所有的实验结果整合计算。

对于之前的分析，正向曲线与反向曲线的拟合参数 c 分别为 -1.694 与 -1.486，对其取平均值作为曲线的相移，先前的实验结果即为

$$\phi_0 = -1.590 \tag{22}$$

而加入波片后，拟合的曲线参数 c 为 0.029，则此时相移为

$$\Delta\phi = 1.619 \tag{23}$$

则此时光程差的改变量为

$$\Delta L = \frac{\Delta\phi}{k} = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \lambda = 0.258\lambda \tag{24}$$

而理论值为 0.25λ ，可见，此时所得结果的相对误差为

$$erf = 3\% \tag{25}$$

可能的误差来源是：

- ① 波片并未与光路垂直，此时经过的波片长度大于其设计宽度，从而导致实验结果偏大，从而使得光走过更多光程，光程差偏大。
- ② 电光晶体的光轴可能并未与光路平行，从而导致曲线产生相移，实际上，我们在第四部分的 c 部分也研究了晶体旋转对调制曲线相位的影响，实际上能够单纯的通过调节晶体使得相位产生 $\pi/2$ 的偏差，即晶体方向对实验结果影响极大。但由于晶体是人为调节，故难以保证晶体位置的完全准确，但在我们精确的调节下，实验结果较为准确。

4. 利用光探测器探究调制波形的影响

a. 倍频失真的探究

对于倍频失真，其实际上是输出相对于输入波形的频率为两倍时的失真，其一般发生于一个约为二次函数谷底的响应区间，且输入波形为正弦波，由于二次函数谷底的非线性，能够使得输入波形零点附近的近似线性变为弧形波形，并且在二次函数边缘的线性区又能够保证调制信号的波峰和波谷保持正弦波形式，从而能够输出一个近似为频率翻倍的正弦波，其示意图如图 11 所示。

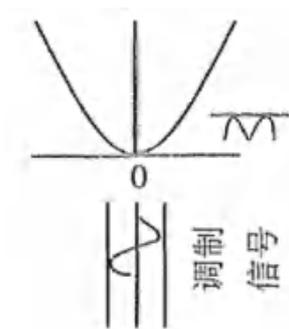
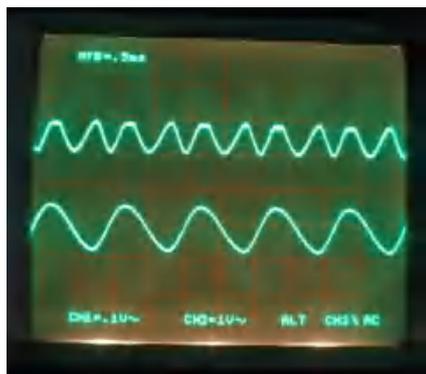


图 11 倍频失真示意图

在本实验中，正如我们之前的分析，其能够在调制特性曲线的 0 点附近产生倍频失真，实验效果如图 12 所示



(a)低频



(b)高频

图 12 倍频失真实验图(0V)

并且，我们知道，在半波电压附近，其调制曲线也近似为一个二次函数形式，因此在 333V 我们也同样观测到了倍频失真，实验结果如图 13 所示

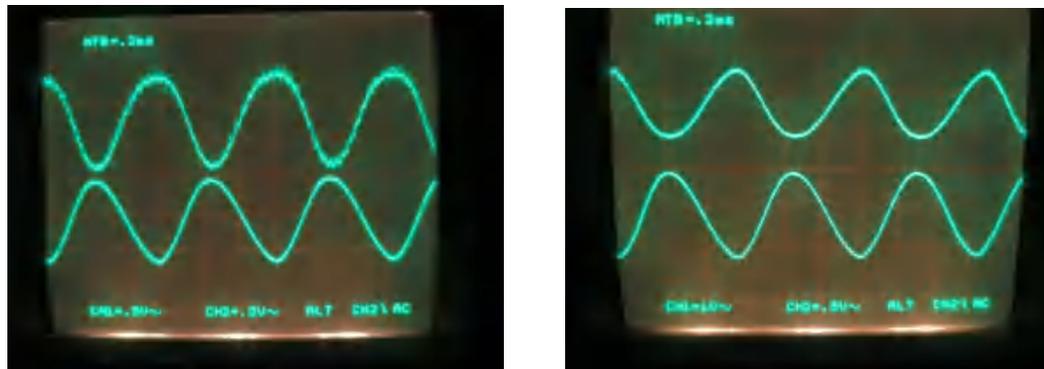


图 13 倍频失真实验图(333V)

可见，实验效果较好，符合实验预期。

b.波形相位的探究

(1)首先，我们将晶体外部电压进行反向，观测其影响，即分别在晶体外加电压为170V与-173V时，观测探测信号，其效果如图14所示



(a)170V

(b)-173V

图14 晶体电压正反向信号波形图

可以发现，在调制信号不变的情况下，我们仅仅翻转晶体所接的外部直流电压方向，其输出波形的相位并不改变，且输出波形的相位始终与输入波形的相位相差 π 。可知，在调制波形与直流电压模块的电压方向同时改变时，其会产生这种情形，如图15所示。

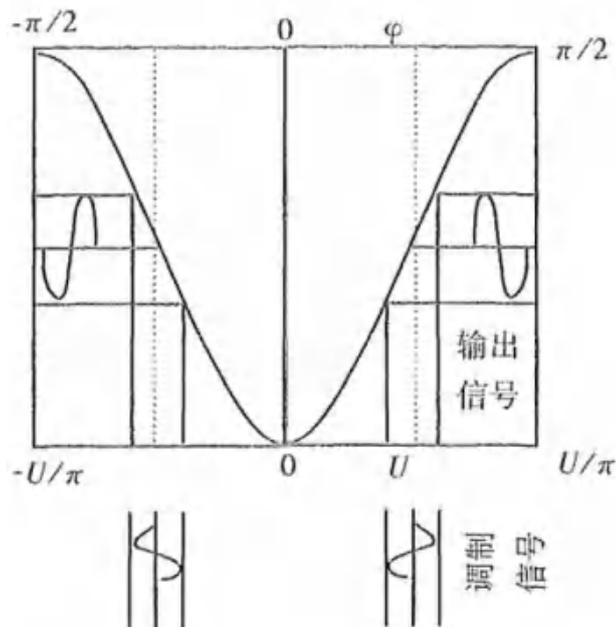


图15 晶体电压正反向信号输出原理图(交流与直流同向)

根据上图分析，我们可以得出的结论是：

①调制交流信号增大时，实际上是在减小直流电压。倘若交流电压增大与直流电压同向，那么由图15右侧输出信号可知，其必定是同相的，因此我们的仪器交流电压信号方向与直流信号相反。

②外部电压反相是同时操作交流和直流模块。因为我们对晶体所加电压进行反相时，现象并未改变，说明我们操作外部电压时，同时操作了交直流模块。

(2)接着，我们在 0V 时，通过调节输入波形参数，可以发现其会出现饱和失真，效果如图 16 所示。

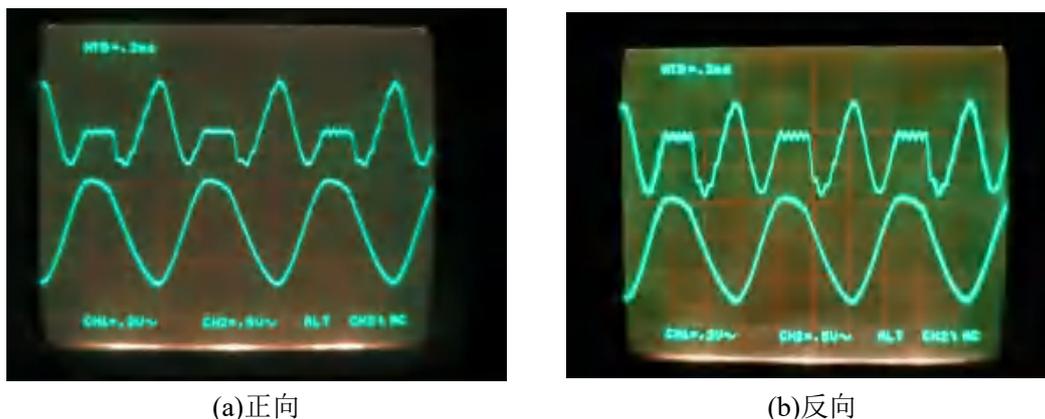


图 16 饱和失真示意图

此时我们也同样反接晶体输入电压，令波形反向进行测量，可以发现失真位置不变，但此时并未外加直流电压，此时正向的波峰位置应当对应反向后的波谷位置。而由图 16 可见，饱和失真均在输入波形的波峰位置，可见其并非由晶体引起的饱和失真，经过分析，其可能是光电探测器的波形处理问题导致的，可能是在输入波形的波峰位置将低频波滤掉导致的仅仅输出高频波。

(3)最后，我们将直流电平提高至 509V，将其放入第二个下降的线性区，其示意图如图 17 所示。

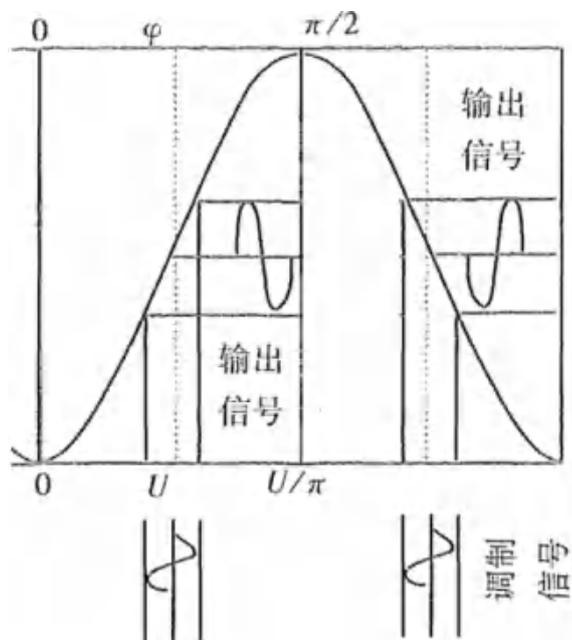


图 17 调制反相示意图

可以看出，当我们将波形放到第二个线性区时，此时输出波形与在第一个线性区时正好反相，我们的实验结果如图 18 所示。

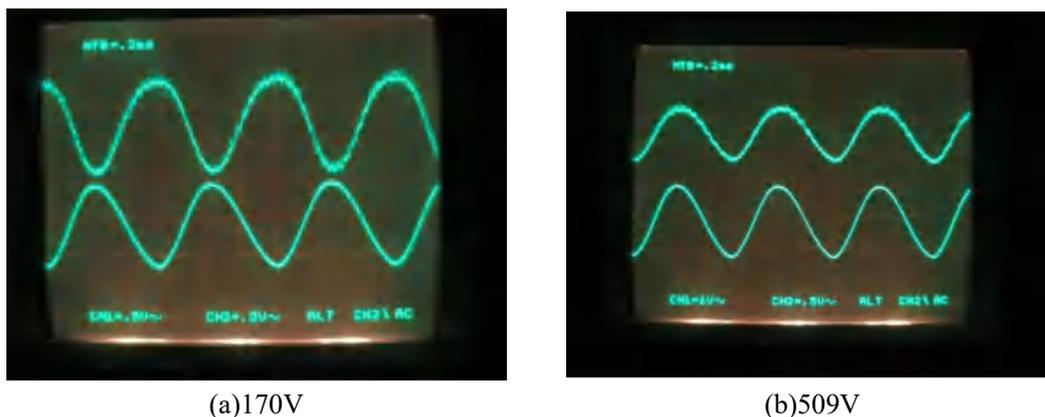


图 18 线性区波形相位实验结果

可见，在直流电压为 509V 时，晶体进入第二个线性区，从而输出波形变为与输入波形同相(第一个线性区相差 π)。

c.晶体方向对波形的影响

对于晶体方向，我们知道，在电场方向为 x 轴方向时，其在横向调制后变为双轴晶体，若入射方向延 z 轴，其将出现如图 3 所示的现象，我们在 509V 时旋转晶体，发现其实现了电压反相，效果如图 19 所示。

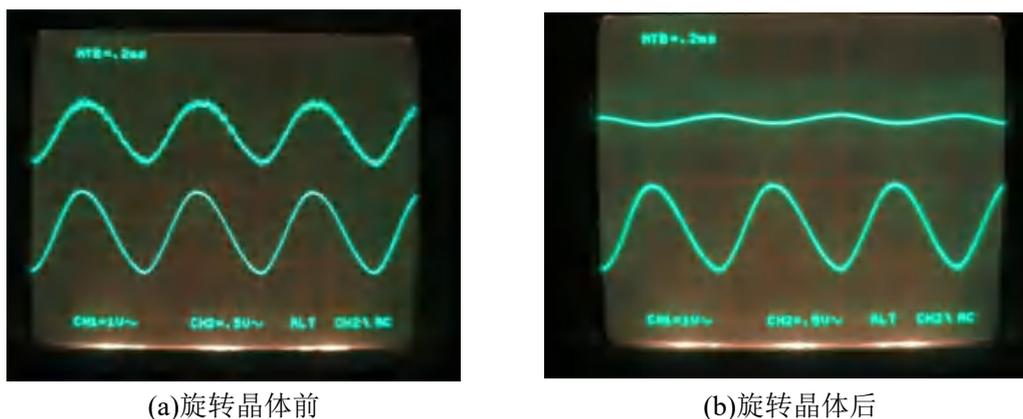


图 19 旋转晶体实验结果

可以发现，此时输出波形电压反相并且幅值降低了。

假设此时入射方向为 z 轴，由式(7)(11)(12)分析可知，此时其实现了 o 光和 e 光的折射率相对大小的反转，从而改变了输出波形的相位，但此时由于晶体旋转，其 z 轴并非为原本的垂直于电场的方向，我们在此仅仅探究晶体对实验结果的影响程度，之前所做的实验均保证了横向调制并且入射方向与电场方向垂直。

综上所述：

倍频失真出现在 0V 与 333V，在 60V~260V 内几乎不失真，即在调制曲线位于近似二次函数时(极值时)，出现倍频失真，而在线性区，其几乎不会出现失真。

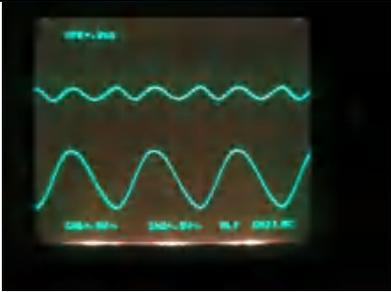
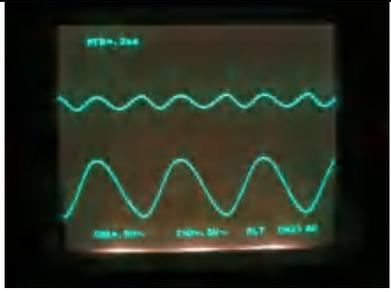
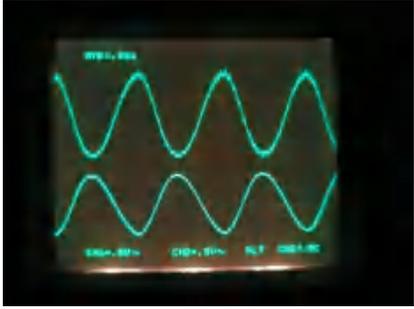
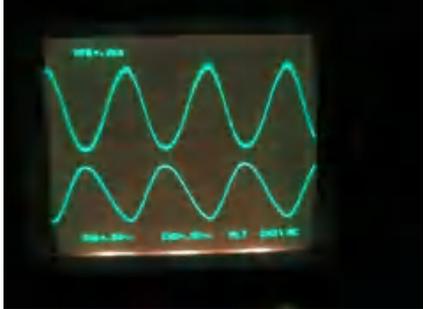
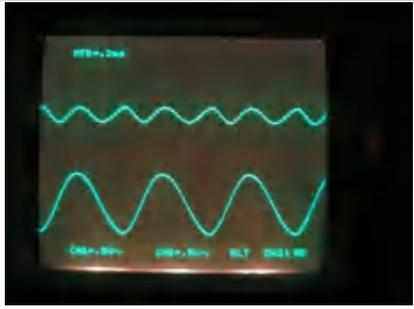
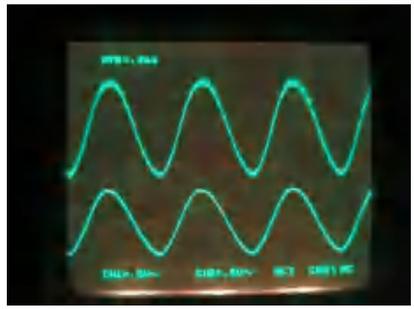
5. 探究 $\lambda/4$ 波片旋转角度与调制波形的关系

我们分别在两种电压下将波片以 45° 为间隔旋转 360°

a.U=0V

在直流电平为 0V 时，我们首先调节出倍频失真，然后以 45° 为转角，其实验结果如表 3 所示

表 3 波片旋转角度与波形关系(0V)

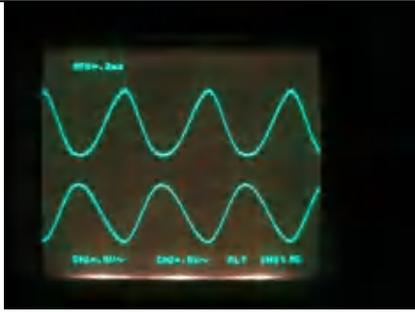
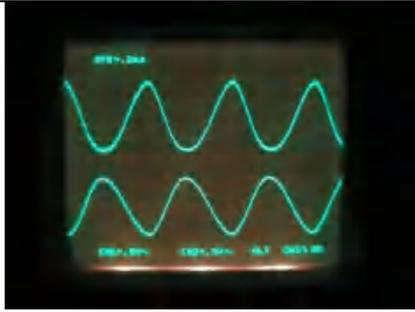
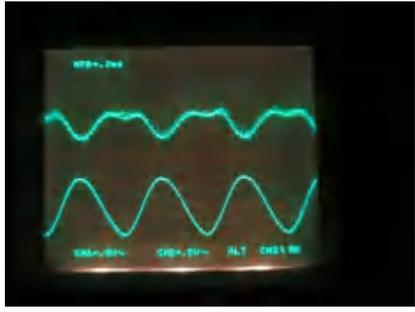
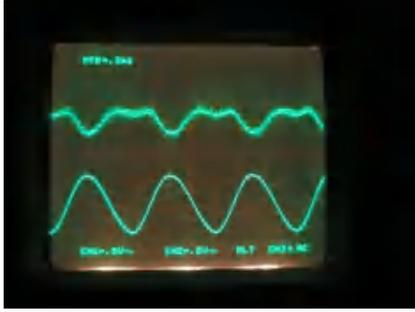
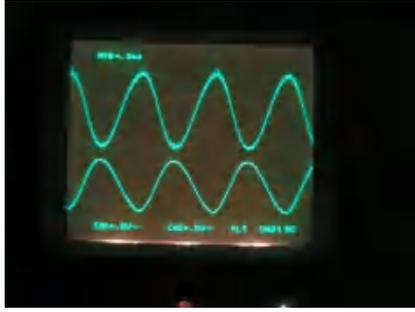
角度	波形图	角度	波形图
40°		220°	
85°		265°	
130°		310°	
175°		355°	

可以发现：在 1/4 波片角度为 85°、175°、265°、355° 时，在线性区内，未发生失真，而在 40°、130°、220°、310° 时，发生倍频失真，此时在调制曲线的极值点位置附近。

b.U=165V

同样将直流电平加到 165V，其实验结果如表 4 所示。

表 4 波片旋转角度与波形关系(165V)

角度	波形图	角度	波形图
30°		210°	
75°		255°	
120°		300°	
165°		345°	

同样可以发现：在 $1/4$ 波片角度为 30° 、 120° 、 210° 、 300° 时，在线性区内，未发生失真；在 75° 、 165° ，近似发生倍频失真，其可能是因为此时调制到了在调制曲线的极大值点，但并不精确导致的；在 265° 、 345° 时，发生倍频失真，此时在调制曲线的极值点位置附近。

综上所述：

- ① $1/4\lambda$ 波片的作用是对调制曲线提供了特定的相移。
- ② 在旋转时，每旋转 $\pi/2$ 相当于使得调制曲线左移 $\pi/2$ 相位。
- ③ 旋转一周后，相位增加 2π ，回到初始状态。

因此，在旋转中，波形变化方式为：“反相最佳调制-反相倍频失真-同相最佳调制-同相倍频失真”，而在加了电压后，其在调制曲线极大值处的倍频失真出现了一些强噪声，可能是由于直流高电平时其交流电压输出不稳定导致的，噪声衬比度相比于直流低电平时增大。

6. 光通讯模拟实验

最后，我们进行了光通讯模拟实验，利用手机连接控制器的外调端口，并将光电调制器与音箱连接，利用手机播放音乐，并通过调节直流电平，发现在线性区时，可以从音箱听到清晰的音乐，其效果如图 20 所示



图 20 光通讯音箱播放录音片段

可见，其在线性区能够输出十分清晰的音乐，噪声较小。

在加入 $1/4$ 波片后，同样可以发现，在线性区位置音箱能够输出清晰的声音，旋转波片声音会呈现“清晰-不清晰-清晰”的周期性变化。

六、实验总结与思考

在本次实验中，我们首先计算了电光晶体 $LiNbO_3$ 的半波电压，结果为 $333.9V$ ，基于此值进行后面的数据分析。接着，我们测量了电光晶体横向调制的电光调制曲线，可以看出其为明显的正弦函数形式，然后通过拟合法和直接读取法对正向和反向曲线进行求解分析，拟合法得出的半波电压为，正向： $V_{\pi} = 338 \pm 2V$ ，负向： $V_{\pi} = 346 \pm 2V$ ，而通过直接读取法可以得到： $V_{\pi} = 332V$ ，其相对误差均较小，并且我们也进行了相应的误差分析。

然后，我们在光路中加入 $\lambda/4$ 波片，测量其光电调制曲线的相移进而计算其波片的光程差，我们同样利用拟合法，通过观察拟合曲线的相位差，从而得到波片光程差，其结果为 0.258λ ，与理论值的相对误差为 3%，可见实验效果较好。

而后我们利用光探测器研究了晶体的调制波形特性，研究了倍频失真出现的条件以及线性区的范围，发现在调制曲线的极值点处会出现倍频失真，在 $60V \sim 260V$ 范围内几乎不失真，位于线性区内部；同时我们通过反接外部电压端口，探究了仪器模块特性，以及旋转晶体探究了晶体取向对调制波形的影响。

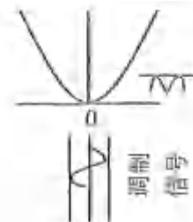
再加入四分之一波片，研究波片旋转角度对调制曲线的影响，得到波片旋转角度即为调制曲线的相移大小，并且在旋转波片时，其波形变化为“反相最佳调制-反相倍频失真-同相最佳调制-同相倍频失真”，验证了我们得到的结论，实验效果较好。

最后我们利用光电探测器以及控制器的外调功能，实现了光通讯，调节电压得出其在线性区能够实现很好的通讯效果，并研究了波片旋转对光通讯效果的影响，得出的结论与之前一致，可知在线性区能够实现光电调制，实验较为成功。

[思考题]

1. “倍频失真”在什么情况下出现？如何利用这个现象测量 V_{π} ？

(1)第一个问题我们在之前分析过，在此再次进行阐述。



倍频失真示意图

对于倍频失真，其实际上是输出相对于输入波形的频率为两倍时的失真，其一般发生于一个约为二次函数谷底的响应区间，此时输入波形为正弦波，由于二次函数谷底的非线性，以及优良的曲线性质，能够使得输入波形零点附近的近似线性变为弧形波形，并且在二次函数边缘的线性区又能够保证调制信号的波峰和波谷保持正弦波形式，从而能够输出一个近似为频率翻倍的正弦波，即由二次函数的谷底对简谐波的零点附近线性区间进行非线性响应，将直线变为简谐波，在二次函数的边缘线性区进行线性响应，输出原本的简谐波，从而实现频率的增倍。

(2)由之前的分析，在光电调制的极值点时可以发生倍频失真，而对于光电调制曲线，其为一个正弦波形式，两个极值点之间的间隔即为半波电压 V_{π} ，因此，我们仅需缓慢调节直流电平的大小，通过记录两个倍频失真之间的直流电平之差，即为晶体的半波电压 V_{π} 。

2. 运用光程差补偿原理，能用任意大小的样品来测量电光晶体的 V_{π} 吗？

我们知道，电光晶体的 V_{π} 满足：

$$V_{\pi} = \frac{\lambda d}{2n_0^3 \gamma_{22} L}$$

对于一般的晶体，在其参数较为优良(半波电压并没有超过测量量程过大)时，我们都可以轻易地测得晶体的半波电压，事实上，我们不需要测量出整个晶体的光电调制曲线才能得出半波电压 V_{π} ，我们同样可以用一部分数据进行正弦函数拟合的方法，得到其曲线的各个参数，从而简单地换算到半波电压，并且，我们也探索了FFT的方法，通过对数据进行FFT变换，其 δ 函数中心即为此时频率，而通过中心频率即可简单得到半波电压。

但当晶体的参数过于偏远的情况下，例如我们仅仅有一个几mm量级长度甚至更小的晶体，此时 V_{π} 将会极大，将会远远超出量程，看似我们无法测量曲线，但实际上，我们根据波片对调制曲线相位的影响，可以在光路中加入波片，利用波片旋转较小的角度进行微调，从而将调制曲线逐段测出，即每次仅仅测量可用量程范围的曲线，然后通过旋转波片，使得曲线产生相移，进而测得临近的曲线，利用拼接的方法逐段将曲线测出。

故我们事实上有许多方法在晶体尺度位于极端条件下能够测量 V_{π} ，因此不能说我们无法测量，只是可能导致测量精度下降以及测量步骤繁琐。

并且，当 d 过大时，不可忽略边缘效应，晶体内部电场不再满足

$$E_x = \frac{V}{d}$$

故此时不再能利用近似进行数据计算，但我们可以利用仿真软件如COMSOL等进行仿真模拟，通过模拟出内部电场再逐步对其进行计算，这也并非是无法克服的。

综上，尽管 V_{π} 受到许多参数影响，但我们可以利用多手段、多方法去解决问题，进而在测得晶体半波电压。

3. 外加电场与y或z轴平行时，任选纵横向利用之一，导出其半波电压并论述其实用价值。

首先写出其折射率椭球形式：

$$\left(\frac{1}{n_0^2} - \gamma_{22}E_y + \gamma_{13}E_z\right)x^2 + \left(\frac{1}{n_0^2} + \gamma_{22}E_y + \gamma_{13}E_z\right)y^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} + \gamma_{33}E_z\right)z^2 + 2\gamma_{51}E_y yz + 2\gamma_{51}E_z zx - 2\gamma_{22}E_x xy = 1$$

我们分析两种情形：

①当外电场E平行于y轴、光沿x轴传播时， $E_x = E_z = 0$ ，则上式可简化为

$$\left(\frac{1}{n_0^2} - \gamma_{22}E_y\right)x^2 + \left(\frac{1}{n_0^2} + \gamma_{22}E_y\right)y^2 + \frac{1}{n_e^2}z^2 + 2\gamma_{51}E_y yz = 1$$

在 $x = 0$ 时，得到折射率椭圆有

$$\left(\frac{1}{n_0^2} + \gamma_{22}E_y\right)y^2 + \frac{1}{n_e^2}z^2 + 2\gamma_{51}E_y yz = 1$$

通过坐标变换消除yz项，得到主轴坐标下，有

$$\left(\frac{1}{n_0^2} + \gamma_{22}E_y\right)y'^2 + \frac{1}{n_e^2}z'^2 = 1$$

将折射率相减，得到相位

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}L(n'_y - n'_z) = \frac{2\pi}{\lambda}L\left[n_0\left(1 + n_0^2\gamma_{22}E_y\right)^{-\frac{1}{2}} - n_e\right]$$

在半波电压下， $\delta = \pi$ ，化简有

$$V_\pi = \frac{d}{n_0^2\gamma_{22}}\left[\left(\frac{\lambda}{2Ln_0} + \frac{n_e}{n_0}\right)^{-2} - 1\right]$$

也可以化简公式，有

$$\delta \approx \frac{2\pi}{\lambda}L(n_0 - n_e) - \frac{\pi}{\lambda}n_0^3\gamma_{22}\frac{V}{d}L$$

则

$$V_\pi \approx \frac{d\lambda}{n_0^3\gamma_{22}L}\left[\frac{2(n_0 - n_e)L}{\lambda} - 1\right]$$

②当电场与z轴平行时，光沿x轴传播， $E_x = E_y = 0$ ，其理论如下：

此时折射率椭球形式满足：

$$\left(\frac{1}{n_0^2} + \gamma_{13}E_z\right)x^2 + \left(\frac{1}{n_0^2} + \gamma_{13}E_z\right)y^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} + \gamma_{33}E_z\right)z^2 = 1$$

则对于沿x传播的光，经过近似计算后，o光和e光相位差为：

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}L(n_e - n_0) - \frac{\pi}{\lambda}(n_e^3\gamma_{33} - n_0^3\gamma_{13})V\frac{L}{d}$$

则利用 $\delta = \pi$ 可得半波电压为：

$$V_\pi = \frac{d\lambda}{(n_e^3\gamma_{33} - n_0^3\gamma_{13})L}\left[\frac{2(n_e - n_0)L}{\lambda} - 1\right]$$

应用：

以上两个体系在消除自然双折射影响后可以用于电光调制的通信应用，其具体操作为：利用一对相同的晶体，使第一块晶体的x轴与第二块晶体的z轴相对，使晶体的自然双折射光程差相互补偿。并且我们也可以控制参数测量其自然折射率 n_e 、 n_0 ，具体做法可以通过改变L或 λ ，测量不同时刻的 V_π ，进而即可计算出自然折射率。

4. 如果只有一个额定最高电压为400伏的调制电源，如何设计电光晶体($LiNbO_3$)，适用于这个电压范围？

我们从两个角度看待这个问题：

(1)若为测量晶体的半波电压：

我们在第二题中进行过分析，通过利用FFT、曲线拟合、波片调节相位等方法均可以测量远超出额定电压调节的范围，但在此题中，其是想要我们设计一个 $V_\pi < 400V$ 的晶体进而更好地测量，则我们利用公式

$$V_\pi = \frac{\lambda d}{2n_0^3 \gamma_{22} L} \leq 400V$$

且代入铌酸锂的参数，即可进行简单运算得到：

$$\frac{d}{L} \leq 0.1027$$

即在横向调制时设计晶体厚度与长度之比小于0.1027时，即可便捷地测量出半波电压，适用于此电压调节范围。

(2)若为实现电光调制的应用，例如光通讯：

若为实现光通讯，应当保证此时电压能够覆盖到线性区，根据调制曲线，其最佳线性区在 $V_\pi/2$ 附近，倘若调制幅度不大，我们仅需保证一半的半波电压在400V以内即可，而我们考虑为保证一段的线性效果，由先前的实验结果，线性区一般位于 $V_\pi/4 \sim 3V_\pi/4$ ，因而我们考虑令 $3V_\pi/4 \leq 400V$ ，计算可得：

$$\frac{d}{L} \leq 0.1369$$

事实上，我们可以利用波片对其进行改进，我们知道，通过加入波片即可调节调制曲线的相位，我们考虑线性区的区间为 $V_\pi/4 \sim 3V_\pi/4$ ，此时只需利用波片将调制曲线相位增加 $\pi/8$ ，从而即可保证 $V_\pi/4$ 位于调制零点，此时考虑令

$$\frac{V_\pi}{2} = \frac{\lambda d}{4n_0^3 \gamma_{22} L} \leq 400V \Rightarrow \frac{d}{L} \leq 0.2054$$

从而可保证 $3V_\pi/4$ 小于等于400V所对应的位置，进而实现调制区即为线性区。

综上，我们能够通过外部操作，使得所进行的调制区零点即为线性区的起点，从而使晶体可设计范围更大。

[参考文献]

- [1]倪新蕾.电光调制及其应用[J].中山大学学报论丛,2002(01):34-36.
- [2]陈斌. 基于电光相位调制器的微波信号产生与处理[D].浙江大学,2009.
- [3]宋牟平.微波电光调制的布里渊散射分布式光纤传感技术[J].光学学报,2004(08):1111-1114.
- [4]巫建坤.电光调制技术在激光通信中的应用[J].北京机械工业学院学报,2003(01):10-15.
- [5]孙军,郝永鑫,张玲等. 铌酸锂晶体及其应用概述[J].人工晶体学报,2020,49(06):947-964.
- [6]WEIS.R.S, GAYLORD.T.K. Lithium niobate: Summary of physical properties and crystal structure[J/OL]. Applied Physics A Solids and Surfaces, 1985, 37(4): 191-203.
- [7]李家泽,朱宝亮,魏光辉. 晶体光学. 北京:北京理工大学出版社, 1989
- [8]曾昭宏,董守荣. 物理光学实验. 北京:机械工业出版社, 1988
- [9]张季熊. 光电子学教程. 广州:华南理工大学出版社, 2003

[原始数据]

表 5 光电调制曲线测量数据(未加波片)

正向电压/V	光电流功率/mW	反向电压/V	光电流功率/mW
0	0.000	0	0.000
10	-0.003	-10	0.003
20	-0.002	-20	0.009
30	0.001	-30	0.018
40	0.008	-40	0.030
50	0.018	-50	0.046
60	0.032	-60	0.063
70	0.047	-70	0.082
80	0.065	-80	0.103
90	0.087	-90	0.125
100	0.109	-100	0.149
110	0.134	-110	0.174
120	0.160	-120	0.200
130	0.188	-130	0.227
140	0.218	-140	0.252
150	0.246	-150	0.279
160	0.277	-160	0.305
170	0.308	-170	0.333
180	0.340	-180	0.363
190	0.371	-190	0.388
200	0.403	-200	0.420
210	0.434	-210	0.449
220	0.464	-220	0.476
230	0.496	-230	0.499
240	0.527	-240	0.524
250	0.552	-250	0.544
260	0.580	-260	0.565
270	0.604	-270	0.580
275	0.616	-275	0.590
280	0.626	-280	0.597
285	0.635	-285	0.604
290	0.645	-290	0.612
295	0.654	-295	0.616
300	0.662	-300	0.621
305	0.668	-305	0.625
310	0.674	-310	0.630
315	0.681	-315	0.634
320	0.687	-320	0.635
323	0.690	-323	0.635
326	0.688	-326	0.635
329	0.690	-329	0.635
332	0.691	-332	0.633
335	0.692	-335	0.632
338	0.694	-338	0.629
341	0.694	-341	0.629
344	0.694	-344	0.626

表 6 光电调制曲线测量数据(加波片)

电压/V	光电流功率/mW	电压/V	光电流功率/mW
179	0.636	-150	0.017
176	0.639	-160	0.017
173	0.641	-170	0.019
170	0.643	-180	0.026
167	0.645	-190	0.034
164	0.646	-200	0.046
161	0.647	-210	0.060
158	0.648	-220	0.076
155	0.648	-230	0.096
152	0.649	-240	0.118
149	0.649	-250	0.141
146	0.648	-260	0.168
143	0.647	-270	0.197
140	0.645	-280	0.227
135	0.642	-290	0.259
130	0.639	-300	0.291
125	0.635	-310	0.327
120	0.630	-320	0.360
115	0.625	-330	0.390
110	0.617	-340	0.421
100	0.603	-350	0.457
90	0.585	-360	0.483
80	0.565	-370	0.510
70	0.540	-380	0.532
60	0.514	-390	0.551
50	0.486	-400	0.569
40	0.457	-405	0.578
30	0.426	-410	0.585
20	0.393	-415	0.591
10	0.361	-420	0.597
0	0.325	-425	0.602
0	0.325	-430	0.606
-10	0.288	-435	0.610
-20	0.257	-440	0.612
-30	0.219	-445	0.614
-40	0.191	-450	0.617
-50	0.163	-453	0.617
-60	0.136	-456	0.617
-70	0.114	-459	0.617
-80	0.093	-462	0.617
-90	0.074	-465	0.616
-100	0.058	-468	0.616
-110	0.044	-471	0.615
-120	0.034	-474	0.614
-130	0.025	-477	0.612
-140	0.020	-480	0.610

[原始数据页]

中山大学《近代物理实验》预习报告

电光调制及通信应用

8. 进行模拟光通信实验, 由低频信号发生器产生调制信号, 分别将信号发生器和光电池的信号输入到示波器的两个通道, 比较信号的形状。

(1) 在调制器上加电压($V_{DC} + V_{AC}$)观察输出光强被调制的特性, 分以下几种情况:

① $V_{DC} = 0$; ② $0 < V_{DC} < 1/2V_{\pi}$; ③ $V_{DC} = 1/2V_{\pi}$; ④ $V_{DC} = V_{\pi}$ 。解释观测到的现象。

(2) 令 $V_{DC} = 0$, 在调制器前后加 $\lambda/4$ 波片, 旋转 $\lambda/4$ 波片 360° , 观察示波器上波形的变化情况, 找出输出最大和最小时波片的主轴方向, 并解释观测到的现象。

五、实验数据记录

时间: 2023年9月6、13日下午 地点: 物理楼316 温度: 28.7°C 湿度: 66.9%

① 实验数据记录于电报

② 在第9步中, 插入 $\lambda/4$ 波片的方向, 利用文纳计找到最暗位置波片角度为 124.0° 与 214.0° , 取中间 169.0°

即使其主轴与偏振片呈 45° 角

③ $V_{DC} = 3.41\text{V}$ $V_{AC} = 3.385\text{V}$ } step 7.8

④ $V_{DC}' = 1.58\text{V}$ $V_{AC}' = 3.115\text{V}$ } step 9

13日: $T: 26.5^\circ\text{C}$ 相对湿度 79.5%

① 实验记录均为图片, 于电报

②. step 10, 倍频失真出现于 0V 及 33V

于 $60 \sim 260\text{V}$ 内基本不失真

发现: 倍频失真波形在取极值后输出波形相位不变

2. 通过转动晶体在 170V 时实现波形反相

③. step 11. 0V 记录 $200, 220, 310, 40, 130$ 出现倍频失真

$115, 265, 355, 85$ 未出现失真且为线性区

于 165V 记录发现 $165, 345$ 出现倍频失真, 于 $255, 75$ 有出现倍频失真的趋势

于 $210, 30, 30, 120$ 于线性区

④. step 12 中利用手报实现了光调制, 音字清晰

《近代物理实验》课程实验报告

学院：物理学院

专业：物理学

年级：2021 级

实验人姓名（学号）：路尚润（21305127）

合作人姓名（学号）：巩元昊（21305179）

2023 年 10 月 25、11 月 1 日 下午

晶体光学性质的观测分析

一、实验目的

- 1、熟悉单轴晶光学性质，晶体的消光现象，干涉色级序；
- 2、了解偏光显微镜原理及掌握其使用方法；
- 3、观察晶体的类别、轴向和光性正负等过程，估计晶片光程差。

二、实验原理

1. 引言

光学是一门重要的自然科学领域，研究光的性质以及光与物质相互作用的规律。晶体光学则是光学中的一个重要分支，它专注于研究光在晶体结构中传播和相互作用的特性。其在多领域如光学器件^[1]、液晶显示^[2]、光学传感和激光技术等^{[3][4]}。

在本次实验中，我们利用偏光显微镜在正交偏光以及锥光干涉的条件下观测了多种晶体的性质，测量了其光程差、慢轴方向以及正负光性和旋光性，实验分析到位，测量方法多样，实验较为成功。

2. 晶体双折射、光率体

折射率与光的传播方向和光矢振动方向相关的晶体称为各向异性晶体，光通过会产生双折射现象；不发生双折射现象的传播方向为晶体的光轴方向：寻常光 o 折射率不随入射方向改变、非常光 e 折射率随入射光方向改变而改变，且 o 光垂直光轴与波矢法线构成的平面， e 光平行该平面。

3. 光学示性面

晶体的光率体球模型可以用如下函数表示：

$$\frac{X_1^2}{n_1^2} + \frac{X_2^2}{n_2^2} + \frac{X_3^2}{n_3^2} = 1 \quad (1)$$

单轴晶体是一种光轴与晶体主对称轴一致的仅和含有一个光轴的晶体，在光率体模型中取一轴为 n_e ，取 $n_1 = n_2 = n_o$ ， $n_3 = n_e$ ，当 $n_e > n_o$ 时表现为正光性，反之为负光性。由 $v = c/n$ 得到光折射率最大的方向为慢轴方向，最小的方向为快轴方向。

4. 正交偏光干涉

光学仪器——偏光式显微镜的上下偏光镜的振动面相互垂直时，称为正交偏光镜，称下偏光镜为 PP，上偏光镜为 AA；若不放入任何晶片，则此时视域为暗场；当放入各类晶体

后，可依据视域的干涉图样判断晶体的光学性质。

当放入一片平行光轴切片时，起偏器产生的线偏光在晶体中分解为 A_o, A_e 两个偏振光，其中 $A_o \perp OO$ ， $A_e // OO$ （ OO 为光轴），在晶片产生光程差 $\Delta = d(n_e - n_o)$ ，相位差 $\delta = 2\pi d(n_e - n_o)/\lambda$ ，且在检偏器除产生大小相等、方向相反、频率相同且具有固定相位差的干涉光，其光强图样及表达式如图 1 所示。

光强公式：

$$I \sim A_{oe}^2 \sin^2 2\alpha \sin^2 \left[\frac{\pi d(n_e - n_o)}{\lambda} \right] \tag{2}$$

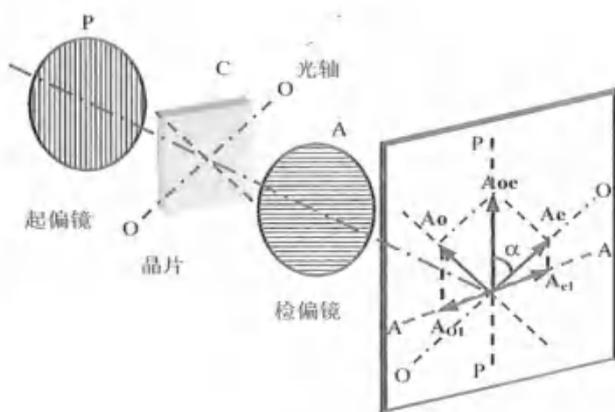


图 1 正交偏光镜间干涉现象

其主要包含以下几种情况：

4.1 单色光干涉

在正交透镜中使用单色光源时，当满足 $\sin 2\alpha = 0$ 时，即晶体光轴与正交偏振片的偏振方向平行时，合成光强为零，视域为暗场，称为消光现象。当满足 $\sin 2\alpha = \pm 1$ 时，既有合成光强最强，此时视域最为明亮。

4.2 石英楔子模型

当晶体的双折射率不改变，而厚度发生变化时，既满足石英楔子模型。该模型的双折射率 $\Delta n = n_e - n_o$ 保持不变，而由于模型为两边厚度不一的薄片，则当厚度发生改变时，偏振光经过后的光程差也相应改变 $\Delta = d(n_e - n_o)$ ，此时在视域中会观察到条纹的明暗规律变化。那么通过在后续实验中加入石英楔子并缓慢移动，便可以通过视域中的条纹及颜色变化判断晶体的一系列光学性质。

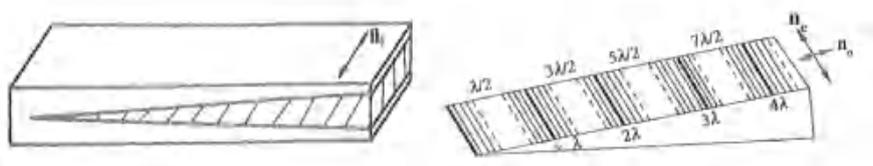


图 2 石英楔子模型

4.3 白光干涉

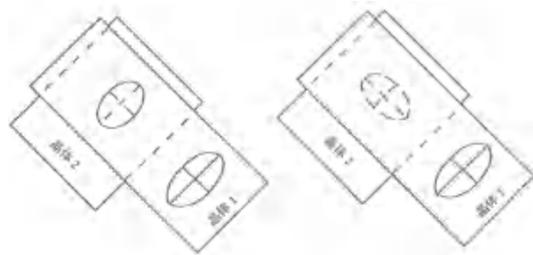
当使用白光作为光源实验时，因为其包含多中不同波长的光在内，则其通过石英楔子时产生的光程差也是不同的，就使得最后在视域中观察到的是不同强弱的多种波长光的混合色

光，即观察到的是多色条纹，称之为“干涉色”。

干涉色随着石英楔子插入深度的变化产生规律性周期变化，称之为“干涉色级序”。通常可以分为四个色级序，光程差越高，色级序越高。每个色级序中，颜色明显改变一次称为一个色序，具体参考图 3 及附录I中的色级序表。

第一级序	第二级序	第三级序	第四级序
紫 靛 蓝 绿 黄 橙 红	紫 靛 蓝 绿 黄 橙 红	紫 靛 蓝 绿 黄 橙 红	紫 靛 蓝 绿 黄 橙 红
λ=100nm	λ=200nm	λ=300nm	λ=400nm
λ=500nm	λ=600nm	λ=700nm	λ=800nm
λ=900nm	λ=1000nm	λ=1100nm	λ=1200nm
λ=1300nm	λ=1400nm	λ=1500nm	λ=1600nm
λ=1700nm	λ=1800nm	λ=1900nm	λ=2000nm
λ=2200nm	λ=2400nm	λ=2600nm	λ=2800nm
λ=3000nm	λ=3200nm	λ=3400nm	λ=3600nm
λ=3800nm	λ=4000nm	λ=4200nm	λ=4400nm
λ=4600nm	λ=4800nm	λ=5000nm	λ=5200nm
λ=5400nm	λ=5600nm	λ=5800nm	λ=6000nm
λ=6200nm	λ=6400nm	λ=6600nm	λ=6800nm
λ=7000nm	λ=7200nm	λ=7400nm	λ=7600nm
λ=7800nm	λ=8000nm	λ=8200nm	λ=8400nm
λ=8600nm	λ=8800nm	λ=9000nm	λ=9200nm
λ=9400nm	λ=9600nm	λ=9800nm	λ=10000nm

图 3 正交偏振光下不同单色光产生的干涉条纹



(a)同名轴平行 (b)同名轴垂直

图 4 石英楔子模型

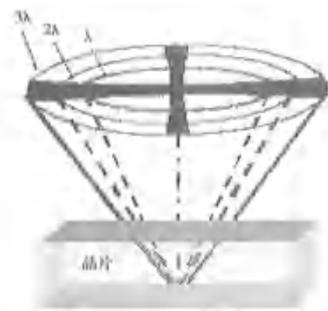
4.4 光程差补偿

当两块同名轴相互垂直放置的晶片置于正交偏振片之间时，二者合成后的总光程差为 $\Delta = \Delta_1 - \Delta_2$ ，反之若二者的同名轴平行放置，则合成后的光程差为 $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$ ，结构图如图 4 所示，由此我们可以通过一片已知的红色级片以及为止晶片的光轴方向来判断该晶片的快轴、慢轴方向以及其光程差。

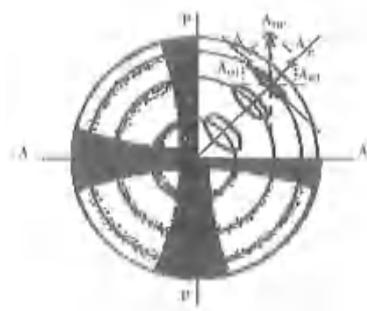
5. 锥光干涉模型

5.1 锥光干涉

锥光装置是一种可以将平行入射的偏振光高度汇聚形成锥形偏光的装置，而勃氏镜可以使得成像转变为远场像，使其可以在物镜中观察到。本次实验讨论使用单色光和垂直光轴切片的锥光干涉效应。



(a)立体图



(b)俯视图

图 5 单轴晶体垂直光轴切片干涉图

越靠近视域边缘，那么光线与光轴的夹角越大，双折射率越大；当位于 PP 面内的偏振光入射晶体时，其分解的寻常光 *o* 和非常光 *e* 就处于 PP 面和 AA 面，那么在晶体中不产生双折射现象，即偏振方向不发生改变，都平行于下偏振片 PP，垂直于上偏振片 AA，所以会在视域中出现黑色十字消光区域如图 5(b)。转动载物台时，由于 PP 和 AA 偏振片位置未改变，所以消光十字也不改变。

使用单色光进行锥光干涉时，除了含有消光十字外，还有交替的干涉亮环暗环。越靠近

光锥边缘，双折射率和路程均增大，那么产生的光程差也越大。而同一光锥内的每一条光线均与光轴成相同的角度，通过晶片后产生相同的光程差。那么该环的光程差为 $\Delta = n\lambda$ 时为暗环消光， $\Delta = (n + 1/2)\lambda$ 时增强为亮环。

若使用白光作为光源，那么亮暗环讲变为干涉色环，由于不同位置的光程差不同，产生的颜色也不同，所以为干涉色彩环。依据原理 3.2 中的色级序，这里的彩环同样有色级序的概念，参照附录 I 的色级序表，我们可以利用垂直切片的锥光干涉判断晶体光性正负。

5.2 晶体光性正负

在原理 2 中已经说明，单轴晶体中当 $n_e > n_o$ 时表现为正光性，反之为负光性。那么我们可以使用一级红片（光程差约为 $\Delta_0 = 580nm$ ）或者石英楔子来测量判断晶体的光性正负，原理如下：

垂直光轴切片晶体在锥光干涉下会产生十字消光，在加入一级红片后一三象限和二四象限会有不同的干涉色级序表现；同样，因为石英楔子在推入过程中带来不同的光程差，视域中的图形也会在一三和二四象限内产生不同的色级序移动现象，那么我们可以从以下几点判断晶体为正光性，反之为负光性（判断依据均等价）：

1. 一、三象限干涉色序升高（从中心向四周），二、四象限干涉色序降低。
2. 一、三象限干涉彩环向内收缩，二、四象限干涉彩环向外扩张。
3. 二、四象限在靠近黑十字交点附近出现黑点，而一、三象限在对应位置上没有黑点。

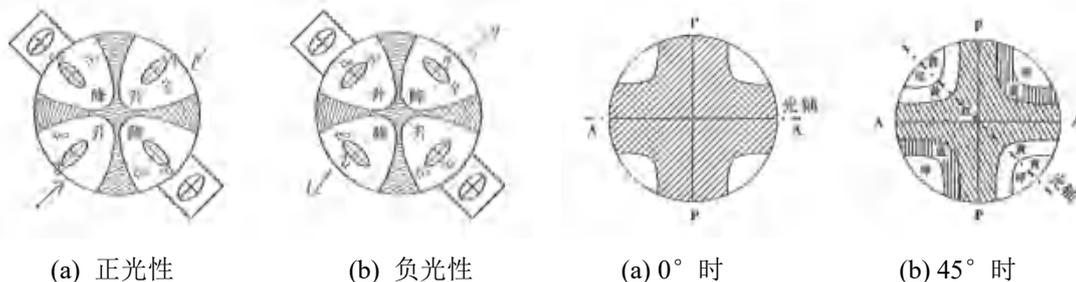


图 6 单轴晶体光性正负判定

图 7 平行切片锥光干涉图

5.3 平行光轴切片锥光干涉

光轴与上下偏振片偏振方向平行时，视域中出现粗大黑十字，仅在四周出现亮区域。当转动载物台时会发生周期性变化，期间会出现黑十字劈裂为双曲线的情况，此时对应光轴方向与上下偏振片成 45° 夹角。由于变化迅速，就被称为**瞬变干涉图**。

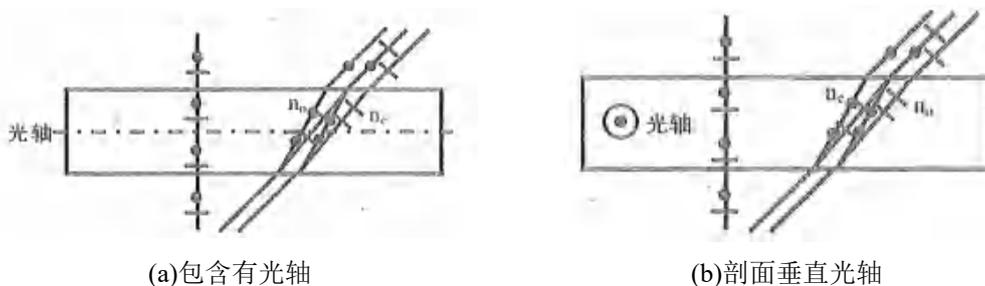


图 8 单轴晶体平行光轴切片放大侧视图

5.4 斜光轴晶片的锥光干涉

我们知道，所有晶片都不能做到完美的垂直光轴切片，而是会保持一定角度，那么实际

在视域中观察到的黑十字和干涉色级序也会相较于中心正交向四周偏移（由于原理图较大，放于附录中），如附录III所示，若黑十字中心偏离较多，则光轴与垂直方向夹角较大，反之较小；或者依据色级序，干涉色较低时光轴接近垂直，较高时接近平行。

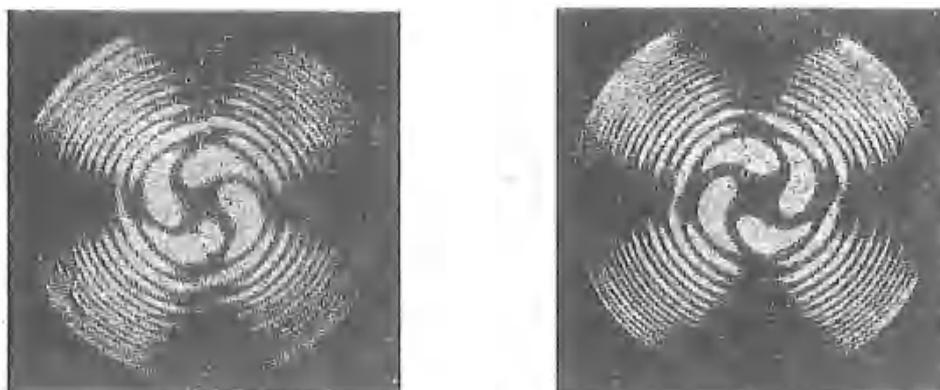
6. 晶体旋光性

线偏振光在通过晶体时，偏振方向随着经过距离增加而发生旋转称为旋光性，旋转角度与物质厚度成正比，设 α 为旋光率系数， d 为物质厚度则有：

$$\varphi = \alpha d \tag{3}$$

一般较薄的晶体难以观察到旋光性，所以常用较厚晶体来判断。

旋光性分为左旋和右旋，一般使用两片叠加法测量旋光性，符合以下规则：



(a)右旋在下

(b)左旋在下

图9 埃利旋

三、实验仪器

透射偏光显微种类很多，但基本原理都大同小异。图 10 为本实验所用的 XP-201 型透射偏光显微镜的构造图，主要结构包括：

- 1.光源：卤素灯 12V/20W,亮度可调节。
2. 起偏镜：用于产生偏振光，可转动调节方向。
3. 聚光镜：位于物台下面，有一组透镜组成，可以把来自下偏光镜的平行光聚敛成锥形偏光，聚光镜连有手柄，可根据需要旋入或旋出光路。
4. 旋转载物台：用于放置观察样品，可 360 度旋转。
5. 物镜：由四个放大倍数分别为 4x,10x,40x,60x 的物镜，物镜的前镜片与样品之间的距离称为工作距离，物镜的工作距离随着放大倍数的增加而减小，所以用高倍物镜时要特别小心，应先将物镜调至最低，然后逐步升高对焦。
6. 补偿器插口：补偿器插口用于插入各种补偿器，通常仪器带有 λ ， $\lambda/2$ 及石英楔子等补偿器。
7. 检偏镜：摆动式，可移出光路，进行单偏光观察。
8. 勃氏镜：位于目镜与上偏光镜之间，为一小凸透镜，与目镜联合组成一望远镜，勃氏镜可左右移动，分别移入、移出光路。
9. 目镜：目镜中装有十字丝和刻度尺。

的，其折射率椭球为圆形；而其余的波片在旋转中均会出现四明四暗的现象，是各项异性的，具体我们在下面进行分析。

四明四暗的原因：经过简单地推导，在晶体不断转动过程中，其光强满足

$$I \sim A_{0e}^2 \sin^2 2\alpha \sin^2 \left[\frac{\pi d(n_e - n_o)}{\lambda} \right] \quad (4)$$

对于入射方向的各项同性晶体，有 $n_e = n_o$ ，因此其此时仍然满足正交偏光，视场为全暗，而对于入射方向的各项异性晶体，其折射率椭球不是圆形，因此 $n_e \neq n_o$ ，而 α 的意义是光轴与起偏器的夹角。在一周期的 2π 以内， $\sin^2 2\alpha$ 有两个周期，在 $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ 时，此时光强均为 0，视场为暗；在 $\alpha = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ 时，此时光强为最大值，即产生四明四暗的周期性现象。

事实上，铌酸锂晶体是各向异性的，在此称其为各向同性仅仅是对于 z 切铌酸锂并且是延 z 方向入射的光来讲的。

2. 对各向异性晶体进行检测

接着，我们对各向异性晶体利用一级红片进行了检测，为找出其快轴以及慢轴方向，我们采用了两种实验方法，方法 1 可以快速地得出检测结果，而方法 2 可以计算其不确定度。在角度记录中我们始终让波片长边延轮盘 90° - 270° 方向，从而计算慢轴方向。

a. 方法 1

具体步骤是，首先调节波片为正交偏光方向，此时波片光轴必定与上下偏振片垂直，而一级红片的光轴与上下偏振片呈 45° 角，因此此时再将波片旋转 45° 必定能够实现与一级红片同名轴平行或异名轴平行。

而判断同名轴或异名轴平行的方法是通过光程差的叠加或相消，当光程差叠加时，此时波片的慢轴方向与一级红片的慢轴方向平行，故我们以这个方法进行分析。

由于波片长边方向延轮盘 90° - 270° 方向，故我们可以利用图示简单地导出慢轴方向，在光程差叠加时，即晶体慢轴与一级红片慢轴平行时，实验效果图如图 11 所示。

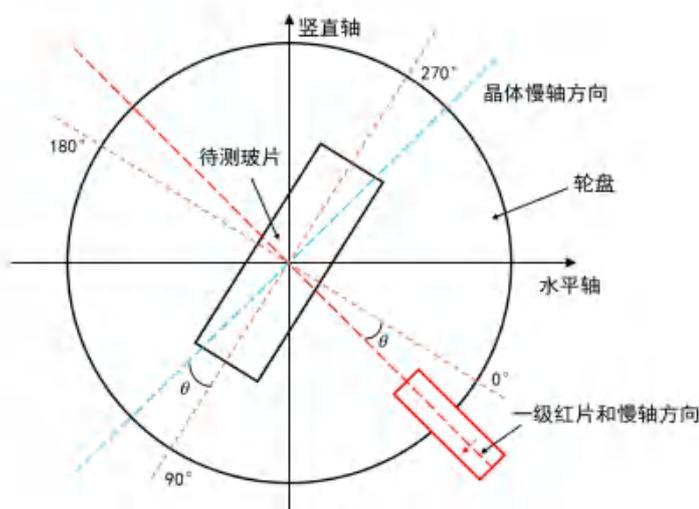


图 11 同名轴平行时的实验效果图

θ 为此时的测量角，利用简单地几何关系，可知此时有慢轴与长边夹角即为 θ 。

实际上，如图所画是 θ 在 $0^\circ-90^\circ$ 内的情形，对于在 $90^\circ-180^\circ$ 的情形，只需要取 $180^\circ - \theta$ 即为慢轴与长边夹角，而在大于 180° 的情况下只需将其减去 180° 即可类似得到慢轴与长边夹角。

而在同(异)名轴平行时，总光程差满足

$$\Delta_{\pm} = \Delta_{red} \pm \Delta_{晶体} \tag{5}$$

即可计算出一级红片以及晶体的光程差。

利用之前的分析，经过简单计算，即可得到实验结果如表 2 所示。

表 2 正交偏光下方法一的观测结果

方法 1	样品 A	样品 B	x-白云母	x-方解石	x-SiO2	x-LiNbO3
全暗角度/ $^\circ$	40.3	52.5	12.1	357.0	44.4	40.2
正向 角度/ $^\circ$	85.3	97.5	57.1	42.0	89.4	85.2
旋转 颜色	绿色	橙色	黄绿色	黄色	黄绿色	黄色
45 $^\circ$ 光程差/nm	760	460	880	\	920	\
反向 角度/ $^\circ$	355.3	7.5	327.1	312.0	359.4	355.2
旋转 颜色	黄色	蓝绿色	黄色	黄色	黄色	黄色
45 $^\circ$ 光程差/nm	380	700	220	\	160	\
慢轴与长边夹角/ $^\circ$	85.3	7.5	57.1	\	89.4	\
波片光程差/nm	190	120	330	\	380	\
一级红片光程差/nm	570	580	550	\	540	\

注：“\”代表无法分辨。

将测量结果用图表示出来，结果如图 12 所示。

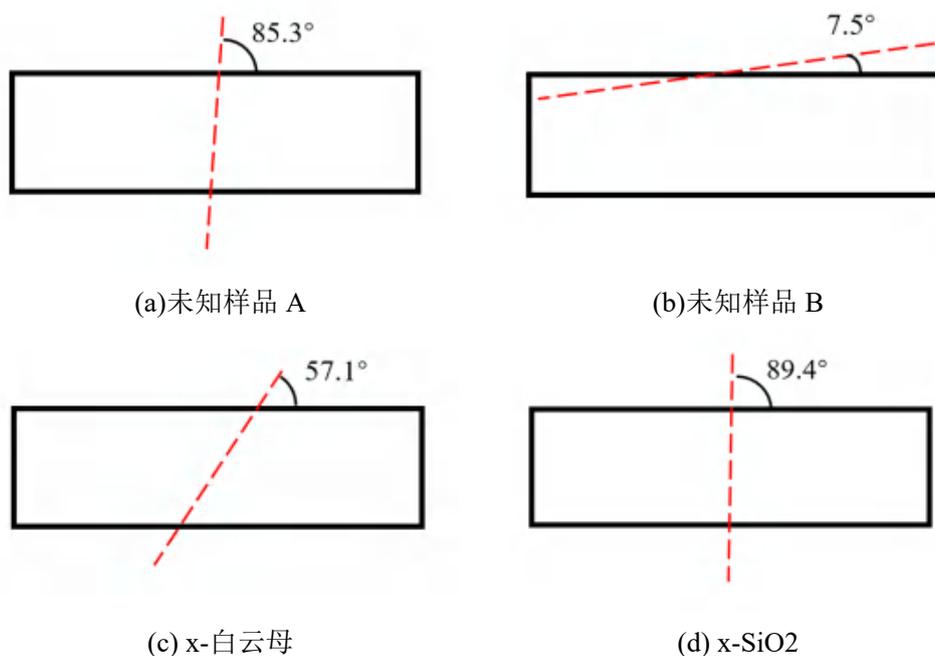


图 12 晶体慢轴方向与长边夹角情况(方法一)

对于 x-方解石与 x-LiNbO₃，由于其光程差叠加与减小时难以分辨颜色对应的光程差，用一级红片是难以测量出其光程差大小的，仅仅能得出其慢轴或快轴与长边的夹角，并且无法分辨哪一条是快轴或慢轴。

对于可分辨的晶体，我们在计算其光程差的同时也计算了一级红片的光程差，以验证我们读取色带的准确性。由实验结果可以发现，一级红片的光程差十分接近实际值，可见读取结果是较为准确的，验证了实验的准确性。

b. 方法 2

具体步骤是，直接插入一级红片，以及在载物台上放置晶片，直接旋转载物台，观测现象及读取光程差和角度。

判断与计算同名轴与异名轴平行的方法是与方法 1 一致的，因此在此我们直接计算并给出计算结果，如表 3 所示。

表 3 正交偏光下方法二的观测结果

晶体类型	角度 1/°	角度 2/°	角度 3/°	角度 4/°	角度 5/°	角度 6/°	角度 7/°	角度 8/°
样品 A	79.3 (同)	128.7	170.5 (异)	216.7	264.9 (同)	312.0	356.2 (异)	36.1
样品 B	53.0	94.5 (异)	134.4	187.8 (同)	228.9	281.5 (异)	321.0	6.0(同)
x-白云母	63.2 (同)	\	146.0 (异)	\	232.8 (同)	\	324.2 (异)	\
x-方解石	85.1	131.9	176.7	221.5	266.2	320.9	1.2	47.4
x-SiO ₂	43.9	91.5 (同)	136.3	184.9 (异)	226.4	269.3 (同)	311.2	357.7 (异)
x-LiNbO ₃	43.0	90.7	131.9	180.2	220.8	262.0	310.2	357.6

通过与方法 1 类似的手段，以及角度之间的理论差距为 45°，每次测量我们可以算出 8 个(白云母由于未记录红色视场角度，仅仅有 4 个)慢轴与长边夹角的结果，计算其平均值，并且利用贝塞尔公式可以计算其实验平均值的标准差，公式为

$$u_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_i^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = S_A \tag{6}$$

并将其记为 A 类不确定度。假设 B 类不确定度服从均匀分布，最小分辨角度为 0.1°，可知

$$S_B = \frac{1}{\sqrt{3}} \tag{7}$$

将两者合并，得到合成标准不确定度，即

$$S = \sqrt{S_A^2 + S_B^2} \tag{8}$$

取包含概率约为 95%，包含因子为 3，因此得到合成扩展不确定度为

$$S_k = 3S \tag{9}$$

对每种情况进行计算，最终的计算结果如表 4 所示。

表 4 正交偏光下方法二的计算结果

晶体类型	慢轴与长边夹角/ $^{\circ}$	A 类 不确定度/ $^{\circ}$	B 类 不确定度/ $^{\circ}$	合成标准 不确定度/ $^{\circ}$	合成扩展 不确定度/ $^{\circ}$
样品 A	83.1	1.00	0.06	1.0	3.0
样品 B	5.9	1.25	0.06	1.3	3.8
x-白云母	56.6	2.31	0.06	2.3	6.9
x-SiO ₂	89.9	0.81	0.06	0.8	2.4

为直观展现出不确定度的大小，我们利用 Origin 作图，其值与不确定度范围如图 13 所示。

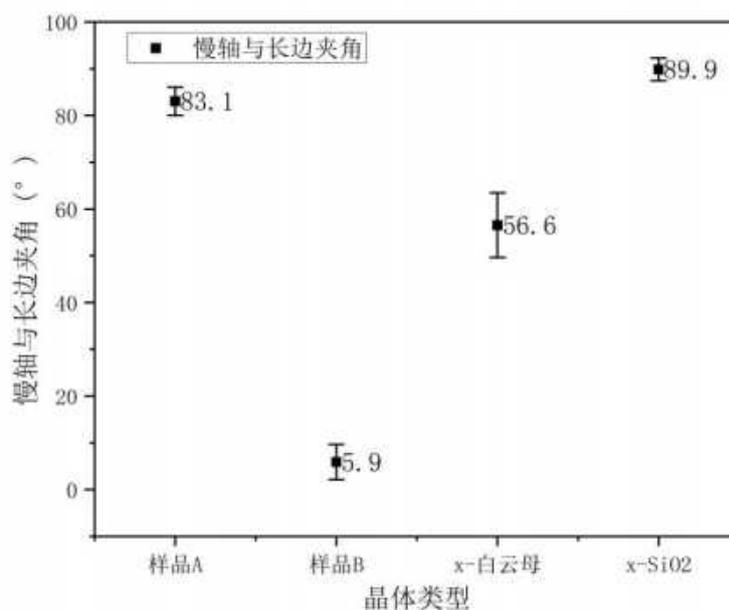


图 13 晶体慢轴方向与长边夹角大小及合成扩展不确定度(方法二)

可见其样品 A、样品 B 和 x-SiO₂ 的合成扩展不确定度较小，而 x-白云母的较大。

同时，我们计算了两现象之间的夹角平均值以及不确定度，由于测量范围均为一周，故角度差值即为 $360^{\circ}/n$ ，其中 n 为测量次数。同样利用不确定度分析对其进行处理，可得结果如表 5 所示。

表 5 正交偏光下方法二的测量偏角不确定度分析

晶体类型	两次测量偏角平均值/ $^{\circ}$	A 类 不确定度/ $^{\circ}$	B 类 不确定度/ $^{\circ}$	合成标准 不确定度/ $^{\circ}$	合成扩展 不确定度/ $^{\circ}$
未知样品 A	45.0	1.16	0.06	1.2	3.5
未知样品 B	45.0	1.96	0.06	2.0	5.9
x-白云母	90.0	3.48	0.06	3.5	10.4
x-SiO ₂	45.0	1.04	0.06	1.0	3.1

可见误差还是较大的，x-白云母的合成扩展不确定度达到了 10° ，这也是人为观测无法避免的。

对于光程差，读取值与方法 1 一致，所得结果也一致，因此在此仅仅讨论方法 2 慢轴方向测量的结果。

c. 方法对比

我们采用了两种方法对晶体慢轴方向进行了测量，经过对比图 12 与图 13 可以发现，两种方法得到的慢轴方向与长边夹角基本一致，相差不超过 2° ，经过对比方法，我们可以总结出两种方法的优劣。

(1)方法 1:

①优：方法**便捷、迅速、准确**。测量中，我们仅仅需要转动两次波片就能十分精确地得到其慢轴方向，因为人眼分辨最暗的能力是十分准确的，而判断小幅度颜色变化的误差较大。故此方法应当作为第一选择。

②劣：此方法测量并无法得出不确定度，若我们直接顺、逆时针转动 45° ，此时角度改变是精确的，故不确定度只能通过重复测量得出。

(2)方法 2:

①优：此方法可以在 360° 中获得 8 个有效数据，能够得出测量结果的**不确定度**，给出较为可信的结果。

②劣：此方法误差较大，因为人眼难以分辨细微的颜色差距，故调节角度偏差大，使得测量并不精确。

总的来讲，方法 1 便捷、迅速、准确，应当在偏光显微镜下的正交偏振时作为测量晶体慢轴的首选方法。

d. 方法探索

对于 x-方解石和 x-LiNbO₃，难以测量其光程差以及判断慢轴角度。事实上，实验室中存在两片 x-LiNbO₃ 波片，我们假设为保证实验结果的一致性，两片波片的光轴是平行的，即晶体朝向一致。

(1)首先，我们想到利用两片晶体长边重合堆叠，并利用方法 1 进行测量，因为一片的光程差是难以显现出色阶的。

但在初步尝试后，此方法并不能行得通，因为此时这些难以判断的晶体光程差应当在 400nm 左右，两片叠加后会远远超出一级红片的 550nm 左右，因此并不能判断此时色序在第几级，且由于时间限制，我们并没有时间去思考改变两片相同晶体的角度从而推导出一个理论，因此初步尝试的方法我们舍弃了。

(2)正如我们所说，两片波片叠加的光程差应当大于 550nm ，因此我们考虑舍弃一级红片，采用直接堆叠的方式，具体方法为：

在正交偏光的条件下，首先插入一片 x-LiNbO₃，调节至视场全暗，然后旋转 45° ，得到此时的视场颜色为黄色，光程差为 $\Delta_{x-\text{LiNbO}_3}$ ；然后我们以两片 x-LiNbO₃ 重叠的方式叠加第二片，此时视场为绿色，可知光程差为 $2\Delta_{x-\text{LiNbO}_3}$ ；对比色阶图，可以发现， 400nm 光程差对应的颜色为黄色，而 800nm 的光程差对应的是绿色，恰好满足两倍关系并且颜色对应，故应有

$$\Delta_{x-\text{LiNbO}_3} = 400\text{nm} \quad (10)$$

即为其光程差。此方法并不能分辨快轴与慢轴，但已经能够实现光程差的测量，是一个可行的方法。

由于时间关系我们并未探究更多的实验方法，之后若有机会可以进行更多的理论分析以及实验测量验证等。

3. 锥光干涉实验

a. 实验现象描述

我们换为高倍镜，调节正交偏光干涉状态，并加入勃氏镜，旋转不同晶体，观察其在视场中的变化，其结果如图 14 所示。

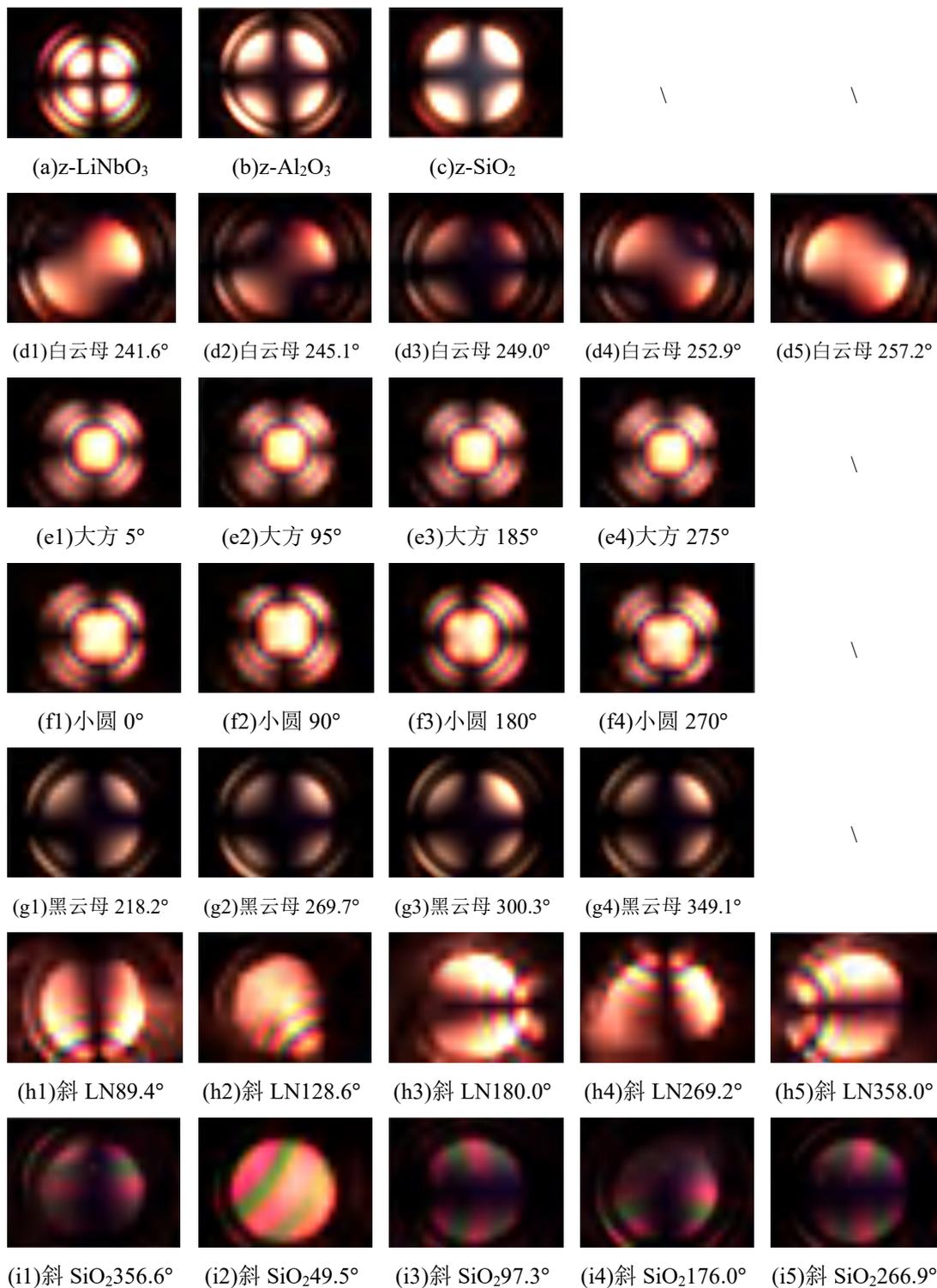


图 14 锥光干涉实验观测结果

并且我们在观测大方玻片时调节了偏振片的偏振状态，当偏振片平行时，其图像如图 15 所示。

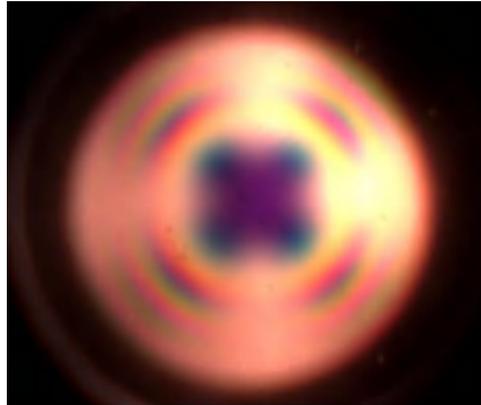


图 15 大方在偏振片平行时的实验观测结果

根据实验结果，我们可以总结出晶体旋转图像变化的规律如表 6 所示。

表 6 锥光干涉实验现象总结

组	样品名称	锥光干涉特征描述
1	z-LiNbO ₃	中心出现“黑十字”，四周出现彩色干涉环，旋转后图样不变。
	z-SiO ₂	中心出现“黑十字”，四周出现黄色干涉环，旋转后图样不变。
	z-Al ₂ O ₃	中心出现“黑十字”，四周出现白色干涉环，旋转后图样不变。
2	黑云母	中心出现“黑十字”，边缘形状类似双曲线，旋转后双曲线向二四或一三象限扩展，视场呈周期性变化
	白云母	中心呈现明显的“黑色双曲线”，类似于“黑十字”，旋转后图样发生变化，双曲线向边缘扩张，直至视野全白，继续旋转则向再次聚拢为模糊的“黑十字”，视场呈周期性变化。
3	大方	偏振片正交时，中心出现明亮区域，“黑十字”中心不相交，旋转载物台明亮区域中心随载物台转动沿圆周旋转；偏振片平行时中心变为暗区，旋转时视场变化与正交时一致
	小圆	现象与大方一致。
4	斜切 LN	干涉环中心在视野之外，载物台旋转时干涉环中心以相同方向沿某个圆周旋转，有着同心彩色干涉环带
	斜切 SiO ₂	现象同斜切 LN
5	x-LiNbO ₃	旋转 360° 出现 4 明 4 暗现象
	x-SiO ₂	现象同 x-LiNbO ₃

根据现象变化，我们可以将其分为五组，各组有着较为相似的干涉图样以及变化，接下来我们对每组的共同点进行初步分析与讨论。

b. 各组特点及部分成因

(1)组 1:

- ①中心呈现“黑十字”，四周倾角出现“干涉环”，具体成因我们在后面进行分析。
- ②载物台旋转时，视场几乎不发生变化，这是由于光轴与入射面垂直而导致的。

③干涉环颜色具有差异，这是由于晶体对不同频率的光的折射能力不同，而晶体越厚，不同波长的光折射率相差越大，晶体所能展现出的色散能力越明显。

(2)组 2:

出现近似“黑色双曲线”的形状，旋转后双曲线呈现周期性的扩张与聚拢。这是由于白云母是双轴晶体，切面的折射率椭球为椭圆形，当椭球的长轴或短轴与起偏器偏振方向相同时，视场呈现出类似的“黑十字”，在旋转时，“黑十字”分裂成两条抛物线向外扩散直至视场全亮。

(3)组 3:

厚石英具有旋光性，光的振动方向随着传播发生变化，故中心处的光在经过起偏器起偏后，再穿过旋光晶体，此时光的振动方向不再与检偏器垂直，中心不再产生“黑十字”。

(4)组 4:

①“黑十字”始终位于视场之外，载物台旋转时“黑十字”中心随着旋转，这是由于斜切晶体的光轴始终与光的入射方向呈现一个夹角，因此旋转载物台时光轴在空间中的轨迹为一个圆锥面，而黑十字的中心即应为光延光轴出射的点，因此其在视场外随载物台转动而旋转。

②能观察到清晰的同心的彩色圆环，颜色随距离中心的距离而逐渐变化。

③黑十字形状不变，这是由于这两个方向起偏器能与折射率椭圆的长轴或短轴平行。

(5)组 5:

在做组 5 的实验时，由于我们旋转过快，故仅仅观测到视场明暗的变化，而并未观测到“黑十字”等现象的出现。由之前的实验我们可知，其折射率椭球为椭圆形，与白云母和黑云母一致，故猜测其只是因为黑十字较大，从而显现得与视场全黑一致。

c. 现象成因及分析

(1)黑十字成因:

在组 1、组 2、组 4 中，均出现了黑十字，黑十字呈现的原因是光经过起偏器后，延这些方向入射时，其偏振方向与折射率椭球切面的长轴或短轴重合，其偏振方向不会改变，始终与检偏器垂直，因此出射光强为 0。

(2)z 切片光强角分布

对于锥光干涉区域的顶角为 θ 的锥面，假设光束传播时某束光的传播方向在晶面的投影与起偏器方向的夹角为 α ，则出射光强为

$$I_{out} = I_0 \sin^2(2\alpha) \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \tag{11}$$

其中 $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)L$ ， L 是光在晶体中传播的距离，式子中的 n_e, n_o, L 只与锥面光的顶角 θ 有关，且 δ 随 θ 增大而增大，但由于晶体厚度未知，并且折射率椭球在不同角度的变化也较难给出，我们在此对 α 进行分析讨论。

基于我们前面的分析，当 θ 不变时，我们可以提取出围绕中心的某一圆环上的光强进行分析，此时应当有

$$I \propto \sin^2(2\alpha) \tag{12}$$

则我们可以利用 I 与 $\sin^2(2\alpha)$ 的线性拟合进行公式的验证。

利用 z-LiNbO₃ 的光强分布进行分析，首先利用 MATLAB 将图片光强进行读取，可得其此时的光强分布图如图 16 所示。

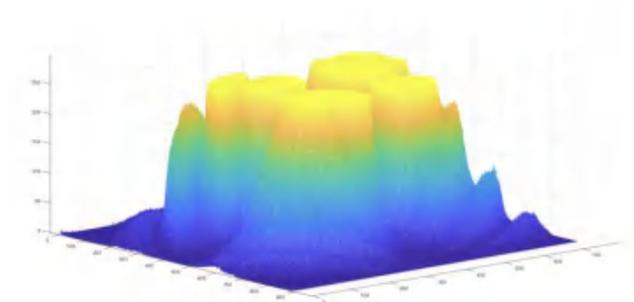


图 16 z-LiNbO₃ 光强分布图

我们直接读取了围绕中心的半径为 300 像素点的光强分布，利用 Origin 作图，可得

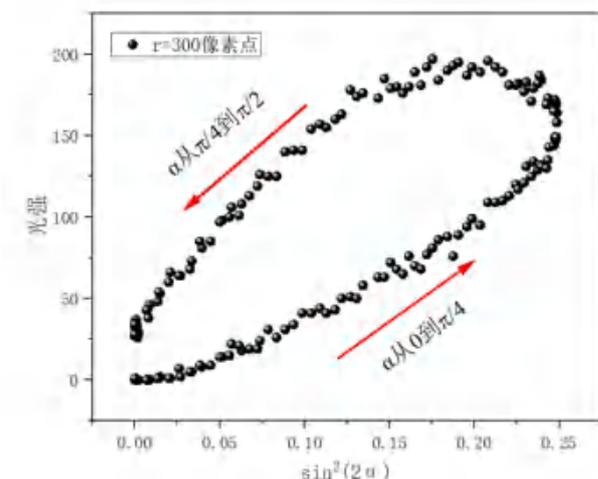


图 17 半径为 300 像素点的 z-LiNbO₃ 光强变化

此时其类似线性，事实上，这是由于我们选取的圆环中心为图片中心，但此时光强分布的中心并不位于视场中心，于是我们将中心进行修改，读出光强分布中心位置，进而作图并拟合，结果如图 18 所示。

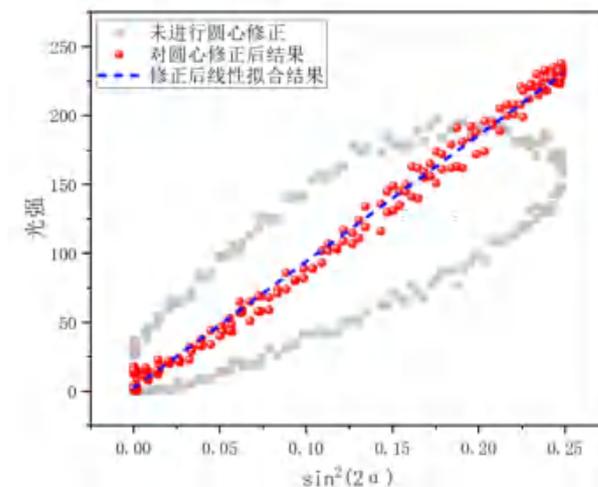


图 18 半径为 300 像素点的 z-LiNbO₃ 光强变化(修正后)

可见，修正后的光强与 $\sin^2(2\alpha)$ 近似线性，线性拟合 R-Square=0.992，拟合效果极好，验证了我们之前的推导。

同时，我们提取了其余半径的光强分布，结果如图 19 所示。

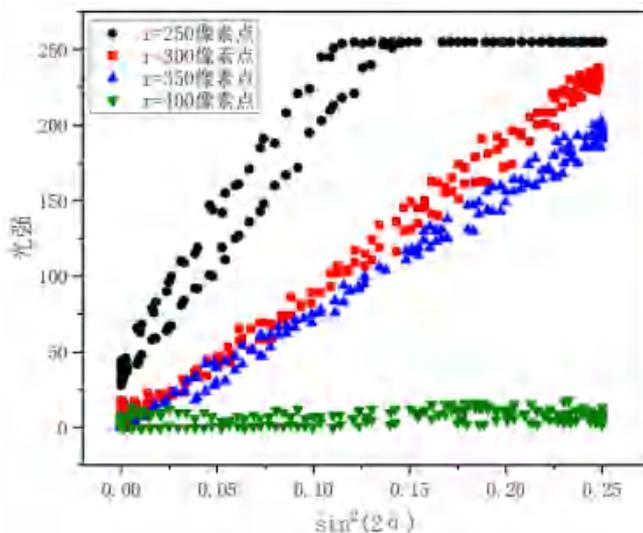


图 19 多半径的 z-LiNbO₃ 光强变化(修正后)

在半径较低时，由于 CCD 捕捉光强能力有限，其发生了饱和，并且可以看出，光强分布中心的读取并不精确，因为半径较低时的分布又出现了如图 17 所示的环形分布，而半径较大时此现象即可忽略，而半径过大时(400 像素点)其光强已经相对较弱，变化不再明显。

(3)干涉色环的出现

通过锥光干涉的图像中，我们可以看出，色环颜色与角度分布无关，仅仅与分布半径有关，这是由于其本质是折射率存在色散关系，其折射率随波长变化

$$n_o - n_e = f(\lambda) \tag{13}$$

而光程差 δ 应当仅与锥面顶角 θ 有关，即此时观测图像中的 r 有关，因此形成了一条条的延圆周分布的干涉色环。

4. 鉴定光性正负

接着我们用两种方法判断光性的正负。

a. 一级红片

首先我们利用一级红片判断光性正负，利用一三象限与二四象限的干涉色序的上升与下降判断，判断结果如表 7 所示。

表 7 一级红片光性判断结果

样品名称	色序变化	光性判断
z-LiNbO ₃	一三象限色序降低，二四象限色序升高	负光性
z-SiO ₂	一三象限色序降低，二四象限色序升高	正光性
z-Al ₂ O ₃	一三象限色序降低，二四象限色序升高	负光性
黑云母	一三象限色序降低，二四象限色序升高	负光性
大方	出现旋光图样	难以分辨
小圆	出现旋光图样	难以分辨

实验观测结果如图 20 所示

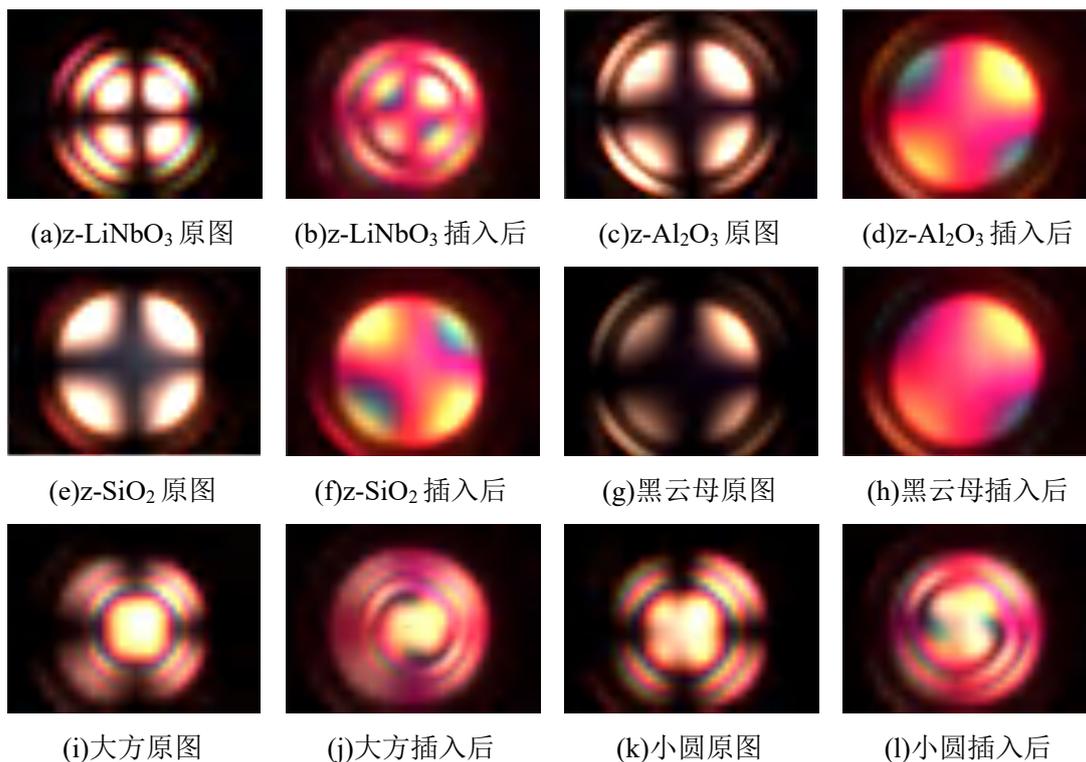


图 20 一级红片光性实验观测结果

对于大方和小圆，由于其具有旋光性，故用一级红片叠加后无法进行很好地观测，故无法判断。

b. 石英楔子

接着，我们用石英楔子对其进行判断，利用石英楔子不断插入时的干涉色环的吞吐，可以判断其光性正负结果如表 8 所示。

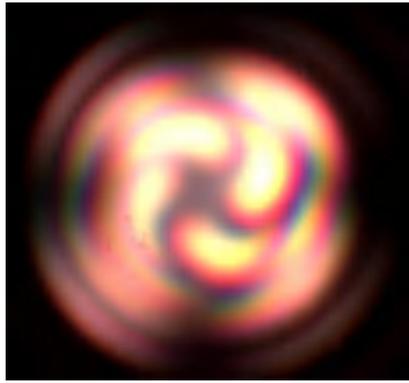
表 8 石英楔子光性判断结果

样品名称	插入石英楔子的实验现象	光性判断
z-LiNbO ₃	一三象限干涉彩环向外扩张，二四象限干涉彩环向内收缩	负光性
z-SiO ₂	一三象限干涉彩环向内收缩，二四象限干涉彩环向外扩张	正光性
z-Al ₂ O ₃	一三象限干涉彩环向外扩张，二四象限干涉彩环向内收缩	负光性
黑云母	一三象限干涉彩环向外扩张，二四象限干涉彩环向内收缩	负光性
大方	一三象限干涉彩环向内收缩，二四象限干涉彩环向外扩张	正光性
小圆	一三象限干涉彩环向内收缩，二四象限干涉彩环向外扩张	正光性

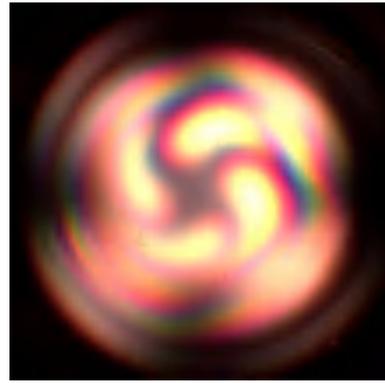
经过对比，可知其判断结果与一级红片一致，并且此时虽然大方和小圆具有较强的旋光效果，我们仍然可以通过干涉色环的移动判断其正负光性。

5. 判断旋光性

对于大方和小圆，已知其旋光性方向相反，故我们利用叠加的方式判断其旋光性，实验结果如图 21 所示



(a)小圆在上，大方在下

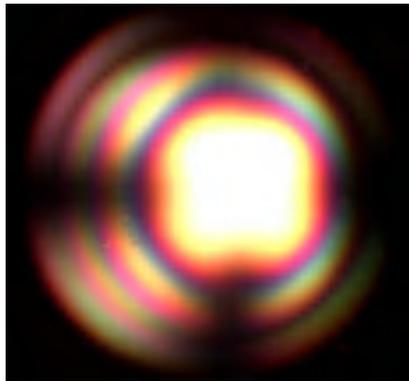


(b)小圆在下，大方在上

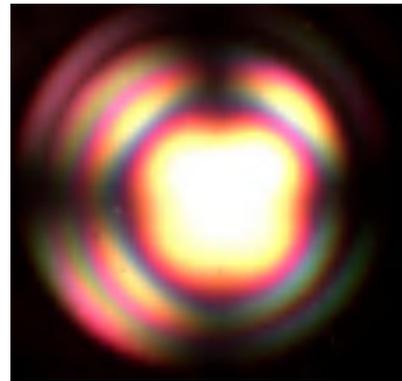
图 21 旋光性实验观测结果 1(大方小圆)

根据理论可知，大方在下时产生的埃利旋与左旋在下一致，因此大方为左旋，而小圆在下时埃利旋与右旋在下一致，因此小圆为右旋，即为两者的旋光性结果。

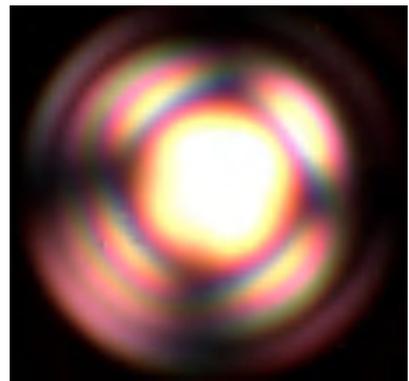
同时，我们利用同样的方法对 z 切薄石英进行判断，其实验结果如图 22 所示。



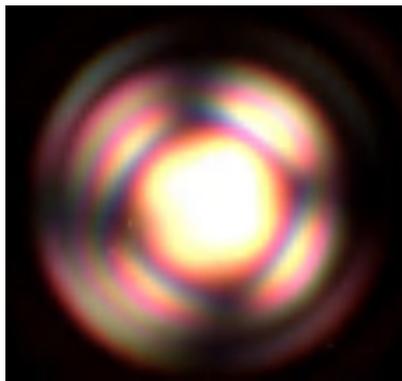
(a)小圆在上，薄石英在下



(b)小圆在下，薄石英在上



(c)大方在上，薄石英在下



(d)大方在下，薄石英在上

图 22 旋光性实验观测结果(薄石英与大方小圆堆叠)

通过实验结果的(a)、(b)我们可以观测到，小圆与薄石英叠加时无论什么顺序，均不会出现埃利旋，已经可以说明薄石英与小圆的旋光性一致，为右旋。

但我们为保证实验完整性，仍然可以利用大方对这个结论进行验证，通过大方与薄石英进行上下交叠，可以发现薄石英在下时的(c)产生的埃利旋为右旋在下所产生的，故薄石

英为右旋性，以及大方在下时的(d)也可看出埃利旋，进一步验证了薄石英的右旋性质。

但我们发现，薄石英与大方交叠时，埃利旋并不明显，此时仅能大致看出形状，经过分析，实际上是由于薄石英的厚度过小，其旋光效果并不明显，但我们可以进一步改进实验，利用实验时的两片薄石英叠加，其会产生更加明显的埃利旋，从而判断其旋光性。

6. 拓展实验

最后我们进行拓展实验，选取了 No.1 安山岩、No.6 流纹岩、No.10 蛇纹岩、No.20 生物灰岩分别利用偏光显微镜和锥光干涉的方法进行了观测记录。

a. 偏光显微镜部分

首先我们在正交偏光状态，不加一级红片而直接对各种材料进行瞬时值旋转，其结果如图 23 所示。

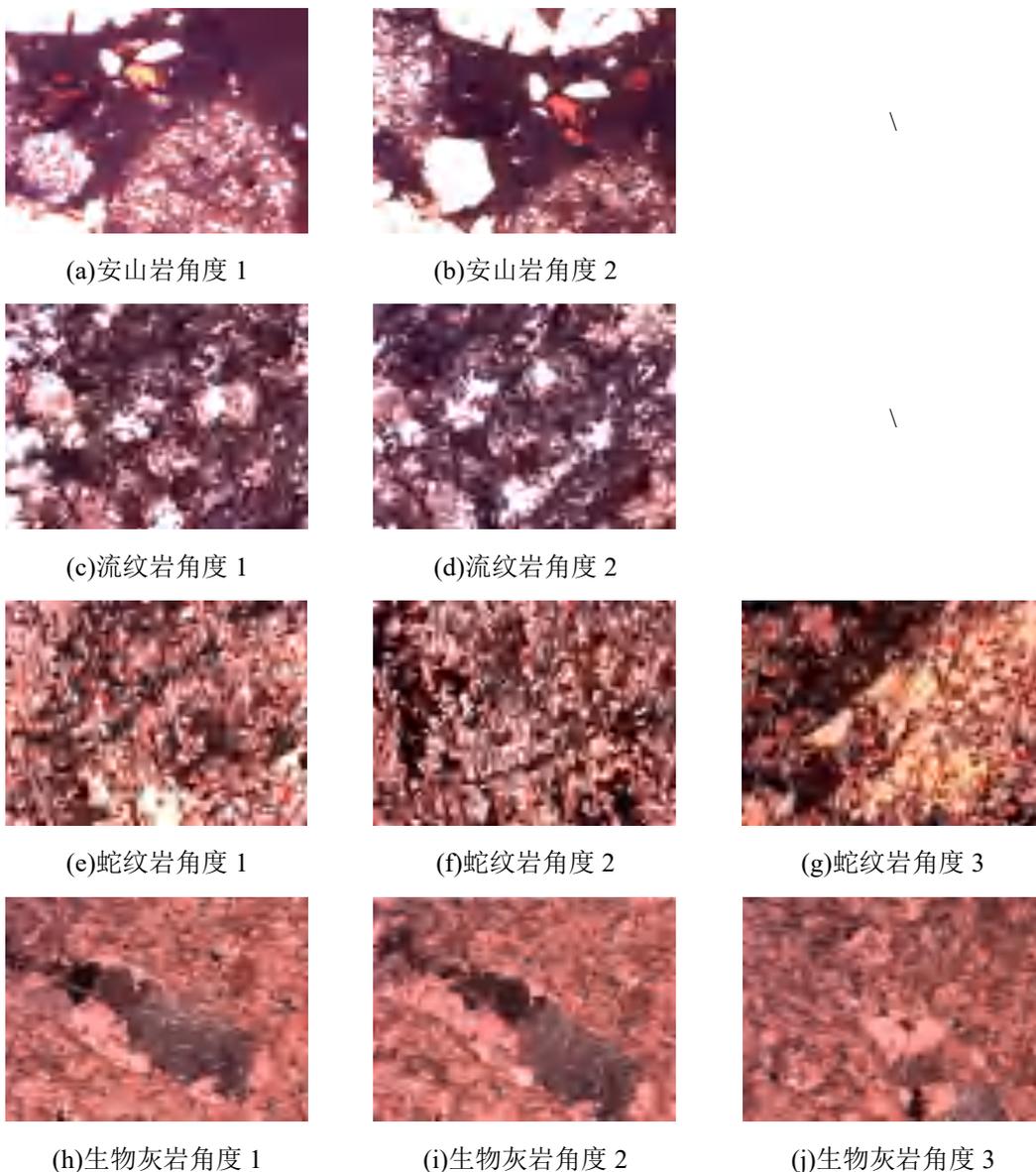


图 23 偏光显微镜矿物观测结果(不加一级红片)

对于所有的岩石片，我们发现，其某些部分在旋转中均会出现明暗交替的情形，即为各向异性的，并且不同的碎片周期并不一致，可能取决于其光轴方向。

对于蛇纹岩，我们发现其具有十分明显的大碎片，并且碎片的明暗度一致，因此其光轴应当是一致的，其余岩石的碎片均较小，这与岩石特性应当有关，属于地质学的内容，我们在此不再深究，而是探究其晶体性质。

接着，我们插入一级红片对其进行旋转，实验结果如图 24 所示

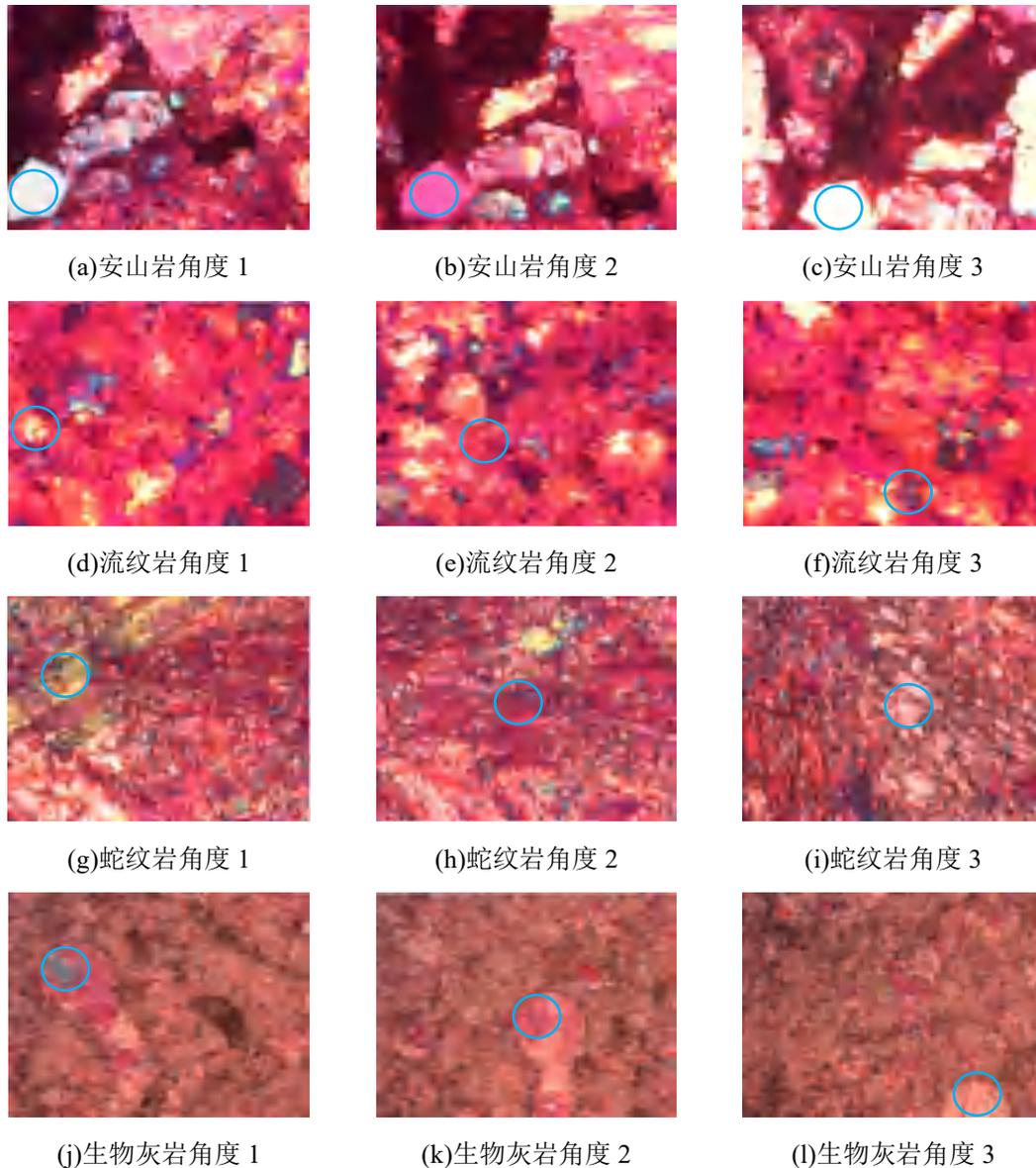


图 24 偏光显微镜矿物观测结果(加一级红片)

在加入一级红片后，可以发现其出现了颜色交替变化，为保证图像具有可比性，我们的旋转角度并非为 90° ，因此其晶体光轴方向应当具有倾斜角度，因此计算其光程差并没有很多的意义，在此仅仅对其颜色变化进行叙述，随着角度的旋转，各种岩石的颜色变化规律为：

- ① 安山岩：蓝—>红—>黄
- ② 流纹岩：黄—>红—>蓝
- ③ 蛇纹岩：黄—>红—>白
- ④ 生物灰岩：蓝—>红—>黄白

可知，安山岩和流纹岩的观测部分其光程差应当是一致的，而蛇纹岩和生物灰岩的观测部分具有不同的光程差。

b. 锥光干涉部分

接着我们对之前的岩石进行锥光干涉实验，分别测量了锥光干涉原图，插入一级红片后的图形以及石英楔子插入不同深度(光程差低、中、高)的图像，实验结果如图 25 所示。

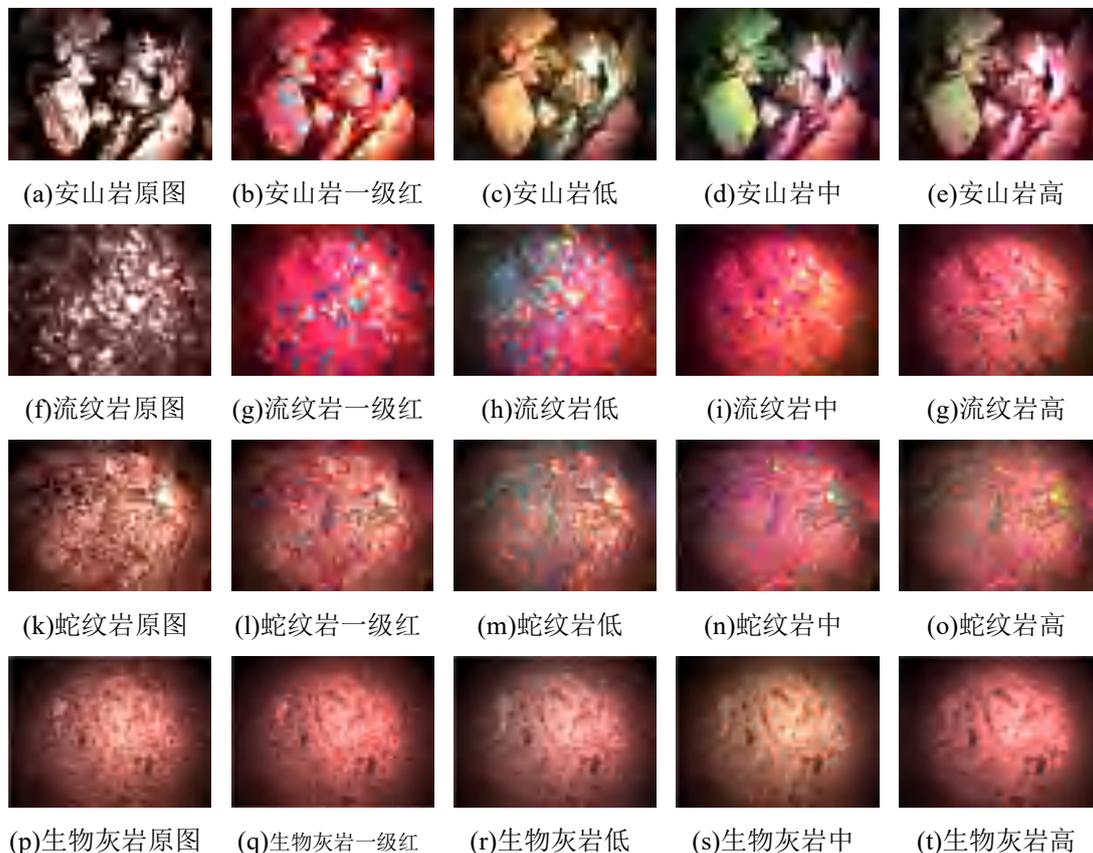


图 25 锥光干涉矿物观测结果

(1)对比插入一级红片的结果与原图：可以发现，各种矿物中均有蓝色与黄色区域，其即为光程差叠加或相消，即同名轴平行或异名轴平行，并且也有一级红色，说明可能此处并未产生光程差或者光轴与一级红片的光轴呈 45 度角。

这些现象说明矿物中存在着**各种轴向**的晶体，对于入射方向可能是各向同性也可能是各向异性的。但在我们观测的部分颜色分布基本上是十分零碎的，通过同种颜色的连续分布区域大小也可以看出安山岩和蛇纹岩能够观测到较大区域的同朝向晶体，但也并不是完全同向，其色斑也并不均匀。

(2)对比插入石英楔子的结果与原图：可以发现，由于矿物中存在着光轴朝向各个区域的晶体，并且其基本十分细微，石英楔子的光程差梯度在小区域内并不能产生较大的改变，因此难以出现锥光干涉现象。对比延左下角到右上角的 45°线，此时石英楔子对其光程差的改变是**等同的**，可以发现同一条 45°线上的不同位置显示颜色也是不相同的，说明晶体在不同小区域光轴朝向不同，产生不同大小的光程差。

由于所选晶体均并无较大的光轴朝向相同的区块，因此我们并未做定量分析，而是**定性**的分析了晶体的构成情况。

六、实验总结与思考

误差分析:

(1)人眼识别颜色的误差。在测量晶体慢轴方向时,方法2涉及颜色分辨,而人眼对小幅度颜色变动是难以捕捉的,我们在测量时所用的方法是利用周期性中两个相同颜色的角度,取其中间角作为同名轴平行或异名轴平行的角度,此方法能够大幅度减小识别误差,但仍然不可忽视。

(2)仪器分辨精度误差。偏光显微镜的最小分辨角度为 0.1° ,并且并未采用两侧的读取方法消除偏心差,因此实验结果精度有限,且偏心差并未消除。但实际上,测量的不确定度已经是测量精度的十倍以上,故精度的影响在人为观测的误差下应当可以忽略。

实验结论:

在本次实验中,我们首先利用偏光显微镜观测了部分晶体的各向同性或异性,结果为除了z-LiNbO₃和未知样品C之外,均为各向异性的,但这里的各向异性仅仅是对某个切法的晶片以及特定方向的入射光所述,LiNbO₃晶体并非是各向异性的。

接着,我们利用一级红片测量了各向异性波片的慢轴与长边夹角以及光程差,理论推导了慢轴方向,并且利用两种测量方法,二者相互对比,各自的测量角度偏差不超过两度,具体的方法及优势我们已经于前文叙述,并进行了不确定度分析;采用精度较高的方法1作为实验结果,可知晶体慢轴方向与长边夹角为:样品A(85.3°)、样品B(7.5°)、x-白云母(57.1°)、x-SiO₂(89.4°)。

同时,我们探究了新的测量方法,利用实验室现有的两片x-LiNbO₃晶片,假定为保证实验结果的一致性,两者光轴方向一致。首先尝试了直接两片叠加再用一级红片测量的方法,但此时光程差较大,无法确定光程差所在的色阶位置,但我们可以利用其光程差较大的特性,直接去掉一级红片进行观测;在正交偏光的条件下,一个x-LiNbO₃玻片所看到的视场为黄色,而两片同向的x-LiNbO₃玻片叠加时视场为蓝绿色,经过对比,可知一片的光程差为400nm,而两片的光程差为800nm,即此方法可以得到较大光程差的晶体玻片的光程差,但并不能得到慢轴方向。

然后,我们在锥光干涉的条件下观测了多种玻片的干涉图样,并对各种现象进行了分类,讨论了其特点,解释了“黑十字”、“干涉色环”等的产生机制,并对z-LiNbO₃的光强角分布进行了数值分析,理论与实验十分吻合,拟合评分R-Square=0.992。

接着我们进行了光性正负的判断,利用一级红片插入后各象限干涉色序的升降,以及插入石英楔子时各象限干涉色环的扩张或收缩,判断得到z-LiNbO₃、z-Al₂O₃、黑云母为负光性,z-SiO₂、大方、小圆为正光性,两种方法的判断结果一致。

再后我们测量了大方和小圆的旋光性质,在锥光干涉的条件下,利用两片上下叠加的方式,可以判断出大方为左旋,小圆为右旋;接着,测量了薄石英片的旋光性,同样令其分别与大方、小圆叠加,在薄石英和小圆叠加时,并未出现埃利旋,说明薄石英和小圆的旋光性一致,且再令薄石英与大方叠加时,出现埃利旋,进一步也可验证薄石英的旋光性质为右旋。

最后,我们进行了扩展实验,选取了No.1安山岩、No.6流纹岩、No.10蛇纹岩、No.20生物灰岩分别利用偏光显微镜和锥光干涉的方法进行了观测记录。对于安山岩和蛇纹岩可以观测到较大区域的光轴相同的晶体,能够观测到与之前相似的结果。但由于岩石中晶体取向十分随机,并不是严格的x切或z切,部分区域的明暗周期以及插入一级红片后的颜色变换周期十分短,变化角度不是严格的 45° 或 90° ,利用这个性质或许可以测量其晶体朝向,但由于时间限制以及矿物晶体十分细小,难以进行定量分析。

总的来说,在本次实验中,我们利用偏光显微镜在正交偏光以及锥光干涉的条件下观测了多种晶体的性质,测量了其光程差、慢轴方向以及正负光性和旋光性,实验分析到位,测量方法多样,实验较为成功。

[思考题]

1. 光性正负鉴定两种方法的异同点, 以及其适用的 z 切样品类别。

光性正负鉴定的两种办法是: 一级红片鉴定与石英楔子鉴定。

相同点:

两种办法都采用了“光程差补偿原理”, 即同名轴重合光程差增加, 异名轴重合光程差减小, 即都是利用光程差的改变导致的现象来判断光性正负。

不同点:

一级红片鉴定是利用一三象限以及二四象限的干涉色改变来判断光性正负, 观测静态状况, 操作更为简单。而石英楔子可以通过观察干涉色环的收缩与扩张从而得到光性正负, 观测动态状况, 判断更为迅速。

适用的 z 切样品类别:

对于一级红片, 其能够整体改变光程差, 对于厚度薄或双折射率较为接近的晶体, 此时干涉色环较为稀疏, 倘若增加一级红片, 可能导致干涉色环移动较大范围, 色环移动出视野范围内, 从而导致无法比对色环位置。故对于厚度**较厚**或双折射率**差值较大**的晶体, 利用**一级红片**进行观测是较为合理的, 能够保证色环移动后仍然能在视场中找到。但倘若晶体具有旋光性, 厚度较厚会导致旋光效果十分明显, 因此用一级红片难以判断其光性正负, 故适用条件并非一概而论, 应当实验中利用现象进行判断, 从而得到更为合理的结果。

对于**石英楔子**, 其主要是通过观测色环的收缩与扩张来判断光性正负, 无论其厚度以及双折射率的大小, 实际上都能观测到色环的移动, 因为这是十分明显的。

2. 平行轴切样品的锥光干涉图随样品台旋转变化的原因。

首先我们应当知道干涉图的产生机制, 对于黑色条纹, 其本质是因为与光入射方向垂直的晶面, 其折射率椭球的长轴与短轴与光的偏振方向平行, 也即与起偏器方向相同。

对于平行轴切片, 其折射率椭球在晶面上是椭圆, 当长轴与短轴与起偏器方向一致时, 此时沿着光轴或垂直于光轴平面传播的光的偏振方向必定沿着椭圆长轴或短轴, 因此出现正交黑十字条纹。

当样品旋转一定角度(小于 90°)后, 光线的偏振方向不变, 但椭圆面发生了旋转, 因此偏振方向必然不沿着椭圆的长轴或短轴方向, 故黑色部分将变为明亮区域, 正交的黑十字消失, 细致分析后可知, 此时图像中一三象限或者二四象限中将出现双曲线形状的黑色条纹。

3. 如何判断斜切样品光轴偏离方位。

方法1:

利用一台可以旋转的晶体架, 将晶体置于架子上, 通过旋转晶体架旋转晶体光轴, 观察是否出现四次消光现象, 若出现则调整倾斜角度, 直到视场始终全暗时, 此时光轴正对CCD, 即光轴垂直于实验台, 读出晶体架旋转的角度, 即为光轴偏离的方位。

方法2:

利用折射率椭球, 通过获取某个晶体 x 切与 z 切的折射率椭圆, 然后利用此时倾斜的折射率椭球以及三角函数计算得到偏离方位。

方法3:

可以利用锥光干涉的黑十字对其进行观测，如方法1，我们可以将判断方式换为观测黑十字中心，若黑十字中心位于视野中央，此时倾斜角度即为光轴偏离的方位大小。

4. 对于观察者来说，观察消光现象和观察锥光干涉图时，应分别注重观察什么内容？

消光现象：

观察旋转载物台的过程中视场的明暗变化，即所谓的消光现象，并且记录消光的角度。在添加一级红片后，应当留意旋转过程中的颜色变化，以及光程差极大值和极小值对应的角度。

锥光干涉：

黑十字位置、形状、十字的粗细程度，干涉色环的颜色、级次、宽度；转动载物台过程中的黑十字中心的移动，形状的变化，是否分裂，色环跟随黑十字的移动；插入一级红片后观测干涉色环色序的升降；移动石英楔子的色环扩张或收缩等。

5. 实际观察到的消光现象与你设想的有哪些不同？如何解释？

①在我们的观测中，视场无法达到理论所述的全暗。由于室内并未关灯，外界存在一定的光照，因此无法保证视场为全暗，但这也足够我们去判断偏振片正交以及四明四暗的现象。

②铌酸锂虽然是各向异性的晶体，但z-LiNbO₃在正交偏光下的消光实验结果却是各向同性，说明其z切的切面折射率椭球应当为圆形，此时对于z方向入射的光是各向同性的，因此才会观察到视场不变的现象。

③理论上z-LiNbO₃的锥光干涉图应当满足图像中心与CCD画面中心重合，并且光强分布图应当是中心对称的，但是我们的实验结果并不满足上述情况，原因可能是晶面和光轴并非完全垂直，也可能是由于CCD和光源并未对其导致的，我们可以通过调整CCD或光源位置等来实现更为精确的观测，因为这也会影响锥光干涉成像特点。

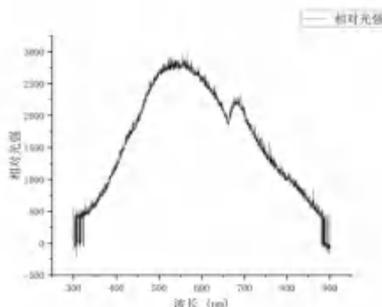
④x-LiNbO₃和x-SiO₂的锥光干涉图像如同偏光显微镜下的四明四暗现象，但根据理论，其锥光干涉图案应当与双轴晶体（黑白云母）基本一致，故我们猜测实际上其也出现了双曲线形状的黑色图案，但由于CCD视野不够大，或者说是由于物镜放大倍数太大，只能捕捉到中间的一小部分区域黑色图案，而双曲线分离时，其也只能捕捉到全亮视野，从而如同四明四暗现象。

6. 观察消色时，你看到的颜色可能没有列表中的那么丰富，为什么？此时你该如何应用消色法则？

原因：

①人眼并不能分辨一些微小差距或者变化迅速的光，分辨能力有限。

②实验中使用的偏光显微镜的光源为卤素光源，其光谱并不均匀，可能会跳过某些色谱，因而并没有列表中那么丰富。实际上，我们在基础物理实验中测量过溴钨灯的光谱，其如下图所示。



其光强分布区间有限,基本在500~600nm之间,并且我们在实验中基本上只观测到了黄、绿、橙颜色的光,说明其也会对实验结果产生影响。

③晶体玻片的光程差有限,因此叠加一级红片后的光程差范围也是有限的,在玻片光程差较小时,视场甚至可能只显示一级红色。

④环境光对显色可能也会有略微的影响。

应用消色法则:

①在具体测量之前,我们可以先将载物台旋转一周,观测其颜色变化周期,对光程差所处的大概位置有一定的概念,从而能够更好地判断光程差极值点。

②对于较薄的玻片,可以采用两片叠加的方式进而得到更大的光程差,从而显示出更多的颜色,但也要注意其变化过程,以免跳过某些色谱。

7. 各向异性的晶体放于正交偏光镜下,当转动载物台一周时,出现四次消光,如何解释?

此题我们在之前进行过解释,在此进行重述:可以利用理论推得,在晶体不断转动过程中,其光强满足

$$I \sim A_{0e}^2 \sin^2 2\alpha \sin^2 \left[\frac{\pi d(n_e - n_o)}{\lambda} \right]$$

(1)对于入射方向各项同性的晶体,有 $n_e = n_o$,因此其此时仍然满足正交偏光,视场全暗,并不会出现四明四暗的现象。

(2)对于入射方向各向异性的晶体,其折射率椭球并不是圆形,因此 $n_e \neq n_o$,公式中的最后一项并不为0。 α 的意义是光轴与起偏器的夹角,在旋转一周的 2π 以内, $\sin^2 2\alpha$ 有两个周期,在 $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ 时,此时光强为0,视场为暗,而在 $\alpha = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ 时,此时光强为最大值,因此产生四明四暗的周期性现象。

8. 双折射率较低时,黑十字粗些,而双折射率较高或双折射率不太高而晶片较厚时,黑十字较前者细些,如何解释?

通过对比z-Al₂O₃和z-LiNbO₃可以发现,前者的黑十字较粗,而后的黑十字较细,实际上,黑十字的粗细也关联着色环的粗细,因此我们可以通过分析色环的粗细来阐述黑十字的粗细。

我们之前给出了z切单轴晶体的出射光强公式,其满足

$$I_{out} = I_0 \sin^2(2\alpha) \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

其中 $\delta = 2\pi(n_e - n_o)L/\lambda$,L为晶体中光线走过的距离, $n_e - n_o$ 随着倾角的变化而变化,当双折射率较高时,此时 δ 在相同的晶体厚度下相对于双折射率较低的晶体变化更大,因此其色环更细,黑十字也更细;而对于晶体厚度较厚时,其也会带来更加明显的 δ 变化,因此色带越密集,故黑十字更细。

9. 平行光轴切片的晶体其厚度d较大时,沿光轴方向的干涉色是否肯定愈向外愈低?为什么?

不一定,因为双折射造成的相位(光程差)是由光线走过的距离和双折射率之差共同决定的,故对于平行面切片,虽然越向外侧其双折射率低,但距离仍在增大,二者乘积变化应当取决于二者乘积,变化不能确定,不能一概而论。

[参考文献]

- [1]王景贺,陈明君,董申等.KDP 晶体光学零件超精密加工技术研究的新进展[J].工具技术,2004(09):56-59.
- [2]杨傅子.从晶体光学到液晶光学—液晶物理的光学研究方法进展[J].液晶与显示,2016,31(01):1-39.
- [3]罗苏南,叶妙元,朱勇等.锆酸铋晶体光学电压传感器性能研究[J].华中理工大学学报,1999(10):42-44.
- [4]夏士兴,张月娟,李兴旺等.Fe²⁺ : ZnSe 激光晶体光学吸收及激光输出性能[J].激光与红外,2014,44(09):1000-1002.

[原始数据及签名]

中山大学《近代物理实验》预习报告

晶体光学性质的观测分析

$\leftarrow \text{LiNbO}_3$
 法1: 红 43.0° | 黄 90.7° | 红 131.9° | 黄 182.2° | 红 220.8° | 黄 262.0° | 红 319.2° | 黄 357.6°

法2: 全暗 40.2° $\begin{cases} \rightarrow 85.2^\circ \text{ (黄)} \\ \rightarrow 325.2^\circ \text{ (黄)} \end{cases}$ 天然晶片

A1
 法1: 绿(760nm) 79.3° | 红(575nm) 128.7° | 黄(380nm) 170.5° | 红 216.7° | 绿 264.9° | 红 312.0° | 黄 356.2° | 绿 361°

法2: 全暗 $\rightarrow 40.3^\circ$ $\begin{cases} \rightarrow 85.3^\circ \text{ 绿色(760nm)} \\ \rightarrow 325.3^\circ \text{ 黄色(380nm)} \end{cases}$

B1
 法1: 红 53.0° | 黄 94.5° | 红 134.9° | 水绿 181.8° | 红 224.1° | 黄 281.5° | 红 321.0° | 水绿 6.0°

法2: 全暗: 52.5° $\begin{cases} \rightarrow 97.5^\circ \text{ (棕色)} \rightarrow 460\text{nm} \\ \rightarrow 75^\circ \text{ (蓝绿色)} \rightarrow 700\text{nm} \end{cases}$

两片 LiNbO_3 , 同向叠合, 不加红色玻璃片

单玻璃片 \rightarrow 黄色 $\rightarrow 400\text{nm}$
 双玻璃片 \rightarrow 绿色 $\rightarrow 800\text{nm}$ \rightarrow 可得 $\Delta 400\text{nm}$

李定秋

第二次记于A4纸

李定秋

《近代物理实验》课程实验报告

学院：物理学院

专业：物理学

年级：2021 级

实验人姓名（学号）：路尚润（21305127）

合作人姓名（学号）：巩元昊（21305179）

2023 年 10 月 11、18 日 下午

气体放电与等离子体诊断

一、实验目的

- 1.学习气体放电的原理、物理图像。
- 2.掌握气体放电与等离子体诊断仪的使用方法
- 3.测量气体放电的 V-I 特性曲线并分析不同阶段放电形式。
- 4.观察正常辉光放电的外型并解释现象。
- 5.了解空间电荷及等离子体，根据朗缪尔探针测量的 I-V 特性曲线计算电子温度、等离子体密度。

二、实验原理

1. 引言

等离子体是一种电离气体状态，其中电子和正离子以及其他中性粒子以高度激发的状态存在，其在现代科学和工程中扮演着至关重要的角色。气体放电是一种通过将电场应用于气体中来激发气体分子并产生等离子体的方法。这一过程在许多实际应用中都发挥了关键作用，如等离子体显示器^[1]、医学^[2]、核聚变和天体物理学研究^{[3][4][5]}。

在本实验中，我们首先测量了气体放电的伏安特性曲线，并且用单探针的朗缪尔探针法测量了电子温度以及等离子体密度，在仪器由一定问题的情况下仍然实现了较好的实验效果。

2. 气体放电的基本特点

金属中参与导电的是处于费米能级以上的自由电子，而正离子只能在平衡位置附近来回震荡。而气体基本上是有中性的原子或分子组成的，本身并不存在可以参与导电的带电粒子（即载流子），气体之所以具有导电性，是由于以下几个方面的影响导致的：

(1)外界对气体的刺激（受激载流子）：主要指自然界中存在的各种辐射粒子与气体分子碰撞，或者在高温下气体分子之间的碰撞时，气体分子将发生电离生成电子和正离子从而作为载流子参与导电。

(2)气体放电中，内部相互作用形成载流子（自激载流子）：在(1)中生成的电子、正离子或者光子与气体分子继续碰撞，将使得气体分子进一步电离成新的载流子。亦或者是气体分

子撞击电极产生光电子等。

对比金属导电和气体导电不难发现：参与金属导电的载流子是电子，它是金属固有的，其密度在一般情况下是恒定不变的；参与气体导电的载流子不仅有电子而且有正离子，而且其密度随外界情况和粒子的运动情况的变化而不断变化，这是气体放电区别于金属导电的基本特点之一。

通过近似自由电子模型算出的电导率表达式为：

$$\sigma = ne^2 \frac{\bar{\lambda}_e}{m_e \bar{C}_e} \tag{1}$$

温度一定的时候,电导率只由电子面密度 n 和平均自由程 $\bar{\lambda}_e$ 决定。一般金属的这两项参数都是固定的，但是对于气体而言， n 和 $\bar{\lambda}_e$ 均与外界条件有紧密的关联，从而导致其伏安特性曲线是一条几何形状较为复杂的形状。

(3)同时，由于气体导电中，电子和离子均被电场加速，且相互作用形式十分复杂，故考虑能量转换时不光要考虑可以转换成激发能、电离能、光能等一系列不同形式的能量，还需要考虑不同能量所占的百分比。

3. 气体放电实验

气体放电的实验装置可以用如右所示的简图，整个过程在真空玻璃管中进行，此玻璃容器成为放电管。真空度一般为十分之几个托，管内有两个电极。放电管通过可变电阻 R 调节其两端电压。为了测量放电管电流，需要串联一个微安表；为了测量放电管两端电压，需要在放电管两端并联入一个伏特表。

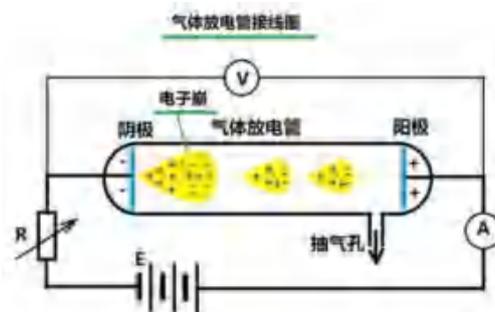


图 1 实验装置

在不同阶段，放电特点不同，不同放电现象区别主要在于特殊外形。

(a)汤生放电：随着放电电压增加，放电过程的外界因素产生的电子与中性粒子碰撞将产生自激电子，从刚刚产生自激电子开始到发生破裂为止的阶段叫汤生放电。特征为：不稳定放电，光比较虚弱且受电极温度等因素影响明显。

(b)辉光放电：破裂后，电流随着电压增大而减小，并趋于稳定。此时，放电管的阴极表面的部分或者整个区域出现了柔和的辉光，放电进入辉光放电阶段。

(c)正常辉光放电：进入辉光放电后随着电流的增加放电电压保持稳定不变的阶段，同时放电管内的气体出现了明暗相间的若干个区域；应用稳压管，霓虹灯制造领域。

(d)异常辉光放电：正常辉光放电结束后随着电流的增加放电电压也开始增加(接近线性增加)的阶段；应用在等离子体清洗、磁控溅射等领域。

(e)弧光放电：当异常辉光放电到达最高时，随着电流的增加，其电压突然下降到几十伏

特保持不变，电流急剧增加到 100A 以上。同时电极表面发射大量电子形成耀眼的弧光，进入了弧光放电阶段，弧光放电由于电流剧增发热量大，为保证安全阴极需要水冷并引线加粗；应用与电弧离子镀膜，真空自耗炉等。

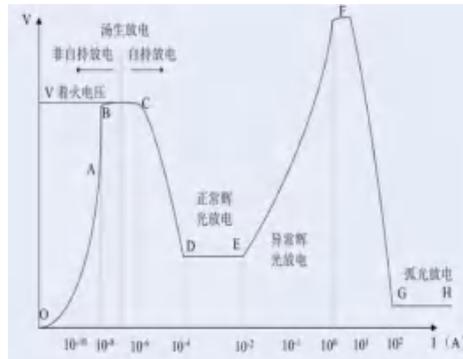


图 2 气体放电伏安特性曲线及分区

本次实验主要研究正常辉光放电区域内的放电现象。

4. 正常辉光放电现象及其解释

辉光放电有别于汤生放电的主要特点是它有特殊的外形，如右图所示。主要由明暗相间的四个区域组成。从阴极（图 3 中右侧）到阳极（图 3 中左侧）依次为：阴极位降区、负辉区、法拉第暗区、正柱区。其中正柱区是电子和离子杂乱无章的运动区，电场消失，被称为等离子态或等离子体区。

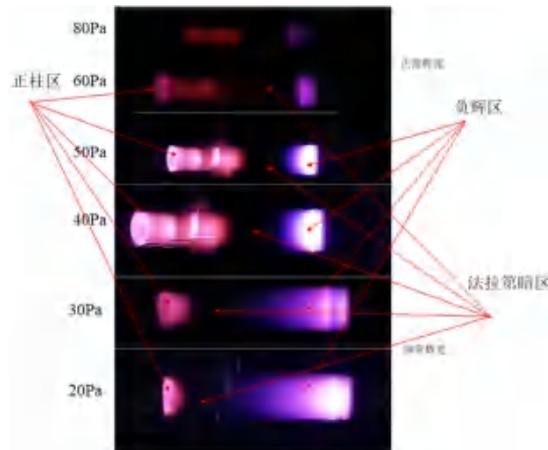


图 3 放电管辉光放电的外形图

5. 等离子体诊断

调节放电管两端的电压、电流，使其处于正常辉光放电区域，调整正柱区形状，使朗缪尔探针位于正柱区的光亮区域，此时探针位于等离子体区。调节朗缪尔探针的电位，测量朗缪尔探针对地的 I-V 特性曲线。

等离子体空间电位：等离子体相对于地的电位(差)。

等离子体密度：等离子体由电子和正离子组成，宏观呈现电中性的物质状态，因此宏观的电子密度和离子密度相等也等于等离子体密度。

电子温度：等离子体中大量电子做运动具有的动能的宏观表现即温度。探针悬浮电位：朗缪尔探针悬浮在等离子体中(由于是悬浮状态探针电流为零)时探针相对于地的电位差

德拜长度：德拜长度描述等离子体最小尺度，只有大于德拜长度的尺度才可以认为是等离子体，小于德拜长度区域内存在的电子离子的局部不稳定运动或者说局部空间电荷不为0，不能认为是等离子体。因此 德拜长度是等离子体重要的指标，一般朗缪尔探针的针尖尺度应该小于德拜长度以至于接触式测量不至于对等离子体产生干扰。

朗缪尔探针诊断：结构上朗缪尔探针是一个高熔点金属丝(本实验中：直径 $D=0.12\text{mm}$ ，长度 $L=10\text{mm}$)并做真空密封处理。一般用钨丝或钼丝或钽丝，真空还原环境也可以用石墨丝。

实验原理如下图所示，朗缪尔探针插入放电管中(真空密封)，接触等离子体；另一端与驱动电源(输出 $\pm 100\text{V}$ 电压)相连，而驱动电源另一端则与放电管的阳极和地相连。数字电压表 V_2 和电流表 A_2 分别实时显示朗缪尔探针的电压和电流值。这里假定阳极位降可以忽略(因为阳极位降很小，有时正有时负有时为0)。



图4 气体放电与等离子体诊断放电电路

诊断结果如下图所示：

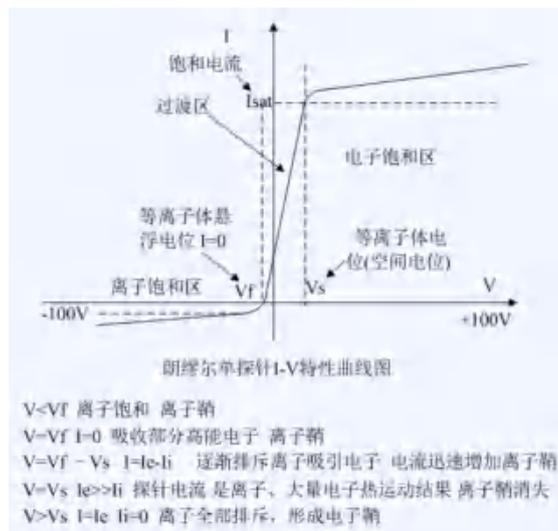


图5 气体放电诊断结果

从中读取出空气放电的等离子体悬浮电位（即 $I=0$ 处的电位），等离子体空间电位（即电流饱和处的电位）。

在电子电流区（即过渡区），根据麦克斯韦方程，将 $I - V$ 曲线转化为对数坐标 $(\ln(I) - V)$

表示时，其斜率为 e/kT_e ，根据斜率可以计算出电子温度，用能量单位表示即为 kT_e 。

计算出电子温度之后，可以根据电子温度计算出等离子体密度（即等离子体区电子或离子的密度）为：

$$n_e = \frac{I}{eAv} = \frac{I}{eA} \sqrt{\frac{2\pi m_e}{kT_e}} \quad (2)$$

6. 过渡区离子密度公式相关推导

当探针电压逐渐增大时，探针周围将逐渐形成明显的德拜鞘 (Debye sheath)，如下图所示：



图 6 过渡区气体状态

此时认为电子满足 Maxwell 玻尔兹曼分布

$$f(v_x)dv_x \propto e^{-\frac{m_e v_x^2}{2k_B T_e}} \quad (3)$$

如果仅仅考虑能够穿越鞘层的部分电子，利用能量守恒，可知其速度满足

$$v \geq v_0 = \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m_e}} \quad (4)$$

故电子的平均速度为

$$\bar{v} = \frac{\int_{v_0}^{\infty} f(v_x)v_x dv_x}{\int_{-\infty}^{\infty} f(v_x)dv_x} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{2\pi m_e}} e^{-\frac{q_e \Delta V}{k_B T_e}} \quad (5)$$

利用电子的围观表达式可知

$$I = neA\bar{v} = I_0 e^{-\frac{q_e \Delta V}{k_B T_e}} \quad (6)$$

其中 $I_0 = neA \sqrt{\frac{k_B T_e}{2\pi m_e}}$ 。但此时我们仅仅考虑了一维情况，对于三维情况，我们利用柱坐标下的电子速度，经过细致推导即可得到相同的公式，具体可以参考文献^[6]，我们不再过多论述，而是注重物理图像。

三、实验内容

1. 气体放电实验操作：

(1)启动仪器，将放电管抽真空至 5Pa 以下；缓慢旋转气压微调阀，使真空度稳定在设定值。打开电压电源，检查 3 个电位器旋钮，使其处于最低档位，将总电压调至 1050V 左右。

(2)测量 V-I 特性曲线。依次拨动“限流电阻调节开关”，记录下放电管电压 V 和电流

I, 观察不同的电压电流下的放电管 V-I 特性曲线的差异。

(3)装置复原。

2. 等离子体诊断实验操作:

(1)启动仪器, 将放电管抽真空至 5Pa 以下; 缓慢旋转气压微调阀, 使真空度稳定在设定值。打开电压电源, 检查 3 个电位器旋钮, 使其处于最低档位, 将总电压调至 1050V 左右。

(2)调节放电管的 V-I 特性曲线, 使朗缪尔探针位于等离子体区 (即正柱区)。

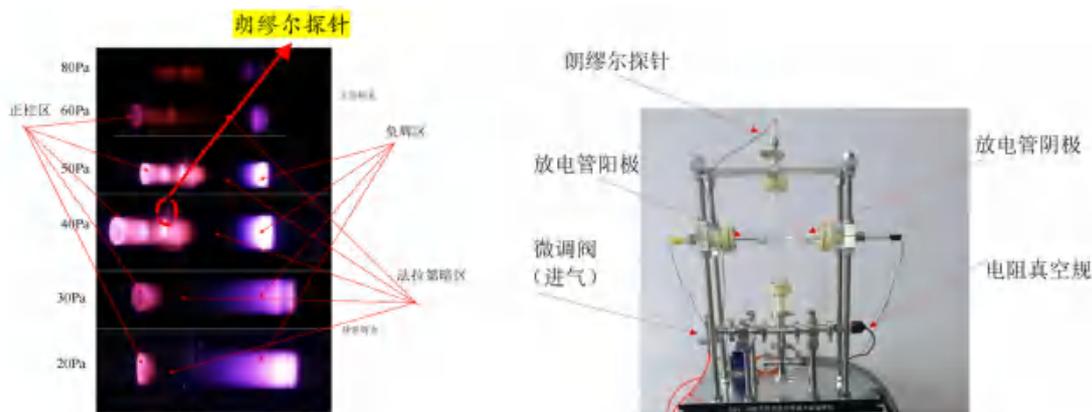


图 7 朗缪尔探针位置示意图

(3)测量等离子体的 I-V 特性曲线, 测量范围从-100V 至 100V。读出等离子体悬浮电位、等离子体空间电位。

(4)装置复原。

四、实验数据及分析

1. 气体放电实验

a. 气体分区

首先我们进行了气体放电实验, 通过在不同气压下测量气体放电伏安特性曲线, 我们将四者一同作图, 结果如图 8 所示, 并对每个气压下进行画图并给出实验现象图, 实验结果如图 9 所示。

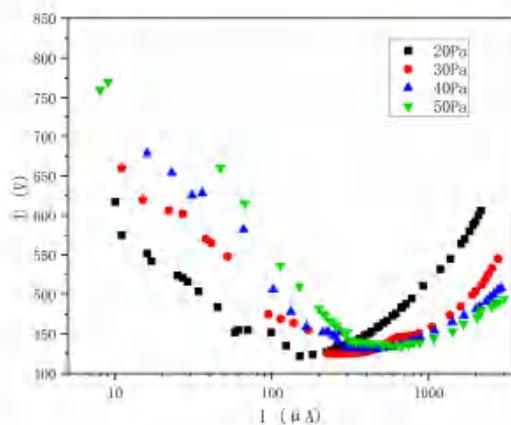


图 8 不同气压下气体放电的伏安特性曲线汇总图

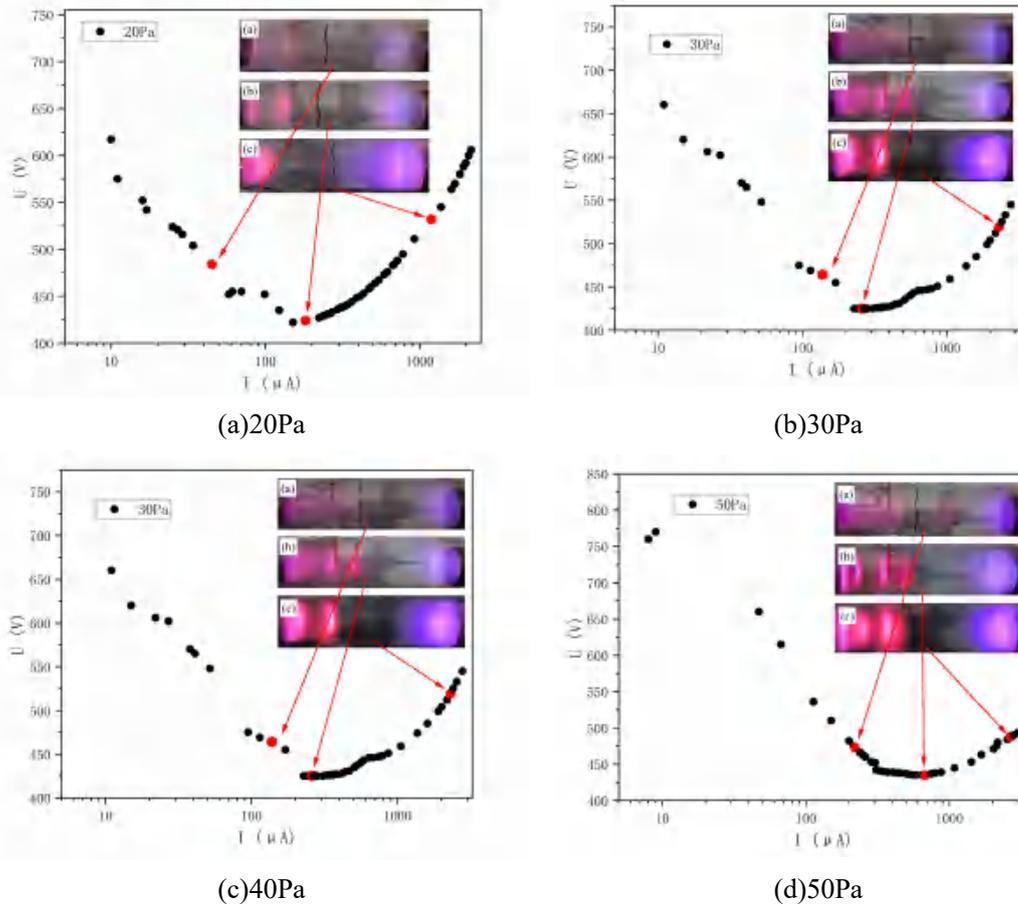


图 9 不同气压下气体放电的伏安特性曲线

可见，除了 20Pa 下曲线并没有十分明显的正常辉光放电的水平线阶段，其余的压强下均有十分明显的水平线。根据图 9 中的测量，可以发现我们测量的放电曲线可分为三个阶段：

(1)汤生放电与辉光放电：对于每个子图中的(a)示意图，其为汤生放电或辉光放电阶段，此时气体光芒较弱，并且根据实验结果可以看出，此时气体电压波动较大，因此为一种不稳定放电，其受到气流影响十分明显，而我们的气压计也并不稳定(在等离子体诊断部分进行了细致分析)，因此在实际实验中我们也观察到了气体状态的闪烁，也体现了其不稳定。最后气体在不断下降中逐渐稳定，过渡到辉光放电阶段。

(2)正常辉光放电：对每个子图的(b)示意图，其为正常辉光放电阶段，此时可以从图中看出其有着明显的特殊外形，即正柱区、法拉第暗区和负辉区，并且光强较大。

(3)异常辉光放电：对于每个子图中的(c)示意图，其为异常辉光放电阶段，此时电压近似与电流呈线性增长，并且气体亮度也较高。

我们按照三个部分分别对气体性质进行分析。

b. 汤生放电与辉光放电

首先将四种压强下在此阶段的曲线作出，并进行直线拟合，其结果如图 10 所示。

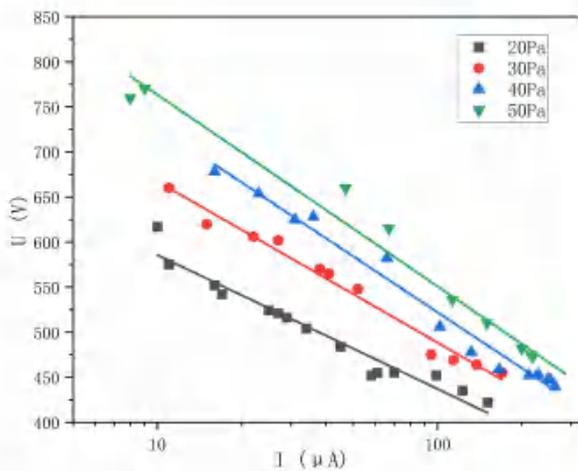


图 10 不同气压下气体汤生放电和辉光放电阶段的伏安特性曲线可以看出，其在对数坐标下的特性曲线近似为线性，因此可以将其写为

$$I = e \frac{U - \text{Intercept}}{\text{Slope}} \tag{7}$$

其各种压强下的斜率以及 y 轴上的截距比较示意图如图 11 所示。

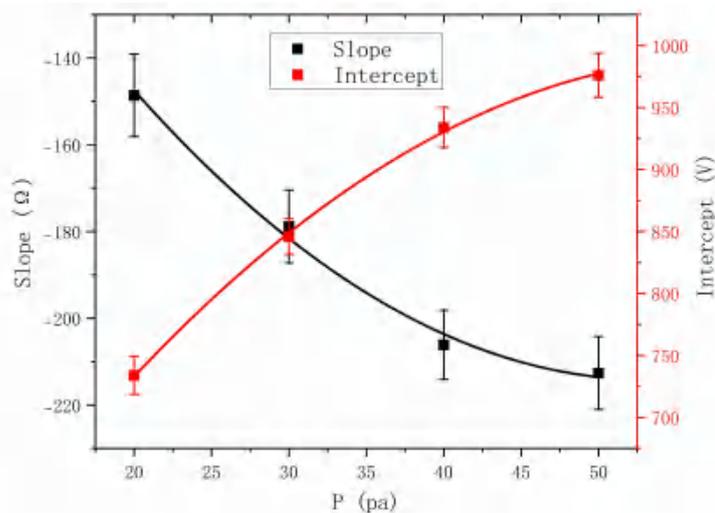


图 11 不同气压下气体汤生放电和辉光放电阶段的拟合斜率、截距比较我们分别对斜率和截距用二次曲线进行拟合，可以得到

$$\text{slope} = 0.06P^2 - 6P - 40 \tag{8}$$

以及

$$\text{Intercept} = -0.17x^2 + 20x + 400 \tag{9}$$

拟合评分 R-Square 分别为 0.993 和 0.999，可见拟合效果极好，但其内部的物理本质我们由于时间关系并未进行细致探究。

最后，我们发现汤生放电和辉光放电区域的电压整体随气压的增大而增大，可能是由于气体压强增大导致气体密度增大，从而导致电子等放电离子密度增大，因此电压增大。

c. 正常辉光放电

对于正常辉光放电区域，我们将气体稳定电压与气压的关系作图，如图 12 所示。

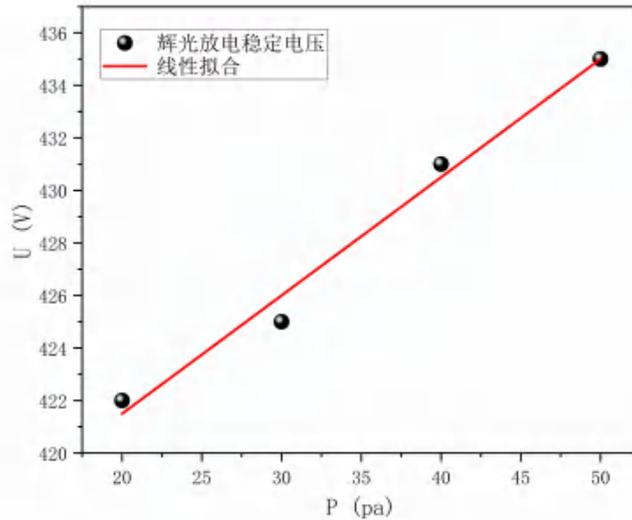


图 12 气体正常辉光放电阶段的稳定电压随气压的变化

拟合结果为

$$U = 0.45 P + 412 \tag{10}$$

拟合评分 R-Square=0.9854，拟合效果较好，正如我们在汤生放电和辉光放电最后的分析，随着气体压强增大，气体密度增大，因此其带电离子密度增大，因此其稳定电压也随之增大，这个结果也是符合我们预料的。

d. 异常辉光放电

在异常辉光放电区，气体伏安特性曲线近似为线性，因此我们对其数据进行提取并利用线性拟合，结果如图 13 所示。

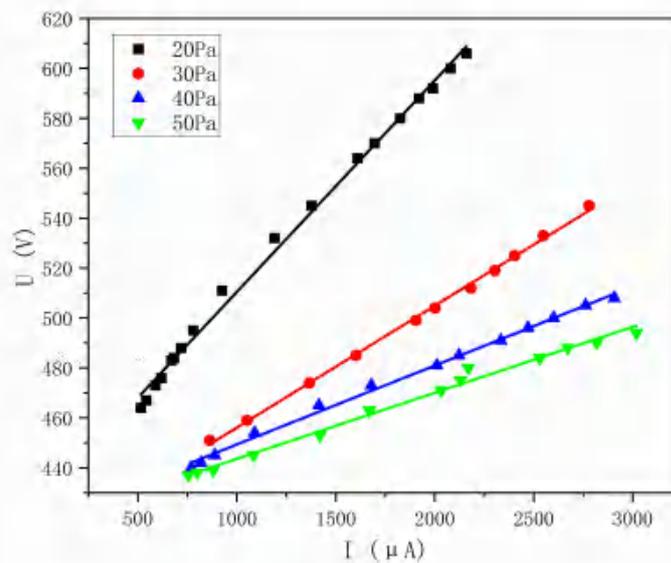


图 13 不同压强下的气体异常辉光放电阶段的伏安特性曲线

拟合评分均在 0.99 左右，可见其均保持十分良好的线性度，我们将其斜率进行提取作图，并利用二次函数对其进行拟合，可得

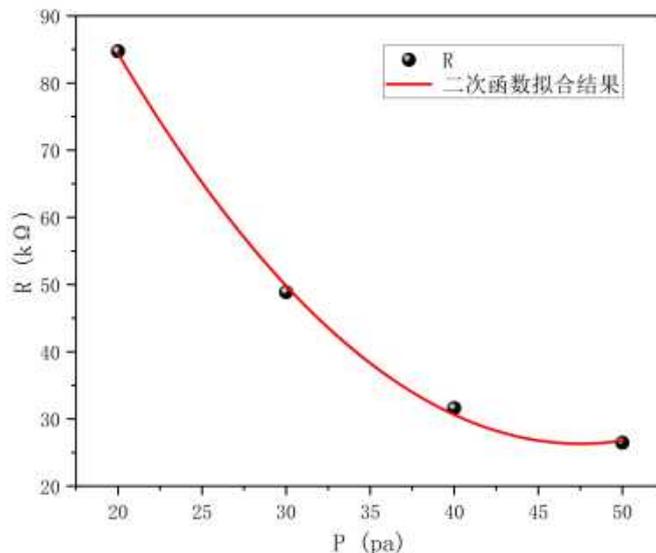


图 14 气体异常辉光放电阶段的斜率随压强的变化

拟合评分为 0.98，效果较好，但我们仍然需要增加实验点进行细致分析，故在此不再进行过多的分析。

2. 等离子体诊断实验

仪器问题说明：

(1)气压计不精准。在实验过程中，通过调节气压微调阀，我们可以发现，无论调节多么精细，仪器的气压均会从 34Pa 跳变至 40Pa，中间值并不能稳定存在，故气压计有问题，气压不可能在有限的气阀改变大小的条件下瞬间跃变。

(2)电流超量程。开始实验时，在进行第一组实验时，探针参数跳变后并未超量程，而我们在进行第二组实验(40Pa)时，发现探针仅仅在驱动电源为 5V 时即超量程了，而在更换探针后，其仍在 62V 以上**超量程**，无法再进行测量，但并不影响我们对斜率最大的线性区的分析。

(3)仪器漏气、不稳定。在实验过程中，我们发现气体难以稳定，其气体放电的发光区域有时会出现闪烁，并且通过我们实验测量的曲线也可看出实验条件具有较强的波动，并且波动位置相似。测量过程中我们发现气压计也会发生变化，故仪器应当存在一些波动。

(4)探针弯曲，导致吸收并不均匀。我们实验所用到的两个探针均有着明显的弯曲，其吸收离子或电子时十分不均匀，会导致实验中产生较大的波动，弯曲程度如图 15 所示，可以看出其吸收的不均匀性。

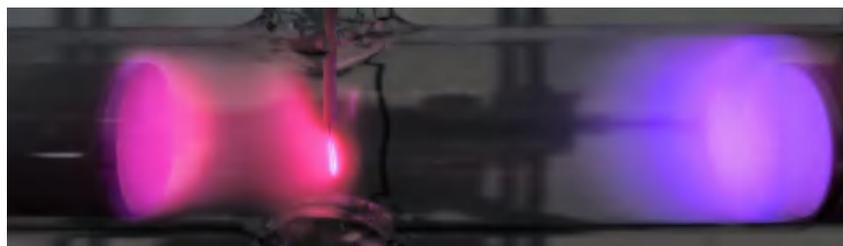


图 15 朗缪尔探针弯曲程度

(5)电流计不准确，会产生跃变。在测量过程中，我们发现在电流达到一定程度时，电

流表会产生跃变，虽然我们在测量中通过重复测量跃变点的电流值的方法，从而消除了跃变，但这也引起我们的思考，电流值的大小是否准确？在实验结果分析中，我们发现悬浮电位点出现的极早，电流为 0 时总电流并未得到过多的抬升，此时应当仍然为离子饱和区，因此我们猜想可能电流表零点设置并不合理，故电流的增长值才有意义。

在梁老师调试后问题也并未得到解决，且更换后的探针依旧有着明显的弯曲，但我们已经尽量用合理的方式进行分析，得到一个较为可信的结果。

a. I-V 特性曲线

在我们通过调节外部电位，在使得将朗缪尔探针位于正柱区，在开启朗缪尔探针之前，保证气体放电位于正常辉光放电区域，实验时气体两侧的电流与电压关系如表 1 所示。

表 1 等离子体诊断实验环境参数

实验组数	P/Pa	V/V	I/ μ A
1	30	465	1060
2	40	481	2033
3	34	465	1086

注：气压值并不准确，我们在仪器问题说明中已经进行了细致的分析。

并且由于中途更换过探针，仪器进行过拆卸，实验环境并不一致，因此我们考虑分三组进行分别讨论。

(1)更换探针前：

在更换探针前，我们测量了一组实验，即为组 1，其实验结果如图 16 所示

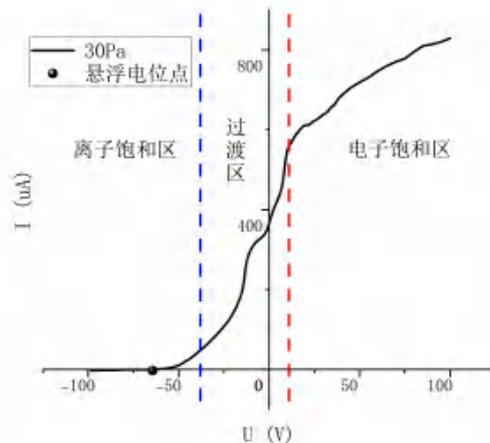


图 16 朗缪尔探针 I-V 曲线图(30Pa)

由图可见，曲线趋势较为明显，但由于气压波动以及探针弯曲等原因，其曲线有较大的浮动，但我们还是能够将三个区域分割开来，可以读出此时的诊断结果如表 2 所示。

表 2 等离子体诊断结果 1

压强/Pa	悬浮电位/V	空间电位/V	饱和电流/ μ A
30	-65	11	563

即为诊断结果。

(2)更换探针后：

在我们跟换探针后，其实验结果如图 17 所示。

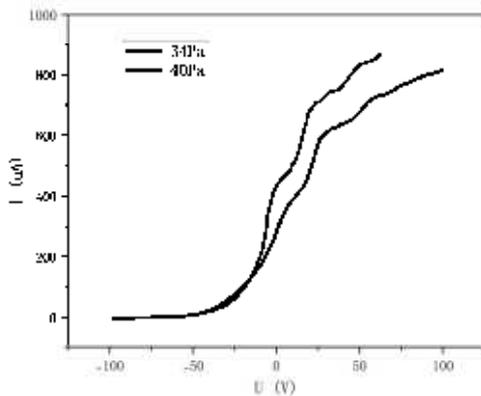


图 17 朗缪尔探针 I-V 曲线图(34Pa、40Pa)

注：40Pa 测量时电流表超量程，更换过探针，因此无法测量全部区间，但仍能测量到最大斜率的区间。

此时区域的分割方式与图 16 一致，因此我们不再对其进行作图分割，而是直接读取此时的诊断结果，如表 3 所示。

表 3 等离子体诊断结果 2

压强/Pa	悬浮电位/V	空间电位/V	饱和电流/ μA
40	-75	19	671
34	-75	26	587

通过对比更换探针前(表 2)与更换探针后(表 3)的数据，可以发现二者的悬浮电位与空间电位均有所差距，故更换探针对实验结果产生的影响是不可忽略的，因此我们将二者分开讨论。

b.变化阶段以及进一步分析。

假设阴极电位为 0，则探针电位为 U ，探针所处位置的等离子体鞘层边缘电位为 V_t ，壳层相对于探针的电位为 V_p 。则朗缪尔探针的 I-V 曲线变化可分为三个区域，其分别是：

(1)离子饱和区：

在探针电压较小时，鞘层边缘相对于探针的电位 $V_p = U - V_t \ll 0$ ，电子被完全拒斥，探针电流由纯离子流组成，此时有

$$I = -I_i = -I_{i0} e^{-\frac{eV_p}{kT_i}} \approx -I_{i0} \tag{11}$$

当 $|V_p|$ 较大时，此时离子吸收也饱和，因此称为离子饱和区。



图 18 离子饱和区气体状态

(2)过渡区：

当探针电压逐渐增大，此时 $V_p = U - V_t < 0$ ，这意味着电子虽然在鞘层中受到拒斥作用，但电子速度按 Maxwell 分布，其中一部分动能可以克服拒斥场的电子达到探针，而离子仍处于加速状态，均被吸引，但其电流较小，影响不大，按照我们之前的分析，可知

$$I \approx I_e = I_{e0} e^{\frac{eV_p}{kT_e}} \quad (12)$$

从此阶段的电流变化即可得出电子温度，我们在 c 部分进行细致求解。



图 19 过渡区气体状态

(3)电子饱和区:

此区域有 $V_p = U - V_t \geq 0$ ，离子通过拒斥作用，达不到探针，电流全部由电子贡献，但电子是有限的，因此在此时有

$$I = I_e = I_{e0} e^{\frac{eV_p}{kT_e}} \approx I_{e0} \quad (13)$$

其中 I_{e0} 即为饱和电流，再通过进一步的计算分析即可得到等离子体密度。



图 20 电子饱和区气体状态

c.计算出电子温度(以能量单位表示)、等离子体密度。

我们在此进行理论推导，导出电子温度以及等离子体密度与 I-V 曲线的关系。

电子温度:

根据过渡区的电流公式，带入探针电压有

$$I \approx I_e = I_{e0} e^{\frac{e(U-V_t)}{kT_e}} \quad (14)$$

对两侧取对数 ln，并且将无关量记为常数，可知

$$\ln I = \frac{e}{kT_e} U + C \quad (15)$$

其中 C 为常量，因此我们对过渡区进行 lnI-U 的直线拟合即可计算得到电子温度。

等离子体密度:

假设带电粒子热平衡服从麦克斯韦分布，则在单位体积内，速度在 $dv_x dv_y dv_z$ 内的分子数为^[7]:

$$f(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z = n \left(\frac{m_e}{2\pi kT_e} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_e}{2kT_e}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} dv_x dv_y dv_z \quad (16)$$

可知，利用极坐标积分公式，得到带电粒子的平均速度为

$$\bar{v}_e = 4\pi \left(\frac{m_e}{2\pi kT_e} \right)^{3/2} \int_0^\infty v e^{-\frac{m_e}{2kT_e}v^2} v^2 dv = \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} \quad (17)$$

而对于电流，我们知道，假设电流流向为 x 方向，则以 $d\Gamma dA dt$ 表示在 dt 时间内，碰到 dA 面积上的，速度在 $dv_x dv_y dv_z$ 内的分子，那么可知

$$d\Gamma dAdt = f v_x dv_x dv_y dv_z \quad (18)$$

对于 x，其速度为正向，那么即有从 0 积分到 +∞，而 y 与 z 方向上的速度并未限制，因此可知单位时间碰到单位面积上的带电粒子数目为

$$\Gamma = \int_{-\infty}^{+\infty} dv_y \int_{-\infty}^{+\infty} dv_z \int_0^{+\infty} f v_x dv_x \quad (19)$$

积分可得

$$\Gamma = \frac{1}{4} n \bar{v}_e \quad (20)$$

则电流的表达式应当为

$$I_e = eA\Gamma = \frac{1}{4} neA\bar{v}_e = \frac{1}{2} enA \sqrt{\frac{2kT_e}{\pi m_e}} \quad (21)$$

其中 A 为探针的横截面积，k 为玻尔兹曼常数，m_e 为电子质量。通过此公式并利用饱和电流即可计算出电子密度即等离子体密度

$$n_e = \frac{I_{e0}}{eA} \sqrt{\frac{2\pi m_e}{kT_e}} \quad (22)$$

实验使用的探针参数为：针尖直径 0.12mm，针长度 10mm，而探针为柱状，可知其接收总面积为

$$A = \pi \frac{D^2}{4} + \pi DL \quad (23)$$

带入即可求出 n。

计算结果：

提取数据的拟合结果为

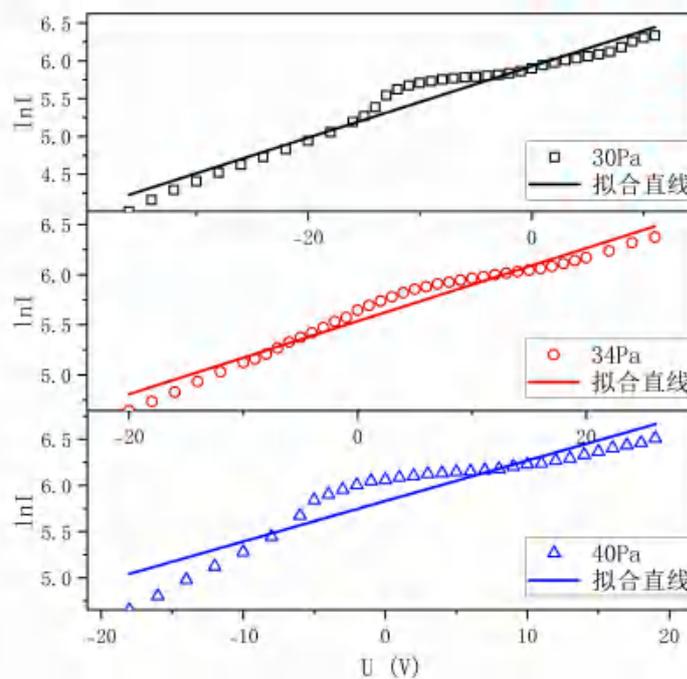


图 21 朗缪尔探针 lnI-U 在不同压强下的拟合曲线

可以看出，曲线波动幅度很大，这是由于仪器压强不稳定导致的，但是我们已经尽量通过选取数据使得曲线两侧的拟合点分布大致相同，可得其拟合结果为

表 4 拟合结果

压强/Pa	斜率(V ⁻¹)	误差(V ⁻¹)	R-Square
30	0.047	0.002	0.96
34	0.036	0.001	0.96
40	0.044	0.003	0.86

除了 34Pa 组之外，拟合优度均较高利用之前的计算可知

$$l = \frac{e}{kT_e} \tag{24}$$

其中 l 为斜率，将误差作为 A 类不确定度，在忽略 B 类不确定度的情况下，利用单变量的不确定度传递公式可得

$$u_{kT_e} = \left| \frac{dkT_e}{dl} \right| \cdot u_l = \frac{e}{l^2} \cdot u_l \tag{25}$$

则可得到最终结果为(以 kTe 表示，1eV=1.5kTe)

表 5 电子温度结果

压强/Pa	电子温度/10 ³ K	电子温度/kTe	电子温度不确定度/kTe
30	245	14.1	0.5
34	319	18.3	0.6
40	265	15.2	1.1

再利用

$$n_e = \frac{I_{e0}}{eA} \sqrt{\frac{2\pi m_e l}{e}} \tag{26}$$

同样利用不确定度传递公式可得

$$u_{n_e} = \left| \frac{dn_e}{dl} \right| \cdot u_l = \frac{1}{2} n_e \cdot \frac{u_l}{l} \tag{27}$$

经过计算可得

表 6 等离子体密度

压强/Pa	等离子体密度/10 ¹⁵ m ⁻³	等离子体密度不确定度/10 ¹⁵ m ⁻³
30	1.21	0.02
34	1.11	0.02
40	1.39	0.05

即为本次等离子体诊断的实验结果，等离子体密度均在 10¹⁵ 量级，其误差较小，在可接收范围之内。

五、实验总结与思考

误差分析：

(1)仪器问题。由于我们使用的是第三台仪器，并且中途更换过探针，气压计也不灵敏，具体问题我们在等离子体诊断部分进行过细致分析，在此不再过多赘述，仅仅叙述其

余的误差。

(2)在等离子体诊断中，选取过渡区时，由于人为选取因此选取区间的不同可能导致计算产生偏差，但我们在选取时尽量保证了两侧数据分布基本相当，故认为人为选取造成的测量误差影响较小，通过实验结果也同样能够得到这个结论。

(3)在气体放电实验中，汤生放电十分不稳定，此时电流电压波动较大，会导致伏安特性曲线产生略微的浮动，在长时间等待后其仍然不能稳定，因此无法避免地导致一些实验误差。

实验结论：

在本次实验分为两部分：

第一部分是气体放电实验，我们测量了气体在 20Pa、30Pa、40Pa 和 50Pa 下的伏安特性曲线，曲线主要分为三个阶段，分别为汤生放电与辉光放电阶段、正常辉光放电阶段和异常辉光放电阶段，我们分别对三个阶段进行了细致分析。

首先对于汤生放电与辉光放电阶段，对其进行了指数拟合(对 I 取 ln 进行线性拟合)，分析了斜率和截距随气压的变化，并且可以得出汤生放电区域的整体电位随气压的增大而增大；然后对正常辉光放电阶段，对稳定电压与气压的变化进行了线性拟合，同样也可以分析出电位随着气压的增大而增大，并且呈线性关系，R-Square=0.9854；最后对于异常辉光放电区域，此时伏安特性曲线近似为线性，我们分别对四种压强进行了线性拟合，拟合评分均在 0.99 左右，验证了其线性性质。

第二部分是等离子体诊断实验，通过朗缪尔单探针法测量正常辉光放电的正柱区内的电子温度以及等离子体密度，在实验仪器有较大问题的情况下，我们仍然得出了较为合理的结果，分别在 30Pa、34Pa、40Pa 的压强条件下进行了三组实验，由于气压计的不准确，故压强也只能作为参考值，我们并没有实际手段去验证压强的准确性，测量结果分别为

表 7 实验结果

压强 /Pa	电子温度 /kTe	电子温度不确定度/kTe	等离子体密度 /10 ¹⁵ m ⁻³	等离子体密度不确定度 /10 ¹⁵ m ⁻³
30	14.1	0.5	1.21	0.02
34	18.3	0.6	1.11	0.02
40	15.2	1.1	1.39	0.05

可见，其不确定度均在 5%以内，结果较为可观。

总的来说，本次实验测量了气体放电的伏安特性曲线，并对能够测量的三个区域分别进行了较为细致的分析，然后用朗缪尔单探针法测量了正常辉光放电的正柱区内的电子温度以及等离子体密度，实验较为成功。

[参考文献]

[1]洪广言,曾小青.等离子体平板显示用发光材料[J].功能材料,1999(03):2-4+8.
 [2]卢新培.等离子体射流及其医学应用[J].高电压技术,2011,37(06):1416-1425.
 [3]周张健,钟志宏,沈卫平等.聚变堆中面向等离子体材料的研究进展[J].材料导报,2005(12):5-8+12.
 [4]吕广宏,罗广南,李建刚.磁约束核聚变托卡马克等离子体与壁相互作用研究进展[J].中国材料进展,2010,29(07):42-48.

- [5]李晓卿.等离子体天体物理中的强湍动[J].物理学进展,1993(04):595-639.
- [6]Darlan, D et al. Theory and simulations of spherical and cylindrical Langmuir probes in non-Maxwellian plasmas. *Plasma Physics and Controlled Fusion* 61 (2019): n. pag.
- [7]汪志诚. 热力学与统计物理. 高等教育出版社, 2013年. 378页. ISBN 978-7-04-035172-9.
- [8]Langmuir .Probe Diagnostics. F.F Chen University of California. 2003.
- [9]Hiden Langmuir. Probe manual. 2003
- [10] Plasmart. Probe system manual. 2004.
- [11]SmartProbe.manual.2002.
- [12]气体放电.杨津基.科学出版社.
- [13]气体电子学.胡志强.电子工业出版社
- [14]真空技术的物理基础(下).东北工学院机械系真空专业教研室.1977.
- [15]真空物理基础.北京大学电子物理专业.1981.
- [16]真空物理基础.东北工学院机械系真空专业教研室.1981.
- [17]物理实验-气体放电与等离子体诊断理论基础.沈阳斯玛特真空科技有限公司.2017.

[原始数据及签名]

表 1 气体放电实验数据

20Pa		30Pa		40Pa		50Pa	
$I/\mu A$	V/V						
0	519	0	516	0	521	0	517
0	521	0	519	0	523	0	518
0	539	0	536	0	538	0	536
0	552	0	547	0	550	0	548
0	555	0	548	0	553	0	551
0	568	0	561	0	567	0	565
0	574	0	568	0	573	0	571
0	593	0	588	0	590	0	589
0	609	0	606	0	607	0	604
0	623	0	620	0	624	0	619
0	640	0	636	0	640	0	635
0	653	0	647	0	653	0	647
0	663	0	656	0	662	0	656
0	670	0	662	0	668	0	662
0	671	0	664	0	670	0	665
0	687	0	678	0	685	0	680
11	575	0	681	0	687	0	682
17	542	0	692	0	696	0	693
16	552	0	707	0	709	0	707
10	617	0	725	0	730	0	730
25	524	0	731	0	736	0	736
27	521	15	620	0	744	0	745
29	516	11	660	0	757	0	758
34	504	22	606	0	776	0	777
45	484	27	602	16	678	0	790
58	452	38	570	23	654	0	806
61	455	41	565	31	625	8	760
70	455	52	548	36	628	9	770
99	452	95	475	66	582	47	660
123	435	114	469	102	506	67	615
151	422	138	464	132	478	113	536
182	424	170	455	166	459	150	510
223	427	228	425	212	452	200	482
237	429	241	425	226	452	215	475
240	429	246	425	230	452	219	473
253	431	261	425	248	448	237	466
255	431	267	425	253	447	241	466
266	432	278	425	263	440	252	462
270	433	282	425	275	452	260	460
294	436	309	425	299	433	286	453

307	438	324	426	313	432	303	452
313	438	335	426	325	432	309	442
321	439	343	426	334	432	326	441
331	440	360	426	350	431	342	440
341	441	367	427	357	431	348	440
362	444	388	427	380	431	371	439
390	448	417	428	412	431	402	439
413	450	440	430	440	431	428	438
433	453	470	431	467	431	454	438
470	458	509	435	509	432	500	437
483	460	525	437	529	433	518	436
515	464	560	440	566	433	560	435
543	467	587	443	598	434	590	435
589	473	637	446	653	436	642	435
619	476	677	446	690	437	678	435
670	483	738	447	756	440	746	437
682	484	751	447	770	440	756	437
718	488	786	448	819	442	800	438
780	495	864	451	889	445	880	439
925	511	1052	459	1090	454	1084	445
1190	532	1367	474	1415	465	1420	453
1377	545	1603	485	1680	473	1670	463
1610	564	1905	499	2010	481	2032	471
1696	570	2002	504	2122	485	2130	475
1825	580	2182	512	2334	491	2170	480
1920	588	2304	519	2471	496	2530	484
1990	592	2404	525	2600	500	2672	488
2080	600	2548	533	2762	505	2819	490
2160	606	2780	545	2907	508	3018	494

表 2 等离子体诊断实验数据

30Pa			34Pa			40Pa		
U/V	I/ μ A(未修正)	I/ μ A	U/V	I/ μ A(未修正)	I/ μ A	U/V	I/ μ A(未修正)	I/ μ A
-98.4	-3	-3	-97.4	-2	-2	-98.0	-3	-3
-95.0	-3	-3	-90.0	-2	-2	-90.0	-2	-2
-90.0	-2	-2	-85.0	-1	-1	-85.0	-2	-2
-85.0	-2	-2	-80.0	-1	-1	-80.0	-1	-1
-80.0	-1	-1	-75.0	0	0	-75.0	0	0
-75.0	-1	-1	-70.0	0	0	-70.0	0	0
-70.0	-1	-1	-65.0	1	1	-65.0	1	1
-65.0	0	0	-60.0	3	3	-60.0	2	2
-60.0	1	1	-55.0	5	5	-55.0	4	4
-58.0	2	2	-50.0	8	8	-50.0	7	7

-56.0	3	3	-45.0	14	14	-45.0	12	12
-54.0	5	5	-40.0	24	24	-40.0	19	19
-52.0	7	7	-35.0	36	36	-35.0	29	29
-50.0	10	10	-30.0	53	53	-30.0	41	41
-48.0	15	15	-25.0	77	77	-25.0	61	61
-46.0	21	21	-20.0	104	104	-20.0	92	92
-44.0	26	26	-18.0	114	114	-18.0	105	105
-42.0	33	33	-16.0	125	125	-16.0	122	122
-40.0	40	40	-14.0	139	139	-14.0	145	145
-38.0	48	48	-12.0	153	153	-12.0	168	168
-36.0	55	55	-10.0	168	168	-10.0	196	196
-34.0	64	64	-9.0	174	174	-8.0	232	232
-32.0	73	73	-8.0	183	183	-6.0	291	291
-30.0	82	82	-7.0	194	194	-5.0	344	344
-28.0	92	92	-6.0	206	206	-4.0	366	366
-26.0	102	102	-5.0	216	216	-3.0	386	386
-24.0	113	113	-4.0	226	226	-2.0	405	405
-22.0	125	125	-3.0	238	238	-1.0	423	423
-20.0	140	140	-2.0	253	253	0.0	428	428
-18.0	157	157	-1.0	263	263	1.0	440	440
-16.0	180	180	0.0	283	283	2.0	447	447
-15.0	194	194	1.0	297	297	3.0	457	457
-14.0	218	218	2.0	310	310	4.0	460	460
-13.0	255	255	3.0	323	323	5.0	467	467
-12.0	277	277	4.0	337	337	6.0	470	470
-11.0	291	291	5.0	349	349	7.0	475	475
-10.0	301	301	6.0	358	358	8.0	482	482
-9.0	308	308	7.0	368	368	9.0	494	494
-8.0	315	315	8.0	374	374	10.0	507	507
-7.0	320	320	9.0	382	382	11.0	512	512
-6.0	324	324	10.0	389	389	12.0	527	527
-5.0	327	327	11.0	395	395	13.0	540	540
-4.0	331	331	12.0	403	403	14.0	562	562
-3.0	335	335	13.0	410	410	15.0	582	582
-2.0	342	342	14.0	416	416	16.0	604	604
-1.0	351	351	15.0	422	422	17.0	623	623
0.0	365	365	16.0	429	429	18.0	640	640
1.0	381	381	17.0	438	438	19.0	671	671
2.0	394	394	18.0	451	451	19.0	1803	671
3.0	407	407	19.0	465	465	20.0	1812	680
4.0	417	417	20.0	478	478	22.0	1826	694
5.0	428	428	22.0	511	511	24.0	1841	709
6.0	440	440	24.0	555	555	26.0	1841	709
7.0	454	454	24.0	1111	555	28.0	1854	722

8.0	483	483	26.0	1143	587	30.0	1864	732
8.0	998	483	28.0	1155	599	32.0	1873	741
9.0	1036	521	30.0	1164	608	34.0	1878	746
10.0	1063	548	32.0	1172	616	36.0	1880	748
11.0	1078	563	34.0	1180	624	38.0	1885	753
12.0	1080	565	36.0	1182	626	40.0	1896	764
13.0	1090	575	38.0	1190	634	45.0	1934	802
14.0	1097	582	40.0	1195	639	50.0	1965	833
15.0	1104	589	45.0	1205	649	55.0	1974	842
16.0	1109	594	50.0	1231	675	60.0	1985	853
17.0	1115	600	55.0	1266	710	62.0	1999	867
18.0	1120	605	60.0	1283	727	/	/	/
19.0	1125	610	65.0	1290	734	/	/	/
20.0	1126	611	70.0	1303	747	/	/	/
22.0	1127	612	75.0	1321	765	/	/	/
24.0	1135	620	80.0	1330	774	/	/	/
26.0	1140	625	85.0	1343	787	/	/	/
28.0	1146	631	90.0	1356	800	/	/	/
30.0	1153	638	95.0	1361	805	/	/	/
32.0	1159	644	100.0	1370	814	/	/	/
34.0	1170	655	/	/	/	/	/	/
36.0	1177	662	/	/	/	/	/	/
38.0	1191	676	/	/	/	/	/	/
40.0	1201	686	/	/	/	/	/	/
45.0	1220	705	/	/	/	/	/	/
50.0	1234	719	/	/	/	/	/	/
55.0	1246	731	/	/	/	/	/	/
60.0	1262	747	/	/	/	/	/	/
65.0	1275	760	/	/	/	/	/	/
70.0	1285	770	/	/	/	/	/	/
75.0	1293	778	/	/	/	/	/	/
80.0	1310	795	/	/	/	/	/	/
85.0	1325	810	/	/	/	/	/	/
90.0	1329	814	/	/	/	/	/	/
95.0	1335	820	/	/	/	/	/	/
100.0	1344	829	/	/	/	/	/	/

V) 表示时, 其斜率为 e/kT_e , 根据斜率可以计算出电子温度, 用能量单位表示即为 kT_e . 计算出电子温度之后, 可以根据电子温度计算出等离子体密度 (即等离子体区电子或离子的密度) 为:

$$n_e = \frac{I}{eAv} = \frac{I}{eA} \sqrt{\frac{2\pi m_e}{kT_e}}$$

三、实验内容

1. 气体放电

- ① 检查进气阀阀门是否打开 (逆时针拧松), 气压微调阀是否关闭 (逆时针方向拧到底);
- ② 抽真空: 打开总电源、真空泵电源、真空泵开关, 将放电管抽真空至 5Pa 以下;
- ③ 充气、调节真空度: 缓慢旋转气压微调阀, 使真空度稳定在设定值 (本实验中为 30-50Pa)
- ④ 打开电压电源, 检查 3 个电位器旋钮, 使其处于最低档位 (逆时针旋转到底)。将总电压调至 1050V 左右。
- ⑤ 测量 V-I 特性曲线, “档位” 开关达到 1, 拨动“限流电阻调节开关” 1 由左向右旋转, 每旋转一次限流电阻, 其阻值相应减小一次, 这时记下此时的放电管电压 V 和电流 I, 即 (V,I), 在记录纸上。直到“限流电阻调节开关” 1 被拨动到最右边为止, 这时拨动“档位” 开关打到 2, 并拨动“限流电阻调节开关” 2 由左向右旋转, 每旋转一次限流电阻, 其阻值相应减小一次, 这时记下此时的放电管电压 V 和电流 I, 即 (V,I), 在记录纸上。直到“限流电阻调节开关” 2 被拨动到最右边为止, 这时拨动“档位” 开关打到 3, 并拨动“限流电阻调节开关” 3 由左向右旋转, 每旋转一次限流电阻, 其阻值相应减小一次, 这时记下此时的放电管电压 V 和电流 I, 即 (V,I), 在记录纸上。在不同放电区域拍摄并记录; 观察不同的电压电流下的放电管 V-I 特性曲线的差异。
- ⑥ 实验结束后, 依次按照顺序将各个档位复原, 顺序如下:
 1. 三个电压档位调节, 复原到电阻最大值, 即逆时针旋转到底。
 2. 将电压电源从 1050V 缓慢调节至最小值, 然后关闭电源
 3. 关闭电压电源打开电压总电源, 缓慢调节总电压值至最低
 4. 缓慢旋转关闭气压微调阀 (逆时针旋转到底)。
 5. 关闭进气阀 (顺时针拧到底)
 6. 关闭真空泵电源
 7. 关闭总电源

2. 等离子体诊断

- ① 检查进气阀阀门是否打开 (逆时针拧松), 气压微调阀是否关闭 (逆时针方向拧到底);
- ② 抽真空: 打开总电源、真空泵电源、真空泵开关, 将放电管抽真空至 5Pa 以下;
- ③ 充气、调节真空度: 缓慢旋转气压微调阀, 使真空度稳定在设定值;
- ④ 打开电压电源, 检查 3 个电位器旋钮, 使其处于最低档位 (逆时针旋转到底)。将总电压调至 1050V 左右。
- ⑤ 调节放电管的 V-I 特性曲线, 使朗缪尔探针位于等离子体区 (即正柱区)

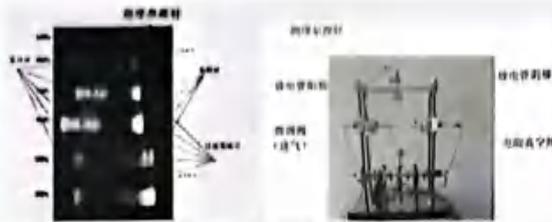


图6 朗缪尔探针位置示意图

⑥ 测量等离子区的 I-V 特性曲线:

1. 检查朗缪尔探针电压调节旋钮是否归零 (图中所示按钮, 逆时针旋转到底)
2. 打开朗缪尔探针驱动器电源开关
3. 缓慢增加探针电压, 并记录数据, 由于本实验中的电压调节旋钮并非电位式旋钮, 因此数据采集间隔按照电压步长为 1V 取值即可 (实际数值以授课教师要求为准)。测量范围从 -100V 至 100V, 受仪器影响, 测量范围略有偏差, 以实际情况为准。

⑦ 档位复原:

1. 探针电压旋钮复原 (逆时针方向缓慢旋转到最末端)。
2. 关闭朗缪尔探针电源
3. 三个电压档位调节, 复原到电阻最大值, 即逆时针旋转到底。
4. 将电压电源从 1100V 缓慢调节至最小值,
5. 关闭电压电源
6. 缓慢旋转关闭气压微调阀 (逆时针旋转到底)。
7. 关闭进气阀 (顺时针拧到底)
8. 关闭真空泵电源
9. 关闭总电源

步骤:

- (1) 熟悉仪器的工作原理, 按照实验内容一的工作条件以及操作方法检查仪器状态。
- (2) 调节仪器参数, 在 20Pa, 30Pa, 40Pa 下, 使朗缪尔探针处于正柱区内等离子区的明亮区域, 以 1V 为步长 (具体步长值以授课教师要求为准) 测量等离子体诊断的 I-V 特性曲线 (使用 Origin 软件记录数据并作图), 读出等离子体悬浮电位、等离子体空间电位。
- (3) 计算出电子温度 (以能量单位表示)、等离子体密度。

Handwritten signature or initials.

《近代物理实验》课程实验报告

学院：物理学院

专业：物理学

年级：2021 级

实验人姓名（学号）：路尚润（21305127）

合作人姓名（学号）：巩元昊（21305179）

2023 年 9 月 20、27 日 下午

声光效应

一、实验目的

- 1、理解声光效应的原理，了解 Raman-Nath 衍射和 Bragg 衍射的分别。
- 2、测量声光器件的衍射效率和带宽等参数，加深对概念的理解。
- 3、测量声光偏转和声光调制曲线。
- 4、模拟激光通讯。

二、实验原理

1. 引言

声光效应是一种将声音和光线相互作用的现象。它是指当声波通过介质传播时，会引起介质中的光的折射、反射、散射等变化，从而产生可见的光学效应。声光效应在许多领域都有广泛的应用，包括通信^[1]、光学仪器^[2]、测量领域^[3]、材料科学等^[4]。

在本次实验中，我们研究了铌酸锂晶体的声光效应，利用 Raman-Nath 衍射与 Bragg 衍射测量验证了晶体内部的声速，并测量了其衍射效率-频率与衍射效率-功率曲线，定出了其中心频率以及频率带宽，并且利用多种拟合方式测量了其最大衍射效率以及实现了声光模拟通讯。

2. 声光效应的物理本质——光弹效应

介质的光学性质通常用折射率椭球方程 $\eta_{ij}x_jy_j = 1$ 描述，系数 $\eta_{ij} = \epsilon_{ij}^{-1}$ 是介电常数的逆张量。介质中存在声场时，使得发生声应变，引起光学性质发生变化。这种变化反映在介质光折射率的变化上。在一级近似下存在线性关系，即 Pockels 效应：

$$\Delta\eta_{ij} = P_{ijkl}S_{kl}, \quad i, j, k = 1, 2, 3 \quad (1)$$

只考虑各向同性介质中声纵波的情况，此时折射率 n 和光弹系数 P 近似为常量，此时有：

$$\Delta\eta = \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right) = PS \quad (2)$$

其中应变 $S = S_0 \sin(kx - \Omega t)$ 表示在 x 方向传播的声应变波， P 表示单位应变所引起的变化，称为光弹系数。此时有

$$n(x) = n + \Delta n = n + \frac{1}{2}n^3PS_0 \sin(kx - \Omega t) = n + \mu \sin(kx - \Omega t) \quad (3)$$

其中 $\mu = \frac{1}{2}n^3PS_0$ 是“声致折射率变化”的幅值。

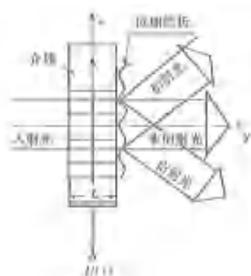


图 1 超声波引起的位相光栅对入射光的衍射

考虑如图 1 情形，压电换能器将驱动 $U(t)$ 转换成声信号，入射平面波与声波在介质中(共面)相遇，当光通过线度为 l 的声光相互作用介质时，其位相改变为：

$$\Delta\phi(x) = n(x)k_0l = \Delta\phi_0 + \mu k_0l \sin(kx - \Omega t) \tag{4}$$

该式第二项为超声波引起的光附加位相延迟，在 x 方向周期性的变化，效果与光栅相同，称为“位相光栅”。光波阵面由原先的平面变为周期性的“位相褶皱”，产生衍射。与此同时，光强分布在时间和空间上重新分配，衍射光强受到了声调制。

3. 声光光偏转和光频移

把入射单色平面光波近似看作光子，超声波看作声子。声光相互作用可以归结为光子和声子的弹性碰撞，这种碰撞应当遵守动量守恒和能量守恒，

$$\begin{cases} \vec{k}_{d\pm} = \vec{k}_i \pm \vec{k} \\ \omega_{d\pm} = \omega_i \pm \Omega \end{cases} \tag{5}$$

前者导致光偏转，后者导致光频移，(5)式正负号代表上、下频移。这种碰撞存在着两种可能的情况即声子的吸收过程和声子的受激发射过程，如图 2 所示，在声子吸收的情况下，每产生一个衍射光子，需要吸收一个声子，导致(5)式中取“+”的情形。在声子受激发射的情况下，一个入射声子激发一个散射光子和另一个与之具有相同动量和能量的声子的发射，对应“-”的情形。

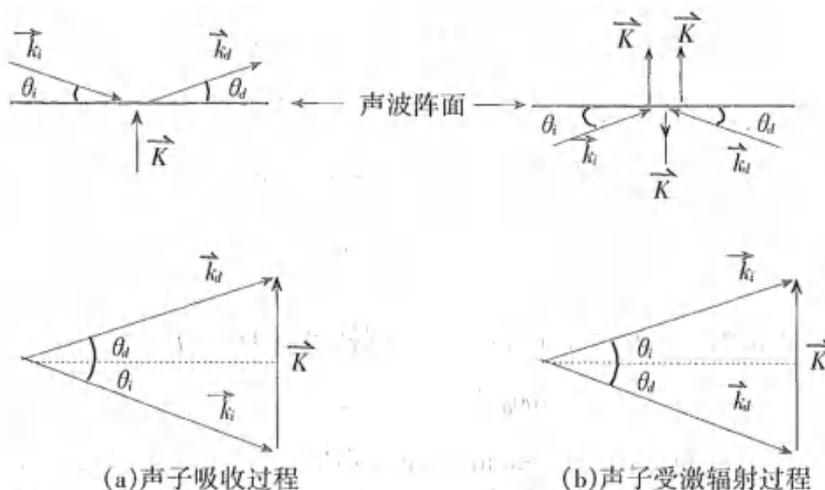


图 2 声子的吸收过程和受激发射过程

声光效应可划分为正常声光效应和反常声光效应两种。①入射光和衍射光处于相同的偏

振状态，相应的折射率相同，称为正常声光效应；②入射光处于某种偏振状态，经声光互作用，衍射光的偏振状态变为另一种偏振态，称为反常声光效应。

对正常声光作用，给出一等腰三角形(图 2)， θ_B 称为 Bragg 角，有 Bragg 条件式

$$\sin \theta_B = \frac{|\vec{K}|}{2|\vec{k}|} = \frac{\lambda_0}{2\Lambda} = \frac{\lambda_0}{2nv_s} f \tag{6}$$

与描述 X 光晶格衍射的 Bragg 定律得对比， λ 相当于介质中 X 光波长， Λ 相当于晶格常数。满足 Bragg 条件时，只有唯一的衍射级，上移或下移，但不同时存在。注意到衍射光相对于入射光的偏转角满足

$$\Delta\alpha = (\lambda_0/nv_s)\Delta f \tag{7}$$

其中 $\Delta\alpha$ 是与声频变化范围 Δf 相应的衍射光扫过的角度。通常定义衍射光强从极大值下降 3dB 所相应频宽为半功率带宽或 Bragg 带宽，记作 Δf_B 。

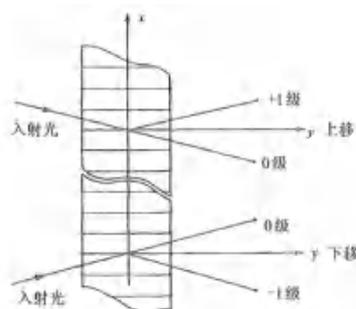


图 3 Bragg 衍射的示意图

Raman-Nath 衍射是一个入射光子连续同几个声子相互作用的情形。取近似，有

$$\sin \theta_d^m = \sin \theta_i + m\lambda/\Lambda \tag{8}$$

其中上标(m)表示 m 级衍射，m 取整数。当 m=1 时，上式变为 Bragg 条件式。

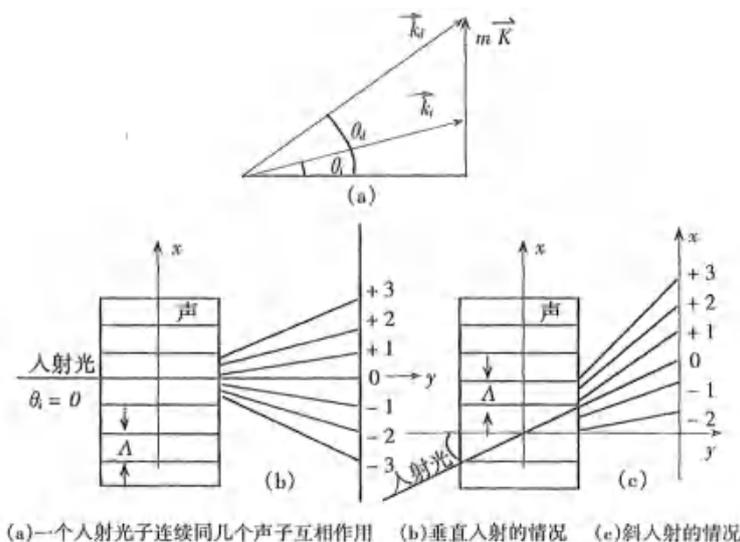


图 4 Raman-Nath 衍射的示意图

从光栅角度来说，对 Raman-Nath 衍射当超声频率较低且光线平行于声波面入射(即垂直于声场传播方向)时，光波通过声光介质几乎不经过声波波面，因此它只受到相位调制，声

波的作用可视为一个平面相位光栅。故平行入射光束通过时，将产生多级衍射光。而 Bragg 衍射，是当超声频率较高，声光作用长度 L 较大，而且光束与声波面间以一定角度斜入射，光波在介质中要穿过多个声波面，故介质具有“体光栅”的性质，不能用平面相位光栅来描述。

4.衍射效率

在 Raman-Nath 近似下， m 级衍射效率(m 级衍射光强同入射光强之比)为

$$\eta_R^{(m)} = \frac{I_m}{I_0} = \frac{|E_m(L)E_m^*(L)|}{|E_0(0)E_0^*(0)|} = J_m^2 \left\{ 2\zeta L \sin c \left[\frac{KL}{2 \cos \theta_i} \left(\sin \theta_i + m \frac{K}{k} \right) \right] \right\} \quad (9)$$

正如我们的预期，其是对称多级衍射，且其一级衍射光强的极大值约为入射光强的 34%。

在 Bragg 衍射情况下，要求与 Raman-Nath 近似相反。此时只有 0 级和 1 级(+1 或-1，但不同时存在)衍射光存在。Bragg 衍射效率(1 级衍射光强同入射光强之比)为

$$\eta_B = \frac{I_1}{I_0} = \frac{|E_1(L)E_1^*(L)|}{|E_0(L)E_0^*(L)|} = \left(\frac{\zeta}{\sigma} \right)^2 \sin^2(\sigma L) = (\zeta L)^2 \sin^2 c^2(\sigma L) \quad (10)$$

对一定的声功率 P_a ，为了尽可能地提高 η_B ，要求选用 M_2 大的材料，在结构上要求压电换能器的长宽比 L/H 尽可能大。当宗量为 $\pi/2$ 时， $\eta_B = 100\%$ ，一般可达 60% 以上，所以声光器件以工作在 Bragg 区为佳。此外，从上式还可以看出，对于给定的声光器件，可通过改变 P_a 使 η_B 达到极大值，这就是器件的最佳调制声功率。

5.经典理论处理

实际上，我们也可以采用经典的理论对其进行分析，利用基尔霍夫衍射公式

$$E(p) = \frac{1}{i\lambda} \int_{\Sigma} \tilde{E} \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\cos \theta_0 + \cos \theta}{2} d\sigma \quad (11)$$

并带入式(4)中的相位分布，即可得到

$$\tilde{E} = \tilde{E}_0 \exp[i\mu k_0 l \sin(kx - \Omega t)] \quad (12)$$

在超声波频率远远低于光频率时，可忽略时间相位，考虑垂直入射的情况并带入远场近似，可得

$$E(p) = \frac{b\tilde{E}_0}{i\lambda} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \exp[ik_0 r + i\mu k_0 l \sin(kx)] dx \quad (13)$$

带入一些简化参数，可以得出大致的衍射图形，利用 MMA 计算可得

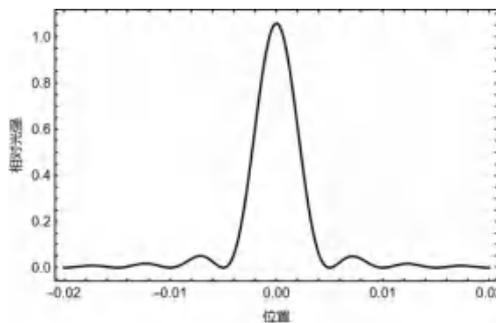


图 5 Raman-Nath 衍射光强分布(经典光学处理)

虽然在讨论中，我们忽略了很多细节并且利用了很多近似，但能够大致看出衍射图样的分布曲线，其与我们在实验中所测量到的也基本相似，故此方法还是具有一定物理意义的。

三、实验仪器

本实验所用仪器为南京浪博科教仪器研究所的 S02000 声光效应实验仪，可完成基本声光效应实验和声光模拟通信实验，如图 6 和图 7。

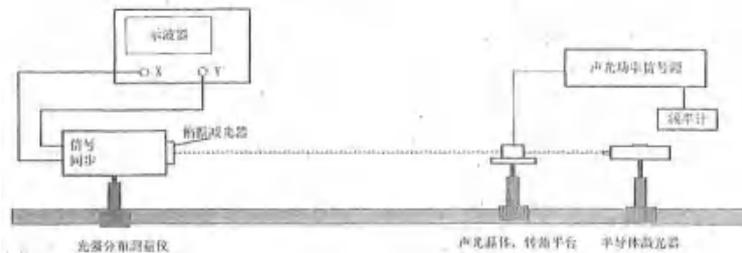


图 6 声光效应实验安装图

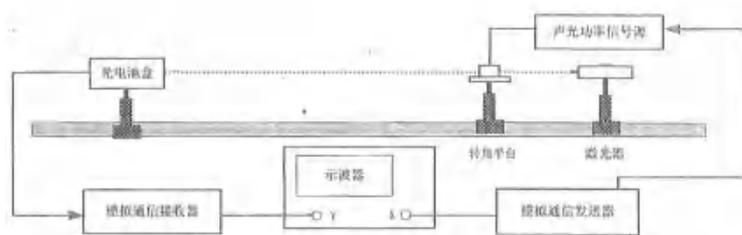


图 7 声光模拟通信实验安装图

具体实验仪器参数列表如表 1 所示

表 1 声光效应实验仪器参数列表

序号	仪器名称	仪器型号/参数
1	声光效应试验仪	浪博 SO2000-MP
2	晶体声光效应实验系统	S0-2000/铌酸锂 n=2.386
3	频率计	GFC-8131H
4	CCD 光强分布测量仪	LM601S/光敏元数：2700 位、光谱响应:0.30-0.90 μm 、 光敏元尺寸:11 μm ×11 μm 、光敏元中心距:11 μm 、 光敏元线阵有效长:29.7mm、电源:220V, 50Hz, 3W、 光敏面至面板外侧距离:4.5mm
5	数字示波器	Tektronix TBS 2000 SERIES 100MHz, 1GS/s
6	光源电源盒	激光波长 $\lambda=650\text{nm}$
7	模拟通信发送器	浪博 SO2000
8	模拟通信接收器	浪博 SO2000

四、实验内容

1. 调节激光器和声光晶体至布喇格衍射最佳位置，观察喇曼-纳斯衍射和布喇格衍射，比较两种衍射的实验条件和特点。
2. 调出布喇格衍射，对示波器定标。
3. 在布喇格衍射条件下测量衍射光相对入射光的偏转角 ϕ 与超声波频率 f_s 的关系曲线，并计算声速 v_s 。
4. 布喇格衍射下，固定超声波功率，测量 1 级衍射光与零级衍射光的相对强度与超声波频率的关系曲线。测定布喇格衍射下的最大衍射效率 I_1 / I_0 。

5.布喇格衍射下，将超声波频率固定在中心频率上，测量衍射光强度与超声波功率的关系曲线。

6.在喇曼-纳斯衍射下（光束垂直入射），测量衍射角 θ_m ，并与理论值比较。

7.在喇曼-纳斯衍射下，在声光器件的中心频率上测定 1 级衍射光的衍射效率，并与布喇格衍射下的最大衍射效率比较。

8.进行声光模拟通信实验。观测 0 级和 1 级信号的波形，是同相还是反相。改变超声波功率，注意观察模拟通信接收器的音乐的变化，分析原因。

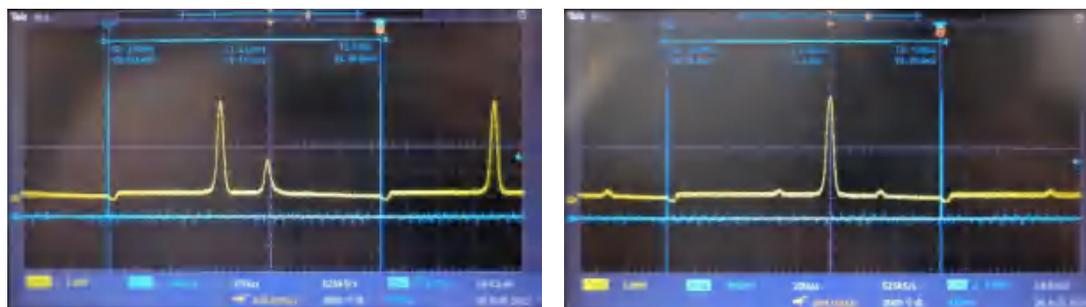


图 8 声光模拟通信实验光路

五、实验数据及分析

1. 观察喇曼-纳斯衍射和布喇格衍射

首先我们调节晶体以及频率，分别观测了 Bragg 衍射和 Raman-Nath 衍射，其实验结果如图 9 所示



(a) Bragg 衍射

(b) Raman-Nath 衍射

图 9 衍射现象初步观测图

Bragg 衍射是在晶体具有一定倾斜角度产生的，其一级衍射会达到最大值，即此时一级衍射效率最高，本质是经过单晶面衍射，即经过单声子作用而产生的；对于 Raman-Nath 衍射，若考虑垂直入射，是在晶体垂直于入射光时产生的，其衍射光强呈对称，本质是单光子与多个声子作用。

由图 9 可见，仪器能够实现较好的衍射效果，保证了接下来实验的准确性。

2. 布喇格衍射下，测量衍射光相对入射光的偏转角 ϕ 与超声波频率 f_s 的关系

a.关系曲线

首先我们测量布拉格衍射下的偏转角随超声波频率的关系，实验中我们进行了两次测

量，实验中 CCD 与晶体的距离为 36.05cm，实验测量结果为

表 2 角宽度与超声波功率的关系(Bragg 衍射实验一)

f/MHz	$\Delta T/\mu s$
89.07	276
95.28	294
100.22	308
105.24	324
110.53	340
115.27	354
118.50	366

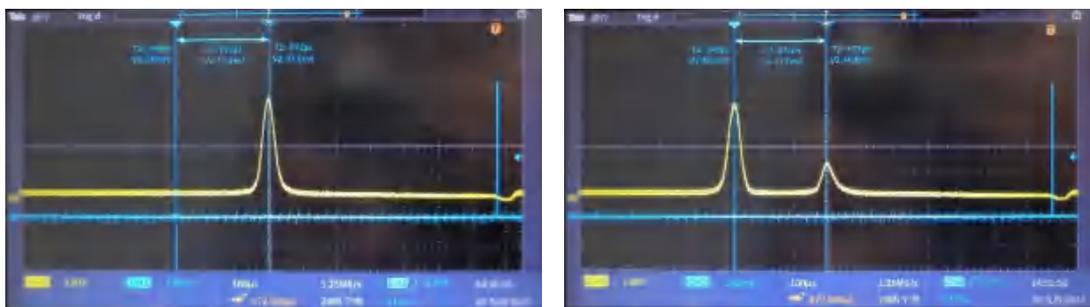
表 3 角宽度与超声波功率的关系(Bragg 衍射实验二)

f/MHz	$\Delta T/\mu s$
117.50	358
112.49	340
109.58	330
106.44	318
103.93	314
99.42	300
96.43	288
92.94	278
90.75	270
88.45	264
85.01	256
79.95	240

注：各参数单位与其基本物理单位不同，是测量手段导致的，但其均成正比，能够反映物理规律。

在测量中，我们之所以测量了两组，是因为第一组实验的错误操作，我们并未在改变频率后重新调节晶体方向，故并未保证其是最佳的 Bragg 衍射，但我们依旧在此进行分析，并考虑错误操作可能导致的结果并尝试修正。

实验的部分测量图如图 10 所示



(a)无超声波

(b)有超声波

图 10 Bragg 衍射现象观测图

在实验二中，我们在每次改变超声波频率后均重新调节晶体，始终保持 Bragg 衍射条

件。两次实验结果经过换算后以及其利用直线拟合的结果如图 11 所示。

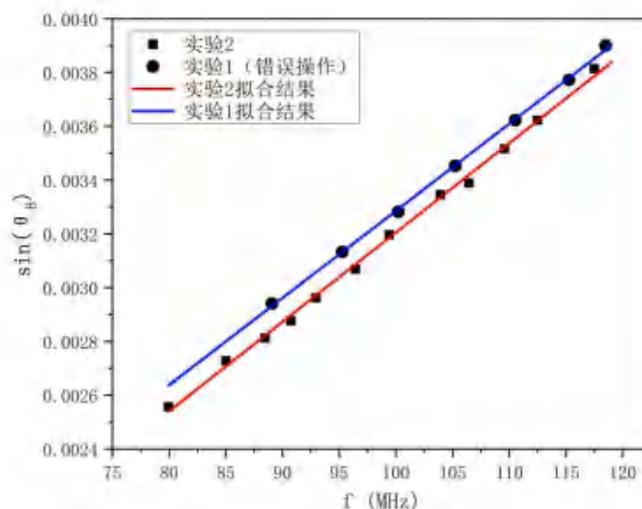


图 11 衍射角和频率关系曲线(Bragg 衍射)

两次拟合的评分 R-Square 分别为 0.99928 与 0.99779，根据结果可以发现，尽管实验一中我们并未始终保证 Bragg 衍射条件，但其线性度仍然极高，故我们考虑在后面尝试进行错误结果的分析，试图对利用理论进行解释。

b. 计算声速

我们利用之前的拟合结果对声速进行计算，对于以上的曲线斜率 k 有

$$k = \frac{\lambda_0}{2nv_s} \tag{14}$$

则经过简单地换算，即可得到两次实验的声速结果

$$\begin{cases} v_{s-B-False} = (4.20 \pm 0.05)\text{km/s} \\ v_{s-B-True} = (4.10 \pm 0.06)\text{km/s} \end{cases} \tag{15}$$

可见得到的两者声速结果基本相当，经过查阅文献，其与铌酸锂晶体的(0,1,1)晶面的声速十分相近^[6]，但我们无法证实晶面指数，只能通过数值对比进行初步猜测。

我们取实验二作为真实的实验结果，进行后面的计算。

c. 错误实验的探究

在实验一中，实验中并未调节晶体方向，我们尝试对其进行分析并探究是否能得到与实验二相近的实验结果。

对于 Bragg 衍射，其波矢应当满足以下等腰三角形

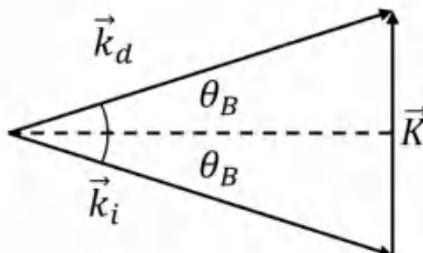


图 12 Bragg 衍射波矢三角形

而倘若我们此时在增大频率后并未调节晶体方向，即其仍然为低频时满足 Bragg 衍射的晶体方向，此时声子的波矢长度应当增大，则波矢应当变为

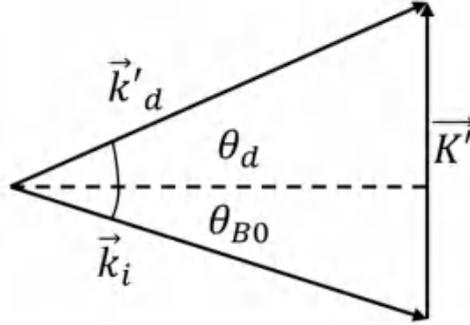


图 13 频率改变后未调节晶体方向的波矢三角形

此时入射波矢方向以及声子的波矢方向不变，但声子的波矢长度增大了，因此出射光波矢方向改变，我们考虑利用正弦定理得出此时的角度关系，事实上有

$$\frac{|\vec{K}'|}{\sin(\theta_d + \theta_{B0})} = \frac{|\vec{k}_i|}{\sin(\pi/2 - \theta_d)} \quad (16)$$

利用较小近似，有 $\theta_d, \theta_{B0} \ll 1$ ，则有

$$\theta_d + \theta_{B0} = \frac{|\vec{K}'|}{|\vec{k}_i|} \left(1 - \frac{1}{2}\theta_d^2\right) \quad (17)$$

若我们忽略二阶项，其仍然有

$$\theta_d + \theta_{B0} = \frac{|\vec{K}'|}{|\vec{k}_i|} \quad (18)$$

则我们对其进行拟合，若认为

$$2\theta_B = \theta_d + \theta_{B0} \quad (19)$$

则理所当然的即可得到一个非常好的线性结果，这也是为何第一次实验能够得到优良拟合优度的原因。

倘若我们不考虑近似，直接计算声速，可尝试计算，考虑将不可测量 θ_d 用可测量替代，进而可以得到

$$\alpha = \theta_d + \theta_{B0} = \frac{|\vec{K}'|}{|\vec{k}_i|} \left[1 - \frac{1}{2}(\alpha - \theta_{B0})^2\right] = \frac{\lambda_0}{nv_s} f \left[1 - \frac{1}{2}(\alpha - \theta_{B0})^2\right] \quad (20)$$

考虑进行变量替换

$$X = \frac{n}{\lambda} \alpha \left[1 - \frac{1}{2}(\alpha - \theta_{B0})^2\right]^{-1} \quad (21)$$

则有

$$f = v_s X \quad (22)$$

而 θ_{B0} 为第一次我们保证 Bragg 衍射的初始 Bragg 角，其是固定不变的。利用(22)进行拟合操作，即可得到

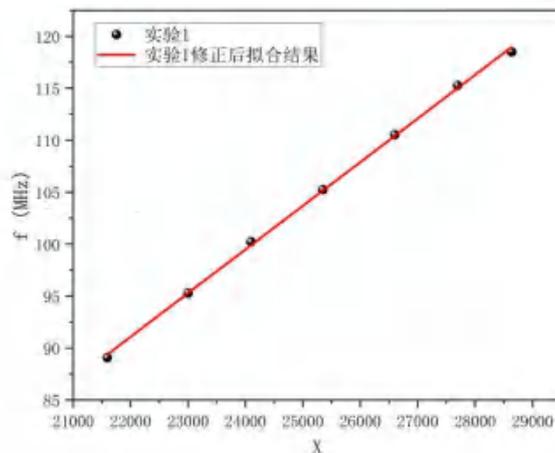


图 14 第一次实验理论修正后的结果

可见，其线性度仍然极高，R-Square=0.99964，相比于修正前的 0.99928 提高了，说明修正有效。并且我们利用此修正方法得到的结果仅从 4204m/s 变为了 4202m/s，下降了 2m/s，说明修正是产生一定的效果的，且减小的趋势是正确的，但是实验的极限误差已经达到了 50m/s，因此这个修正已经无足轻重了。但这可以证明，旋转晶体较小角度的情况下，其角分布结果大致不变。

经过猜测，两次实验我们是分两次进行的，而实验一是首先做的，当时由于实验处于初步阶段，屋内室温较低，而做实验二是我们在最后进行补做的，当时由于实验室中已经有 9 名同学操作了 2-3 个小时，室温有所上升，因此两次实验的偏差也可能是由于室温的改变导致的。

3. 布喇格衍射下，相对强度与超声波频率的关系

接着，我们探究 Bragg 衍射的衍射效率与超声波频率的关系，为保证功率一致，我们首先测量了最大可实现频率下的可调节最大功率，发现其为 64mA，因此我们在控制功率不变得条件下，改变超声波频率，测量结果如表 4 所示。

表 4 衍射光强与超声波频率的关系(Bragg 衍射)

f/MHz	I ₀ /V	I ₁ /mV
79.08	2.48	2.80
83.28	2.00	3.60
85.31	1.80	3.80
89.71	1.40	4.36
92.44	1.24	4.08
93.95	1.24	4.00
97.65	1.40	3.92
99.80	1.60	3.52
103.25	2.12	3.12
105.69	2.24	3.16
108.20	2.60	2.84
112.94	3.04	2.40
116.43	3.32	2.12
118.28	3.52	1.88

首先将光强归一化，并利用衍射效率公式即可计算出实验衍射效率，并且根据理论部分，我们知道

$$\eta_B = \sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda_0 \cos \theta_i} \sqrt{\frac{M_2 L P_a}{2H}}\right) v \approx \sin^2[k(1 + \theta_i^2)] \quad (23)$$

式中 $\theta_i = \frac{\lambda_0}{2nv_s} f$ ，因此首先我们尝试用此公式对其进行拟合，但拟合效果很差，R-Square=0.533，说明拟合不可取，于是我们考虑对其前面乘一个系数，从而使得其峰值不再是 1，即把最大衍射效率项加入拟合，此时拟合公式形式为

$$\eta_B = c \sin^2[k(1 + af^2)] \quad (24)$$

拟合后的结果具有相较于之前较为优良的评分，提升到了 0.91 左右，其两种拟合的结果如图 15 所示

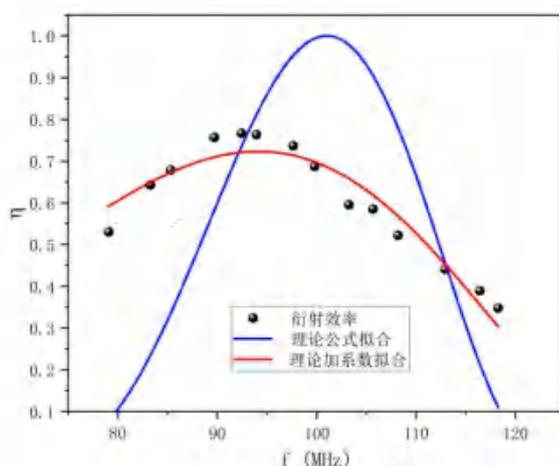


图 15 衍射效率随频率的变化曲线

可见其效果已经有了较大的提高，但并无法完全拟合，而我们由物理直觉，通过观察发现变化曲线与 Gauss 函数十分的相像，因此考虑利用 Gauss 函数对其进行拟合，公式为

$$\eta = y_0 + \frac{A}{w\sqrt{\pi/2}} e^{-\frac{2(f-x_c)^2}{w^2}} \quad (25)$$

拟合结果如图 16 所示。

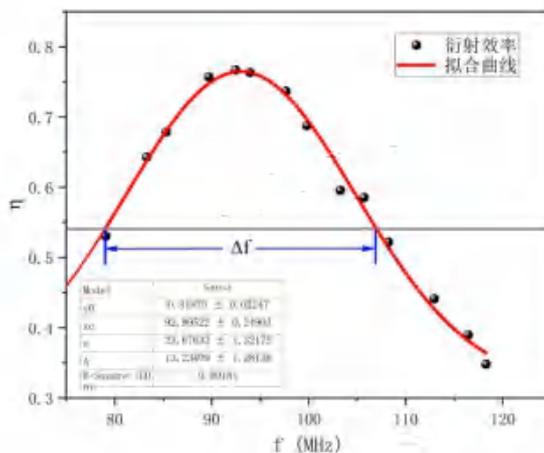


图 16 衍射效率随频率的 Gauss 拟合曲线

拟合评分 R-Square=0.99181，极为接近 1，拟合程度极高，不由得激发我们思考为何 Gauss 函数能够对其如此优良的拟合。

这使得我们联想到了欧拉公式，其可以在 sin 与 exp 函数之间转换，而倘若公式(24)中的参数可以取复数，那么此时拟合函数自然变为 exp。即出现复参数的情形下， $\sin^2 x^2$ 替换为 e^{2x^2} ，理所当然的变为 Gauss 函数。而负折射率又是在多种情况下均可能出现的，由于时间限制，我们不在此对其进行深入讨论，但这个猜想也具有一定的合理性。

利用拟合结果，经过计算，对应的中心频率为

$$f_{mid-B} = 93.0 \pm 0.3\text{MHz} \tag{26}$$

此时曲线的峰值为 0.765，并未达到理论可取的 1，其可能是由于超声波功率较小(后面会进行探究)，以及晶体形状等参数导致。同样我们轻易地利用取交点的方式，可以得出其频率带宽(下降 3dB 的区间长度)为

$$\Delta f_B = 27.996\text{MHz} \tag{27}$$

其带宽较大，也是因为其衍射效率较大导致的。

4. 布喇格衍射下，测量中心频率上衍射光强度与超声波功率的关系

对于第三步，在测量中发现，中心频率在 92MHz~93MHz 以内，故我们考虑设定频率为 92.30MHz 作为中心频率，进而测量其衍射光强与超声波功率的关系。

以功率计的 4mA 间隔进行测量，我们发现在中心频率下能够调节到的最大功率为 4mA，其测量数据如表 5 所示。

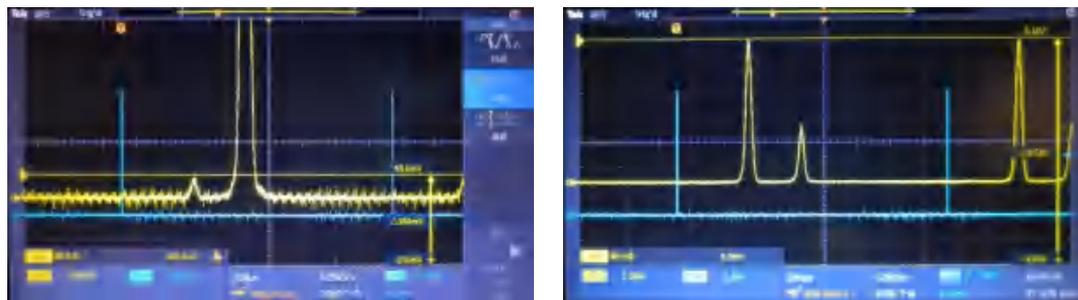
表 5 衍射光强与超声波功率的关系(Bragg 衍射)

W/mA	I ₀ /V	I ₁ /V
0.0	7.56	0.00
4.0	7.56	0.00
8.0	7.56	0.00
12.0	7.56	0.00
16.0	7.48	0.10
20.0	7.40	0.18
24.0	7.38	0.39
28.0	7.30	0.54
32.0	7.24	0.89
36.0	7.08	1.38
40.0	6.81	1.79
44.0	6.58	2.34
48.0	6.20	2.89
52.0	5.52	3.57
56.0	4.48	4.08
60.0	4.12	4.63
64.0	3.45	5.10
68.0	2.85	5.78
72.0	2.43	6.16

注：各参数单位与其基本物理单位不同，是测量手段导致的，但其均成正比，能够反

映物理规律。

其部分测量示波器示意图如图 17 所示



(a)一级衍射出现功率(16mA)

(b)最大可测量功率(72mA)

图 17 光强测量示波器显示图(Bragg 衍射)

我们首先将光强归一化，利用零级与一级光强相加，从而得到总光强，然后分别令各级光强除以总光强，即可得到相对光强，并且我们利用公式

$$\eta = \frac{I_1}{I_{all}} \tag{28}$$

即可得到此时的 Bragg 衍射效率。为直观展示，我们将相对光强与衍射效率作在一张图内，如图 18 所示。

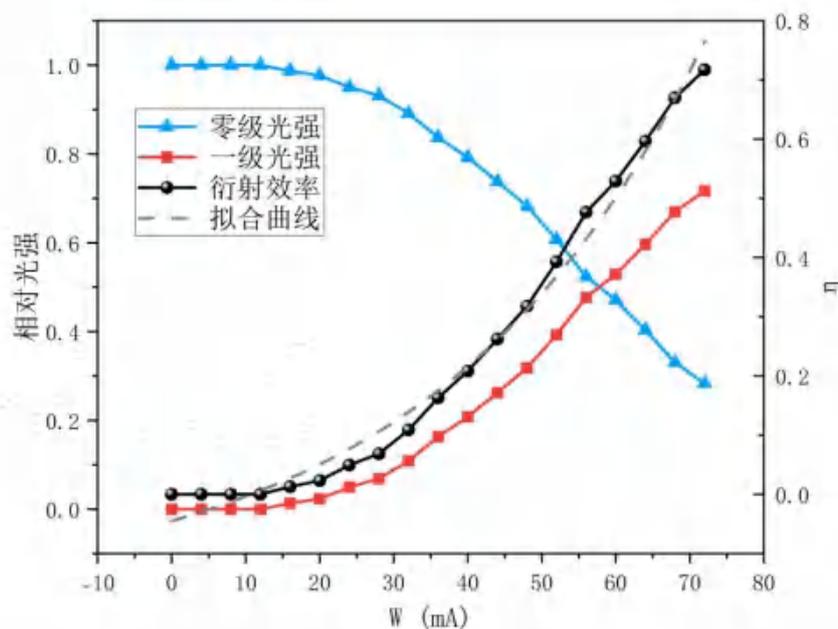


图 18 相对光强、衍射效率随功率的变化曲线(Bragg 衍射)

实际上，我们计算一级衍射相对光强的公式与计算 Bragg 衍射效率的公式是一致的，因此一级衍射相对光强曲线与衍射效率应当是重合的，但我们衍射效率作为另一个坐标轴，其坐标区间并不一致，因此在图 18 中是不重合的。

根据实验结果可见，由于我们的仪器老旧，其功率在中心频率下无法达到更高，从而在我们能够测得的区间内，Bragg 衍射效率一直随着功率的增大而增大，其最终得到的最佳衍

射功率为 74mA，最佳衍射效率为

$$\eta_{MAX-B} = 0.717 \tag{29}$$

与理论分析中其一般大于 60%相一致，由于晶体参数等是未测常量，因此我们在此不再对其进行理论拟合，仅仅探究其初步性质。

经过初步观测，其衍射效率随功率的增长趋势近似可以看作是一个指数形式，我们采用公式 $y = y_0 + Ae^{(x-x_0)/t}$ 对其进行拟合，发现多次拟合后并不收敛，因此我们根据公式的物理含义对其参数进行修正，可知，对于 Bragg 衍射，在功率为 12mA 以内其衍射效率均为 0，因此我们考虑固定 $x_0 = 12$ ，即使得增长的起始点近似为 0 点的结束点，拟合结果为

$$\eta = -0.175 + 0.181e^{\frac{W-12}{36.5}} \tag{30}$$

此时拟合评分 R-Square=0.98817，拟合效果较好，因此继续增大功率，其衍射效率应当继续增长。

但事实上，衍射效率不可能大于 1，对于 Bragg 衍射，若此时继续按照指数增长趋势，其在已有的 0.717 的效率上会紧接着超出 1，根据理论推导，衍射效率必然有一个峰值，故我们猜测，其衍射效率与功率的关系可能为 Sigmoid 函数，其为机器学习中的一种二值化函数^[7]，在达到饱和后会保持不变。Sigmoid 函数形式为

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \tag{31}$$

其函数图为

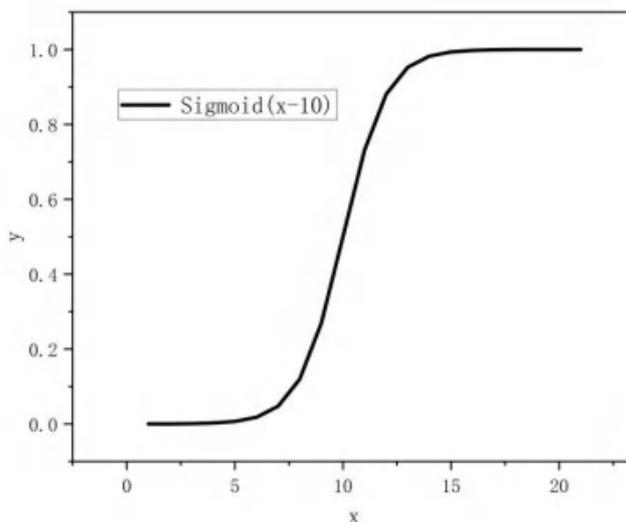


图 19 Sigmoid 函数曲线图

我们为直观看出函数图形，将函数向右平移了 10 个单位，可以看出，其的前半段与我们的测量曲线高度重合，考虑用 Sigmoid 函数进行拟合分析，采用函数

$$f(x) = \frac{-A}{1 + e^{\frac{(x-x_0)}{dx}}} + A \tag{32}$$

最终可得拟合结果如图 20 所示。

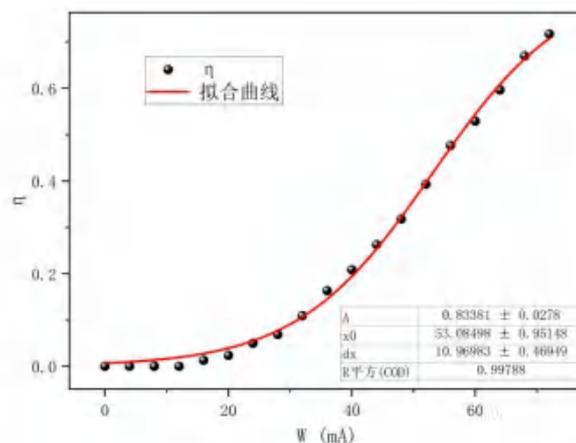


图 20 衍射效率-功率 Sigmoid 函数拟合曲线图(Bragg 衍射)

拟合曲线结果为

$$\eta = \frac{-0.83}{1 + e^{\frac{(W-53)}{11}}} + 0.83 \tag{33}$$

其拟合评分 R-Square=0.99788，相比于我们之前所用的指数函数，其拟合优度极高，并且我们能够通过公式直观地得出参数物理意义。

对于参数 A，其代表的是在本次实验的中心频率下能够达到的最大衍射效率，即

$$\eta_{MAX-pre-B} = 0.83 \pm 0.03 \tag{34}$$

其接近于 1 但小于 1，可见其是合理的。同时，参数 x_0 代表线性调制的中心功率，即在 $W_{mid} = 53 \pm 1$ 附近，可达到最佳的线性调制，从而传输一些连续的声波等。

但遗憾的是，由于测量范围的限制，我们无法测出最佳调制声功率，也无法验证我们所得到的结果，若想继续研究，应当对仪器分压问题进行改进，从而扩大其可实现的功率范围，进而测量其最佳调制声功率。

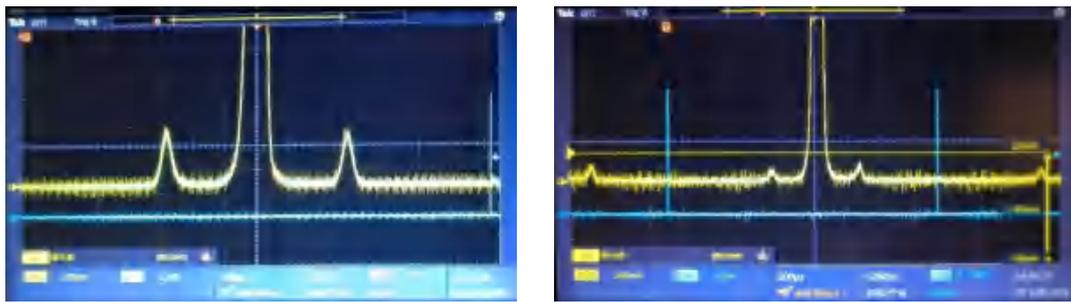
5. 喇曼-纳斯衍射下（光束垂直入射），测量衍射角 θ_m

在 CCD 与晶体出射距离为 39.90cm 的条件下，我们测量 Raman- Nath 衍射的衍射角以及衍射效率随着超声波频率的关系。在最大频率下，能够实现的最大功率为 64.0mA，因此，我们始终保持功率为 64.0mA 进行测量，其结果如表 6 所示。

表 6 衍射角及光强与超声波频率的关系(Raman- Nath 衍射)

f/MHz	$\Delta T/\mu s$	I_0/V	I_1/mV
79.62	276	7.12	69
84.85	290	7.16	102
86.04	296	7.08	125
89.69	304	6.92	199
92.46	306	7.16	239
95.36	322	7.08	240
100.13	338	7.16	181
104.90	350	7.24	111
109.88	365	7.32	44
114.68	380	7.24	19
118.33	398	7.20	16

部分测量结果如图 21 所示



(a)细节图

(b)对比图

图 21 光强测量示波器显示图(Raman- Nath 衍射)

a.角分布

在实验中，我们始终保持正入射，因此 $\theta_i = 0$ ，则由公式(8)可得

$$\sin \theta_d^1 = \frac{\lambda_0}{nv_s} f \tag{35}$$

根据 Bragg 衍射中算出的声速 4.10km/s 即可画出此时理论的衍射角(晶体内的角度)。

我们利用表 6 中的数据进行换算，得到此时的晶体内部衍射角，并将实验值与理论值画在同一张图内，其结果如图 22 所示

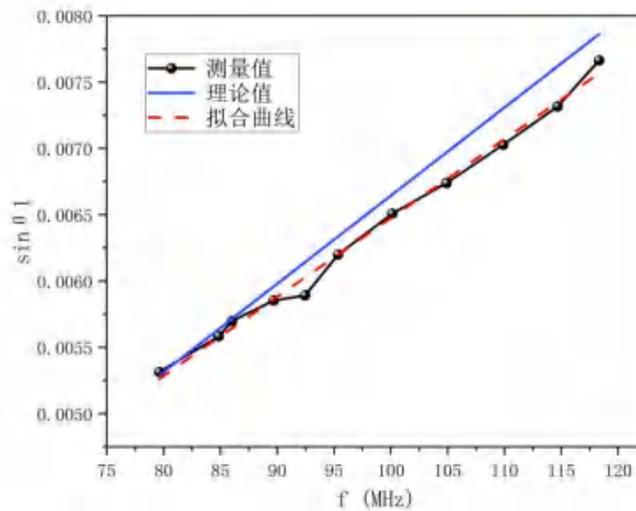


图 22 θ_1 - f 分布关系(Raman- Nath 衍射)

由图可以直观地看出，理论直线斜率相比测量曲线略大，可能是由于声速测量较小导致的，也可能是由于 Raman- Nath 衍射的入射并非与晶体完全垂直，导致产生一个偏差。并且第一部分的实验与第二部分是两次完成的，实验室的温度以及湿度并非完全一致，因此可能导致晶体内部声速改变，从而产生偏差。

利用自身数据进行拟合的 R-Square=0.99366，线性度极高，利用曲线斜率 k，经过换算，可以轻易地得出其晶体内部声速为

$$v_{s-RN} = \frac{\lambda_0}{nk} = 4.58\text{km/s} \tag{36}$$

利用误差传递公式即可得

$$\Delta v_{s-RN} = \frac{\partial v_{s-RN}}{\partial k} \cdot \Delta k = -\frac{v_{s-RN}}{k} \Delta k = 0.12 \text{ km/s} \quad (37)$$

则可得最终利用 Raman-Nath 衍射测量所得的声速为

$$v_{s-RN} = (4.58 \pm 0.12) \text{ km/s} \quad (38)$$

可见，其比 Bragg 衍射所测得的结果偏大。

b. 衍射效率分布

接着，我们分析 Raman-Nath 衍射的衍射效率随着超声波频率的变化，将其进行绘图，同之前一样，我们发现其类似于 Gauss 函数的分布形式，故我们考虑采用 Gauss 函数(正态分布函数)对其拟合，函数形式为

$$\eta = y_0 + \frac{A}{\omega\sqrt{\pi/2}} e^{-\frac{2(f-x_c)^2}{\omega^2}} \quad (39)$$

其拟合结果如图 23 所示。

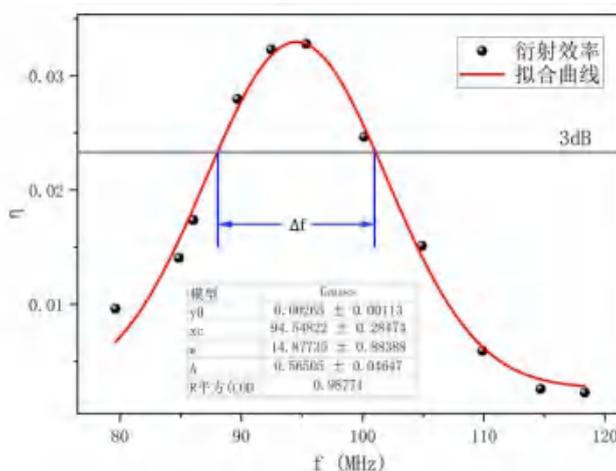


图 23 η - f 分布关系(Raman-Nath 衍射)

拟合评分 R-Square=0.98771，可见拟合优度极高。经过计算，曲线的峰值为 0.033，对应的中心频率为

$$f_{mid-RN} = (94.5 \pm 0.3) \text{ MHz} \quad (40)$$

再考虑其带宽，即强度下降 3dB 的位置，对应 $\eta = 0.0233$ ，即图中的灰色线，其与拟合曲线的交点的频率值为 88.09MHz 与 100.99MHz，即其频率带宽为

$$\Delta f_{RN} = 12.90 \text{ MHz} \quad (41)$$

理论上 Raman-Nath 衍射能够达到的最大衍射功率为 34%，但此时其衍射功率最大值仅为 3.3%，为理论的 10%，根据公式(9)，其受到多种参数影响，可能是由于晶体结构以及外部环境导致的衍射效率较低。其带宽相对于 Bragg 衍射也较小，很显然，这是由于 Raman-Nath 衍射效率较低导致的。

6. 喇曼-纳斯衍射下，测定中心频率下 1 级衍射光的衍射效率与功率的关系

从第五问的结果可以得出，最大衍射效率应当在 92.46MHz~95.36MHz 之间，我们采用 $f_0 = 94.11 \text{ MHz}$ 作为中心频率，并且测得在中心频率下，仪器功率所能调控的最大功率为 70mA，因此，我们从 0mA 开始，以 4mA 为间隔测量衍射效率与功率的关系，其测量结果如表 7 所示。

表 7 衍射光强与超声波功率的关系(Raman- Nath 衍射)

W/mA	I ₀ /V	I ₁ /mV
0.0	7.00	0
4.0	7.00	0
8.0	7.00	0
12.0	7.00	0
16.0	7.00	0
20.0	7.08	9
24.0	7.08	14
28.0	7.20	18
32.0	7.20	32
36.0	7.33	44
40.0	7.33	59
44.0	7.28	85
48.0	7.28	129
52.0	7.21	153
56.0	7.02	183
60.0	6.93	211
64.0	7.08	219
68.0	7.04	241
70.0	7.04	269

注：各参数单位与其基本物理单位不同，是测量手段导致的。

我们采用与之前一致的数据处理方法，首先将总光强归一化，然后作图，并利用

$$\eta = \frac{I_1}{I_{all}} \tag{42}$$

得到一级衍射效率，且尝试用 e 指数函数对其进行拟合，结果如图 24 所示。

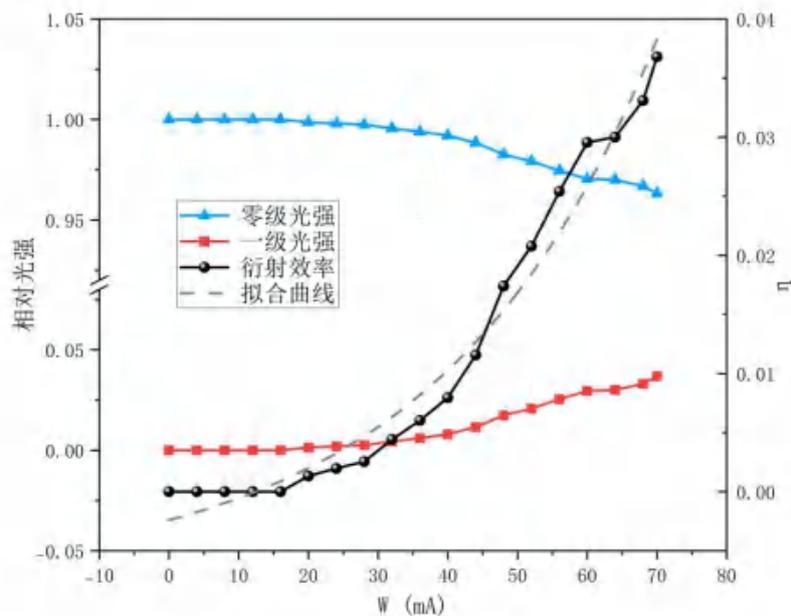


图 24 相对光强、衍射效率随功率的变化曲线(Raman- Nath 衍射)

同之前一样，我们将光强归一化后的一级光强实际上即为衍射效率，但我们仍然为了体现其之间的意义不同，将其作在一张图之内，但事实上一级光强与 Raman-Nath 一级衍射效率的数值是一致的。

根据图也可以看出，由于我们所能调控的功率范围有限，其最佳衍射功率即为最大功率 70mA，所对应的最佳衍射效率为

$$\eta_{MAX-RN} = 0.0368 \tag{43}$$

理论分析中，其一般能达到的最大衍射效率应为 34%，但此时由于仪器功率限制，在可测量区间内，其衍射功率一直在增大。

正如我们之前所做的，由于曲线类似于指数函数，我们利用函数 $y = y_0 + Ae^{(x-x_0)/t}$ 对其进行拟合，发现多次拟合后并不收敛，因此我们固定某些变量，与 Bragg 衍射相似的，我们固定 $x_0 = 16$ ，可得拟合结果为

$$\eta = -0.00737 + 0.00247e^{\frac{W-16}{4.77}} \tag{44}$$

其拟合评分 R-Square=0.97585，拟合效果较好。

同样我们考虑用 Sigmoid 函数对其进行拟合操作，拟合结果如图 25 所示。

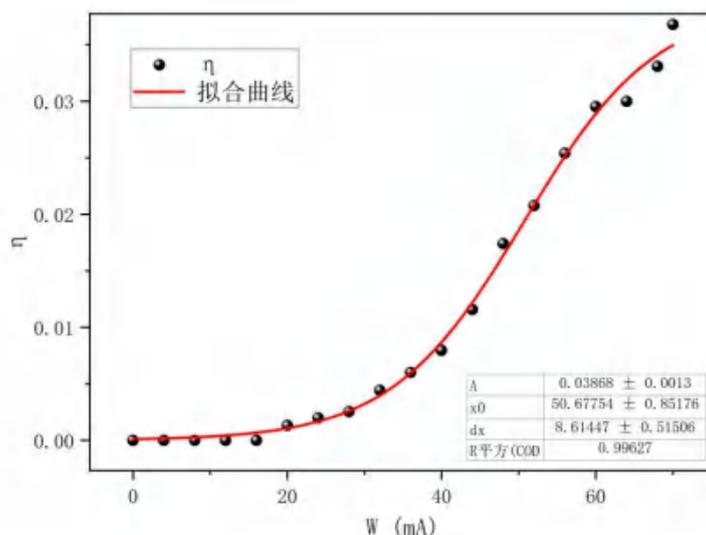


图 25 衍射效率-功率 Sigmoid 函数拟合曲线图(Raman-Nath 衍射)

拟合曲线结果为

$$\eta = \frac{-0.039}{1 + e^{\frac{(W-50.7)}{8.6}}} + 0.039 \tag{45}$$

其拟合评分 R-Square=0.99627，相比于我们之前所用的指数函数，其拟合优度极高，同样能够通过公式直观地得出参数物理意义。

$$\eta_{MAX-pre-RN} = 0.039 \pm 0.001 \tag{46}$$

其还是约为 34% 的 0.1 倍，但 Raman-Nath 衍射的一级衍射效率受到许多参数的影响，因此其最大效率可能达不到 34%。同时，线性调制的中心功率为 $W_{mid} = (50.7 \pm 0.9)mA$ 附近。

同样由于功率限制导致我们无法测量以及验证我们的结果，故可以考虑增大仪器可输出功率从而测量到其最佳衍射功率。

与 Bragg 衍射比较:

同: 无论是 Raman- Nath 衍射还是 Bragg 衍射, 其衍射效率均随功率的增大, 且在前半段可以近似认为是指数形式, 变化规律基本一致, 但事实上, 两者均会达到饱和, 我们也分析并拟合出衍射效率可能与调控功率呈 Sigmoid 函数形式, 此函数拟合优度更高, 并且达到饱和后将不再变化, 但研究受到仪器功率限制, 因此其并不能对两者关系进行完全的研究。

异: 两者的衍射效率的大小是差距十分明显的, Bragg 衍射效率理论上可以在 0~1 之间进行变化, 而根据理论分析, Raman- Nath 衍射所能达到的最大衍射效率为 0.34, 因此, 两者量级差距十分明显。并且, 正是因为这个原因, 使得声光模拟中 Bragg 衍射能够很好地发挥作用, 具体原因我们在第 7 部分进行分析。

7. 声光模拟通信实验

a.原理分析

对于 Bragg 衍射, 根据其 $\eta \sim W$ 的函数关系, 可见其会出现一个线性区, 即线性调制区, 我们利用线性拟合去除非线性的起始点, 利用线性点进行拟合分析, 结果如图 26 所示

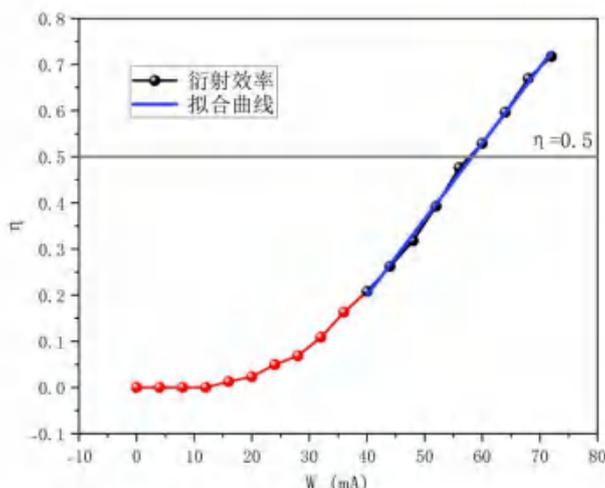


图 26 衍射效率随功率的线性区拟合(Bragg 衍射)

注: 图中红色点为非线性点, 拟合时对其进行剔除。

其拟合评分 R-Square=0.99755, 线性度极高, 并且线性区的中心位置的衍射效率 $\eta = 0.5$, 初步验证了我们对 Sigmoid 函数的猜想。

并且, 由于线性区位于衍射效率为 0.5 的附近, 此时能够使得 0 级与一级光强均产生一个线性调制, 应有

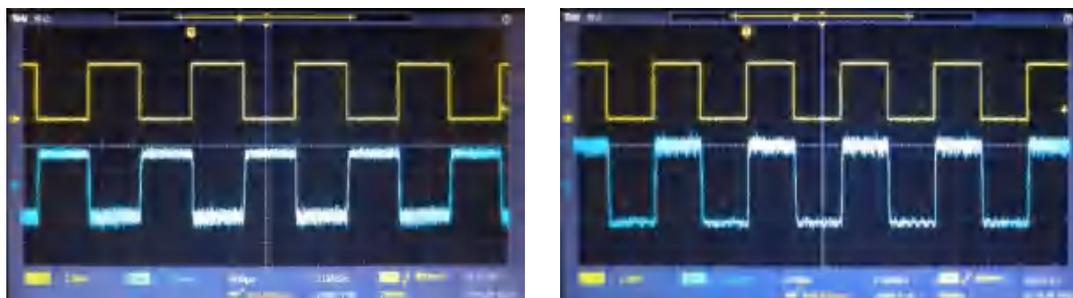
$$\begin{cases} I_1 \propto W \\ I_0 \propto -W \end{cases} \quad (47)$$

且两者量级相当, 故我们可以利用 Bragg 衍射的 0 级或 1 级光进行声光通讯。

对于 Raman- Nath 衍射, 我们由图 24 可以看出, 其也同样存在一个线性区, 理论上同样可以实现声光通讯, 但由于其调制幅度极小, 无法像 Bragg 衍射得到量级相似的 0、1 级衍射, 且基础值也较小, 因此其调制效果较弱, 我们在此采用 Bragg 衍射进行声光通讯实验。

b.声光通讯实验

我们分别采用 Bragg 衍射的 0 级和 1 级光进行实验，其实验光路已在图 8 中给出，实验结果为



(a)零级

(b)一级

图 27 声光通讯实验结果(黄色为发射信号、蓝色为接收信号)

对于模拟通讯发射器，其会输出一段音乐，而音乐音色的变化是通过方波的频率产生的，我们通过将方波接入声光效应试验仪的外调端口，使得其调控功率，利用线性区即可实现优良的声光通讯，零级的接收波形与发射波形反相，而一级的为同向，由我们之前的分析，有 $I_0 \propto -W$, $I_1 \propto W$ ，恰好验证了实验结果，我们也录制了一段调制接收到的音乐，其如图 28 所示

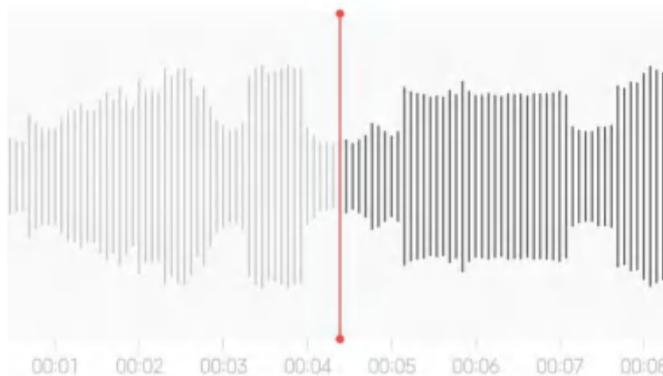


图 28 声光通讯录音波形

可见，其实现了电信号的传输，实验效果较好。

c.改变功率

接着，我们改变了超声波功率，探究功率对实验结果的影响程度，分别测量了利用衍射一级光的条件下，基础功率分别为 20mA、30mA、40mA 时的通讯效果，如图 29 所示



(a)20mA

(b)30mA

(c)40mA

图 29 功率对声光通讯实验的影响

事实上，我们还测量了功率为 10mA 时的情形，此时已经无法实现声光通讯，只能观测到波形的略微波动。

理论上若声光通讯位于线性区，其调制幅度应当始终相当，因为线性区的增益是不变的。而我们知道，只有在功率较大时其才处于线性区，故当功率降低时，增益由于曲线斜率下降，调制幅度也会随着下降，正如图 29 的实验结果展示的，20mA 时调制幅度已经极小，在 10mA 已经几乎观察不到调制。

六、实验总结与思考

误差分析：

(1)在各个部分，均涉及数据点的测量，都有数据点选取的问题，即我们可以同过选取测量更多的点从而提升曲线精度。以及可以进行重复测量取平均值的方法得到更加不具有偶然误差的数据。

(2)在 Raman- Nath 衍射中，由于其特有的对称性，实际上我们可以通过分别测量**两侧数据**然后取平均值的方法得到更加准确的结果，这样不仅能更加精确地保证正入射，并且也能消除一定的偶然误差。

(3)测量误差。在本次实验中，有一些长度量需要人为读取，比如 CCD 距离晶体的距离、示波器中的时间长度，这些长度量均需要人为选取、读数、测量，难免会出现偶然误差以及偏好误差。

(4)在本次实验中，我们首先利用**小孔光阑**进行了激光准直的调节，但实际上难免激光还会有一定的倾斜角度，这也是不可避免的。

(5)实验实际上是分两次进行的，而室温、湿度等条件在单次实验中都是无法保证恒定不变的，因此由于实验时间的不同，可能会导致晶体外部环境发生变化，从而对声速等对**温度敏感**的参数发生变化。

实验结论：

在本次实验中我们首先调节出了 Bragg 衍射和 Raman- Nath 衍射，初步分析了其特征。首先研究了 Bragg 衍射，利用衍射角与超声波频率的关系测量了晶体声速，进行了两次实验，第一次在改变超声波频率后并未调节晶体方向，并未保证始终是 Bragg 衍射，其声速为 $v_{s-B-False} = (4.20 \pm 0.05)\text{km/s}$ ，而第二次是正确操作下进行的，结果为 $v_{s-B-True} = (4.10 \pm 0.06)\text{km/s}$ ，两者拟合优度均在 0.999 以上，并且我们尝试利用理论修正错误结果，其效果虽并不明显，但我们证明了晶体偏离小角度对实验结果的影响几乎可以忽略。

接着，我们探究了 Bragg 衍射效率与超声波频率的关系，首先依照理论分析，利用 \sin^2 和 $c \sin^2$ 函数对其进行拟合，拟合优度均不高，而我们猜测后利用 **Gauss 函数** 对其进行拟合，拟合评分 $R\text{-Square} = 0.99181$ ，发现其与实验结果十分吻合，经过分析可能是由于**参数可取复数**导致的；利用 Gauss 拟合后的结果，可以轻易地得出中心频率 $f_{mid-B} = 93.0 \pm 0.3\text{MHz}$ ，以及带宽 $\Delta f_B = 27.996\text{MHz}$ 。

然后，我们测量了在中心频率(92.30MHz)下 Bragg 衍射的衍射效率与功率的关系，其在我们测量的区间内是完全呈现增长趋势的，在 72mA 的功率所能达到的实验最佳衍射效率为 0.717。首先用 e 指数函数对其拟合，拟合评分为 R-square = 0.98817，但指数函数并不能与实验结果**完全吻合**，在较低功率下展现出较大的偏差以及由于衍射功率不能一直增长，因此无法从物理上接受 e 指数的拟合。而我们联想到了机器学习中曾经使用过的 **Sigmoid 函数**，其具备满足此时物理需求的特征(在文中第四部分进行过分析)，故我们尝试采用其进行拟合，拟合评分 R-Square = 0.99788，**拟合优度极高**，并且我们利用拟合曲线推算出了实验能达到的中心频率下能实现的最佳衍射效率为 $\eta_{MAX-pre-B} = 0.83 \pm 0.03$ ，结果十分合理，但遗憾的是由于仪器限制，我们无法对其进行实验验证。

接着是 Raman- Nath 衍射部分，首先固定功率测量了一级衍射角与衍射功率随着超声波频率变化的关系，对于衍射角，首先利用 Bragg 衍射所得的声速算出其理论值与实验值进行比较，发现理论值偏大，并且利用拟合的方式算得 Raman- Nath 衍射时的晶体声速为 $v_{s-RN} = (4.58 \pm 0.12)\text{km/s}$ ，其 R-Square = 0.99366，验证了声速比 Bragg 衍射所得的声速大，经过分析可能是由于两次实验的**温度**等因素导致的偏差。并且利用 Gauss 函数对衍射效率随着超声波频率的变化曲线进行拟合，得出其在功率为 64mA 的条件下最大衍射效率为 3.3%，R-Square=0.98771，所对应的中心频率为 $f_{mid-RN} = (94.5 \pm 0.3)\text{MHz}$ ，带宽为 12.9MHz，衍射效率与理论偏差较大，可能是由于晶体条件并非十分优异导致的。

再后我们测量了 Raman- Nath 衍射中心频率(94.11MHz)下的一级衍射效率与功率的关系，在 70mA 的功率所能达到的实验最佳衍射效率为 0.0368，同之前一样先用 e 指数拟合，R-Square = 0.97585，并重新利用 Sigmoid 函数拟合对比，拟合 R-Square=0.99627，拟合优度极高，后者得出的实验能够实现的最佳衍射效率为 $\eta_{MAX-pre-RN} = 0.039 \pm 0.001$ ，并分析得出了 Raman- Nath 衍射与 Bragg 衍射的曲线变化关系几乎一致，但量级是区别较大的。

最后我们进行了声光模拟通讯实验，分析了使用 Bragg 衍射的优越性，并利用**线性拟合**证明了线性区的存在，因此理论上可以实现连续信号的传输；分别利用零级和一级进行实验，发现零级光的接收信号与发射信号**反相**，而一级**同相**，证明了 $I_0 \propto -W$ 、 $I_1 \propto W$ ，并且探究了基础功率对传输信号的影响，证明了线性区实现的调制是最好的，而调制中线向两侧偏移时均会导致调制强度变弱，从而无法实现较好的信号传输，信噪比降低。

总的来说，我们研究了铌酸锂 Bragg 衍射与 Raman- Nath 衍射的特性，并实现了声光通讯，实验结果相互印证，可信度高，完整度高，实验较为成功。

[思考题]

1. Bragg 衍射和 Raman- Nath 衍射的本质区别是什么？

事实上，这里的 Bragg 衍射与我们常说的晶格 Bragg 衍射是不同的，其只是因为公式形式相似，因此定义了一个晶格常数 Λ 。

声光效应中的 Bragg 衍射和 Raman- Nath 衍射的本质区别是与**声子作用方式不同**：

(1)Bragg 与声子的作用方式有两种，第一种是直接吸收一个光子，另一种是一个入射

声子激发一个散射光子和另一个与之具有相同动量和能量的声子的发射，其本质上都可以视作与一个声子相互作用，光子的出射波矢和入射波矢的差均为一个声子波矢。

(2)而 Raman- Nath 衍射的本质是其与多个声子进行连续作用，衍射的级数即代表吸收的声子个数，其出射波矢和入射波矢之差为声子波矢的整数倍。

2.为什么说声光器件相当于相位光栅？

由光弹效应，声波在介质中传播时会引起介质折射率的变化，从而改变通过介质传播的光的相位。当光通过线度为 l 的向声光相互作用介质时，其相位改变

$$\Delta\phi(x) = n(x)k_0l = \Delta\phi_0 + \mu k_0l \sin(kx - \Omega t) \quad (1)$$

后面一项即为超声波的存在而附加的相位，为关于 x 的 \sin 函数，因此其在 x 方向上周期性变化，如同光栅一般，使得原本平面的光栅变成了周期性的折皱。

且对于声光器件，这种相位调制可以用来实现光的干涉、衍射和调制等功能。如同光栅一样，既具有周期性结构，又能实现光的干涉与衍射等功能，故称为相位光栅。

3.说明 Bragg 衍射和 Raman- Nath 衍射的实验条件和形成原因。

实验条件：

Bragg 衍射是当超声波的频率较高，声光作用长度较长，光线与声波面间以一定的角度斜入射，此时晶体相当于一个“体光栅”。

Raman- Nath 衍射是当超声波频率较低，声光作用长度较短，光线平行于声波面入射(即垂直于声场传播方向)时，此时晶体相当于一个“平面相位光栅”。

形成原因：

实际上我们在思考题 1 进行过分析，从量子力学角度分析，本质上的形成原因都是与声子作用，只是作用方式以及数量不同。我们在此进行重述。

(1)Bragg 与声子的作用本质上都可视为与一个声子发生直接作用，作用方式有两种，第一种是直接吸收一个光子，另一种是一个入射声子激发一个散射光子和另一个与之具有相同动量和能量的声子的发射，光子的出射波矢和入射波矢的差均为一个声子波矢，相当于吸收或发射一个声子。

(2)而 Raman- Nath 衍射的本质是其与多个声子进行连续作用，衍射的级数即代表吸收的声子个数，由于作用后吸收或激发的声子的波矢都是量子化的，因此其出射波矢和入射波矢之差为声子波矢的整数倍，倍数也代表了其衍射级数，由于多次作用，衍射强度随着作用次数的增多逐渐下降。

4.调节 Raman- Nath 衍射时，如何保证光束垂直入射？

在实验中，我们反复左右旋转晶体位置，我们发现，事实上，单纯地保证 ± 1 级的衍射级次强度相等是**无法保证**光束垂直入射的。

倘若首先使得晶体处于左侧的 Bragg 衍射条件，在从左到右旋转晶体的过程中，其光强分布大致可以分为 9 个阶段，我们利用手绘图对其进行展示分析。

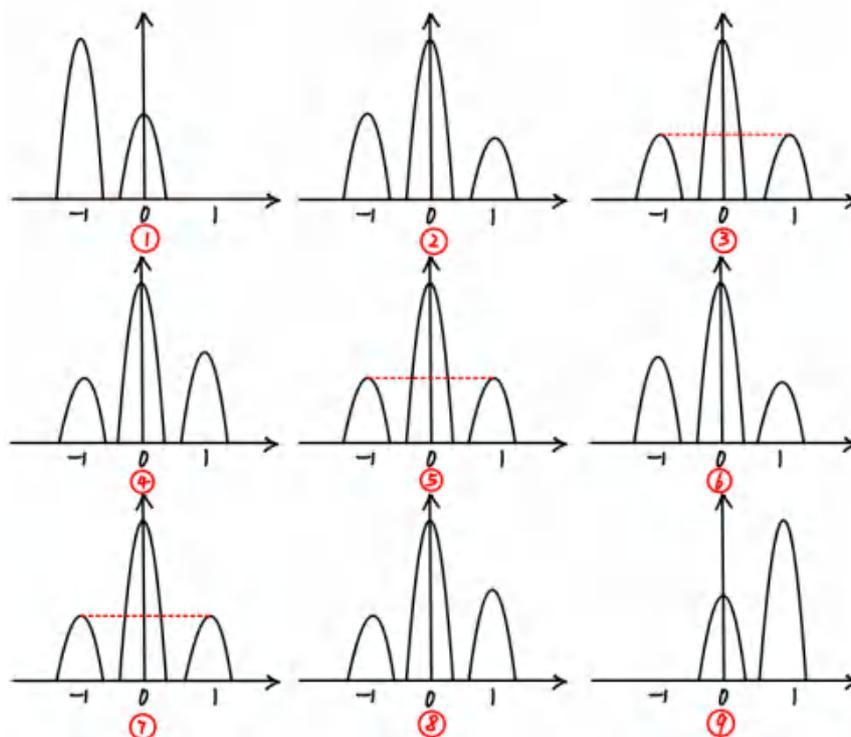


图 1 Raman- Nath 衍射调节晶体方向的光强变化图

注：图中的幅度均为了起到对比作用而进行了夸张手法，具体强度视实验而定。

事实上，在旋转晶体过程中，其会出现三次两侧衍射强度相当的情形，这也并不出乎我们的意料。按照图示情况进行分析，当旋转角度较大时，晶体呈 Bragg 衍射，级次为-1级，不断靠近中心时，其 1 级衍射强度会增长，而-1 级光强会降低，并逐渐达到相等，然后 1 级光强由于仍在增长，因此会短暂地超越-1 级，此时即为斜入射的 Raman- Nath 衍射，由于晶体轴线向-1 级倾斜的缘故，其强度分布会偏大，从而强度较低；然后达到正入射时，两侧光强相等，此时即为我们要保证的实验测量条件；而继续旋转会发生与之前镜像的变化，不再过度赘述。

因此，要保证 Raman- Nath 衍射的正入射条件，不仅仅要两侧光强对称，并且应**利用衍射现象的对称性**，利用相同现象出现的位置，找到对称中心，此时才为真正的正入射。

5.试述声光相互作用的基本效应。你认为可能有些什么应用前景？

声光学是研究光波和声波在介质中的相互作用，亦即所谓的“超声光栅”。当声波在介质中传播时介质中存在弹性应力和应变，引起介质折射率变化，因而影响光在介质中的传播特性。当介质中有超声波传过时，介质的折射率将受应变的调制而作周期性变化，因而相当于一个相位光栅，光在通过它时将发生衍射。

经过查阅，其一般有几个效应，分别是：

- (1)声光散射效应：当光波通过介质时，与介质中的声波相互作用，导致光的散射。
- (2)声光吸收效应：声波通过介质时，引起介质中的能量吸收，从而导致光的衰减。
- (3)声光干涉效应：声波和光波在介质中传播时，作用产生的相位差会引起干涉效应。
- (4)声光折变效应：声波通过介质时，可以引起介质的折射率变化，从而改变光的传播

方向和速度。

实际上还有很多效应，比如频移^[8]、偏振等^[9]，在此不再过多赘述。

应用：

事实上，我们在引言和部分思考题中对应用均有一定的阐述，在此仅进行总结简述。

(1)用于测量领域^{[3][8][10]}。可用于声速测量，以及测量晶体参数等。

(2)用于通讯领域^{[1][11]}。正如我们在实验中实现的，其可以利用光信号和声信号之间的联系进行无接触通讯。

(3)多种声光器件^{[2][12]}。比如偏振器、可调谐滤波器^[13]等。

[编程代码]

用途：经典方法计算 Raman- Nath 衍射光场
语言：Mathematica
<pre>lamda = 652.9 10^-9; k = 2 Pi/10^-6; k0 = 2 Pi/lamda; u = 0.5 2.2^3 0.036 0.00001; Plot[(1/lamda Abs[NIntegrate[E^(-I k x Sin[a]) E^(I k0 u 0.05 Sin[k x]), {x, -0.0001, 0.0001}]]^2 8.85 10^-12/(5 10^-7), {a, -0.02, 0.02}, PlotRange -> Full, Frame -> True, Axes -> False, AxesLabel \[RightArrow] {"I", "x"}]</pre>

[参考文献]

[1]曹跃祖.声光效应原理及应用[J].物理与工程,2000(05):46-47+52.
 [2]俞宽新,赵启大,何士雅等.声电光效应与声电光器件[J].光学学报,1997(02):127-130.
 [3]薛彬,王志洋,张凯等.基于声光效应的海水声速测量[J].中国激光,2019,46(04):191-199.
 [4]许增华,戴世勋,林常规等.声光晶体和玻璃材料及其调制器的研究进展[J].激光与光电子学进展,2021,58(15):92-105.
 [5]孙军,郝永鑫,张玲等.钽酸锂晶体及其应用概述[J].人工晶体学报,2020,49(06):947-964.
 [6] WANG RU-JU, WANG JI-FANG, CHA JI-XUAN, 等. THE ELASTIC CONSTANTS CijE, AND CijD, OF LiNbO3 DETERMINED BY THE ULTRASONIC "PULSE ECHO OVERLAP METHOD" [J/OL]. Acta Physica Sinica, 1985, 34(8): 1088.
 [7]刘明. 支持向量机中 Sigmoid 核函数的研究[D].西安电子科技大学,2009.
 [8]霍雷. 激光相干探测中声光器件特性的研究[D].西安电子科技大学,2013.
 [9]卢向东,张丽娟,欧伟英.声光调制器偏振特性的实验研究[J].光学技术,2006,32(S1):395-397.
 [10]赵洋,周挺,李达成.外差干涉仪中声光调制器特性对测量精度的影响[J].光学学报,1999(10):1368-1374.
 [11]高晶. 声光调制器驱动源及其通信系统研究[D].中北大学,2013.
 [12]徐介平. 声光器件的原理、设计和应用. 北京: 科学出版社, 1982.
 [13]桑伟. 声光可调谐滤波器的理论分析和实验研究[D].天津大学,2004.
 [14]黄宗华. 声光学及其应用. 南京大学物理系应用组编《现代分析理论与技术》第二章.
 [15]李家泽, 朱宝亮, 魏光辉. 晶体光学. 北京理工大学出版社, 1989.

[原始数据页]

中山大学《近代物理实验》预习报告

电光调制及通信应用

与布喇格衍射下的最大衍射效率比较。

10. 进行声光模拟通信实验。观测 0 级和 1 级信号的波形，是同相还是反相。改变超声波功率，注意观察模拟通信接收器的音乐的变化，分析原因。

五、实验数据记录

时间：2023 年 9 月 20、27 午 地点：物理楼 温度： 湿度：

step 3: 晶片与 CCD 距离 = $41.05 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 36.05 \text{ cm}$

晶片厚度: $11 \text{ mm} \times 11 \text{ mm}$
 CCD 有效长度 29.7 mm 像素数: 2700 个

于波器周期长度 ~~1.62 ms~~ $\leq 1.62 \text{ ms}$ 共有 811 格
 一格: 0.2 ms

step 1: ~~119.05 MHz~~ $f = 89.73 \text{ MHz}$
~~6.79 mA~~ $I = 75.0 \text{ mA}$

设置: ~~85.96 MHz~~ $f = 91.69 \text{ MHz}$
~~80.0 mA~~ $I = 72.0 \text{ mA}$

step 4: ①. $f = 78.69 \text{ MHz}$

$I = 80.2 \text{ mA}$

$\Delta T = 240 \mu\text{s}$

②. $f = 85.50 \text{ MHz}$

$I = 80.0 \text{ mA}$

$\Delta T = \frac{240}{2} = 262 \mu\text{s}$

③. $f = 89.07 \text{ MHz}$

$I = 76.0 \text{ mA}$

$\Delta T = 276 \mu\text{s}$

④. $f = 95.28 \text{ MHz}$

$I = 71.0 \text{ mA}$

$\Delta T = 244 \mu\text{s}$

$\Delta T_{\text{min}} = 19 \mu\text{s}$

⑤. $f = 100.22 \text{ MHz}$

$I = 70.5 \text{ mA}$

$\Delta T = 308 \mu\text{s}$

⑥. $f = 105.24 \text{ MHz}$

$I = 69.0 \text{ mA}$

$\Delta T = 324 \mu\text{s}$

⑦. $f = 110.53 \text{ MHz}$

$I = 67.5 \text{ mA}$

$\Delta T = 340 \mu\text{s}$

⑧. $f = 115.27 \text{ MHz}$

$I = 66.0 \text{ mA}$

$\Delta T = 354 \mu\text{s}$

5/6 ⑨. $f = 118.50 \text{ MHz}$ $I = 64.0 \text{ mA}$
 $\Delta T = 366 \mu\text{s}$

step 5. ① $f: 79.08 \text{ MHz}$

$Z: 60.5 \text{ mA}$

$V_0: 2.42$

$V_i: 2.80$

② $f: 83.23 \text{ MHz}$

$Z: 60.5 \text{ mA}$

$V_0: 2.00$

$V_i: 3.60$

③ $f: 85.31 \text{ MHz}$

$Z: 60.5 \text{ mA}$

$V_0: 1.80$

$V_i: 3.80$

④ $f: 89.71 \text{ MHz}$

$Z: 60.5 \text{ mA}$

$V_0: 1.40$

$V_i: 4.36$

⑤ $f: 92.44 \text{ MHz}$

$Z: 60.5 \text{ mA}$

$V_0: 1.24$

$V_i: 4.02$

⑥ $f: 93.95 \text{ MHz}$

$Z: 60.5 \text{ mA}$

$V_0: 1.24$

$V_i: 4.00$

⑦ $f: 97.65 \text{ MHz}$

$Z: 60.5 \text{ mA}$

$V_0: 1.40$

$V_i: 3.92$

⑧ $f: 99.80 \text{ MHz}$

$Z: 60.5 \text{ mA}$

$V_0: 1.60$

$V_i: 3.52$

⑨ $f: 103.25 \text{ MHz}$

$Z: 60.5 \text{ mA}$

$V_0: 2.12$

⑩ $V_i: 3.12$

⑪ $f: 105.69 \text{ MHz}$

$Z: 60.5 \text{ mA}$

$V_0: 2.24$

$V_i: 3.16$

⑫ $f: 108.20 \text{ MHz}$

$Z: 60.5 \text{ mA}$

$V_0: 2.60$

$V_i: 2.84$

⑬ $f: 112.94 \text{ MHz}$

$Z: 60.5 \text{ mA}$

$V_0: 3.04$

$V_i: 2.40$

⑭ $f: 116.43 \text{ MHz}$

$Z: 60.5 \text{ mA}$

$V_0: 3.20$

$V_i: 2.12$

⑮ $f: 118.28 \text{ MHz}$

$Z: 60.5 \text{ mA}$

$V_0: 3.52$

$V_i: 1.88$

- step 4
- ① $f: 117.50 \text{ MHz}$
 $\Delta T: 352 \mu\text{s}$
 - ② $f: 112.47 \text{ MHz}$
 $\Delta T: 340 \mu\text{s}$
 - ③ $f: 109.58 \text{ MHz}$
 $\Delta T: 330 \mu\text{s}$
 - ④ $f: 106.44 \text{ MHz}$
 $\Delta T: 318 \mu\text{s}$
 - ⑤ $f: 103.93 \text{ MHz}$
 $\Delta T: 314 \mu\text{s}$
 - ⑥ $f: 99.42 \text{ MHz}$
 $\Delta T: 300 \mu\text{s}$
 - ⑦ $f: 96.43 \text{ MHz}$
 $\Delta T: 289 \mu\text{s}$
 - ⑧ $f: 92.94 \text{ MHz}$
 $\Delta T: 278 \mu\text{s}$
 - ⑨ $f: 90.75 \text{ MHz}$
 $\Delta T: 270 \mu\text{s}$
 - ⑩ $f: 88.45 \text{ MHz}$
 $\Delta T: 264 \mu\text{s}$
 - ⑪ $f: 85.01 \text{ MHz}$
 $\Delta T: 256 \mu\text{s}$
 - ⑫ $f: 79.95 \text{ MHz}$
 $\Delta T: 240 \mu\text{s}$

[Handwritten signature]

4月 27日, ~~50000~~ $L = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \text{m} = 19.90 \text{cm}$

step 6: $I_0 = 7.56 \text{V}$ $f_0 = 92.3 \text{kHz}$

(mA) W	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60
(V) I_0	7.56	7.56	7.56	7.56	7.48	7.40	7.38	7.30	7.24	7.08	6.81	6.58	6.20	5.52	4.48	4.12
(V) I_1	0	0	0	0	0.098	0.177	0.273	0.352	0.485	1.118	1.79	2.74	2.89	3.57	4.08	4.63

续表

64	68	72
3.45	2.03	2.43
5.10	5.78	6.16

step 7, $I_0 = 64.0 \text{mA}$

f/kHz	79.62	84.05	89.61	95.36	100.13	104.70	109.80	114.68	118.33
I_0/mA	276	290	304	322	338	350	365	380	398
I_1/V	7.08	7.16	6.92	7.08	7.16	7.24	7.32	7.24	7.20
I_1/V	0.069	0.102	0.149	0.240	0.181	0.111	0.10476	0.188	0.2164

$f \wedge$
 $+ 86.04 \quad 92.96$
 $I_1 \quad 0.125 \quad 0.179$
 $I_0 \quad 296 \quad 306$
 $I_0 \quad 7.08 \quad 7.16$

step 8, $f = 94.11 \text{kHz}$

W/mA	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68
I_0/V	7.00	7.00	7.00	7.00	7.00	7.08	7.08	7.20	7.20	7.33	7.33	7.38	7.38	7.21	7.02	6.93	7.08	7.04
I_1/mV	0	0	0	0	0	9.40	14.0	18.4	22.0	44.4	52.8	85.2	129	153	183	211	249	241

step 9, 0级反相
1级同相

[Handwritten signature]

《近代物理实验》课程实验报告

学院：物理学院

专业：物理学

年级：2021 级

实验人姓名（学号）：路尚润（21305127）

合作人姓名（学号）：巩元昊（21305179）

2023 年 11 月 8、15 日 下午

微弱信号测量

一、实验目的

- 1、了解数字锁相放大器的基本原理及操作；
- 2、掌握利用相关性提取强噪声背景中微弱信号的原理；
- 3、了解锁相放大器的同时测量基波和谐波成分的功能；
- 4、掌握采用基于锁相放大技术与四线法测量微小阻抗的原理；
- 5、了解 LabVIEW 上位机与锁相放大器之间的通信。

二、实验原理

1. 引言

锁相放大器（Phase-Locked Amplifier，简称 PLL）是一种广泛应用于微弱信号测量的高精度电子测量仪器。传统的放大器和滤波器在面对低信噪比条件下的微弱信号测量问题时表现出局限性，而锁相放大器则以其独特的原理和性能优势，成为了解决这类问题的有效工具之一。现如今，其在气体检测^{[1][2]}、阻抗测量^[3]、材料性质测量等领域有着较多的应用^[4]。

在本次实验中，我们利用锁相放大器进行了强噪声背景下检测微弱信号实验、微弱信号多谐波测量实验、微小阻抗测量实验、变容二极管结电容测量实验和电阻热噪声测量实验。实验结果可信，分析完整，实验较为成功。

2. 基础概念

噪声从物理角度来看，是频率、强弱变化无规律、杂乱无章的信息。一般是指背景对信号的一种随机干扰，往往被扩展为与所需信号冲突的无用信号。

常见的噪声有：

(1)白噪声：所有频率具有相同能量的随机噪声，功率谱密度在整个频域内均匀分布，是电子器件和电路常见的一种噪声。

(2)1/f 噪声：功率谱密度正比于 1/f，频率越低 1/f 噪声越严重，所以也被称为低频噪声。凡是有导体接触不理想的器件都存在 1/f 噪声，也称接触噪声。

信噪比 SNR 用于比较所需信号强度与背景噪声的强度，表征噪声对信号的覆盖程度。定义为所需信号的有效值 S 与噪声有效值 N 的比值；通常对其进行对数计算 $20 \cdot \log$ ，以分贝(dB)作为单位来表示。

$$SNR = \frac{S}{N} \quad (1)$$

信噪改善比 SNIR 的定义为

$$SNIR = \frac{SNR_o}{SNR_i} \quad (2)$$

式中， SNR_o 是系统输出端的信噪比， SNR_i 是系统输入端的信噪比。 $SNIR$ 越大，表明系统抑制噪声的能力越强。

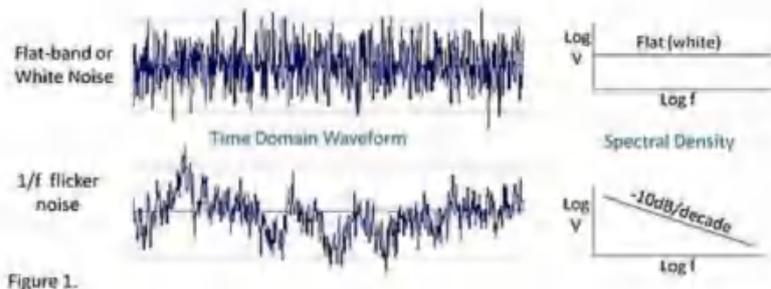


图 1 热噪声与 1/f 噪声的时域波及频域波形对比，左边为时域，右边为频域

3. 常用的小信号检测方法

3.1 滤波法

小信号是相对微弱信号信噪比更高的信号，可以采用滤波的方法进行信噪比提升以实现精确测量。

滤波的作用是压缩频带，提升信噪比。常用的滤波器有低通滤波器，带通滤波器和带阻滤波器。但是使用滤波法测量小信号只适用于信号与噪声频谱不重叠的方法。

例如测量有噪声的直流信号，用低通滤波器或者求平均值的方法；为消除工频噪声对信号的干扰，采用工频陷波器。

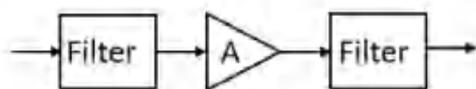


图 2 滤波法将信号滤波提高信噪比后放大再滤波

低信噪比的信号经过低通滤波器之后信噪比得到明显的提高，可以很容易的实现滤波后的信号测量。

3.2 零位法

一般直接指示型测量仪表的测量方法是将被测信号放大到一定幅度，以驱动表头指针的偏转角度指示被测量的大小；或者经模数转换和数据处理后由液晶显示被测量的数值。

零位法是调整对比量的大小使其尽量接近被测量，由对比量指示被测量的大小。零位表指针只用来指示被测量和对比量的差异值，当零位表指示近似为零时，对比量的大小就表征了被测量的大小。

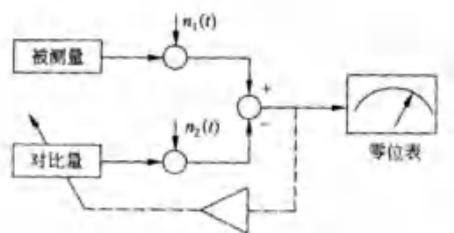


图 3 零位法测量原理

可以看出，虽然被测量和对比量再传输过程中分别附加了干扰噪声 $n_1(t)$ 和 $n_2(t)$ ，但是在对比相减的过程中，两者会相互抵消，两路信号传输过程越相似，噪声也会越近似，抵消效果越好。

3.3 调制解调法

对于变化缓慢的信号或直流信号，如果不经过变换处理而直接利用放大器放大，传感器和前级放大器的 $1/f$ 噪声及缓慢漂移(包括温度漂移和时间漂移)经放大后会以很大的幅度出现在后级放大器的输出端。简单地电容隔直流的方法能有效地抑制漂移和低频噪声，但是对有用信号的低频分量也有衰减作用。

此时利用调制放大器能够有效地解决上述问题。

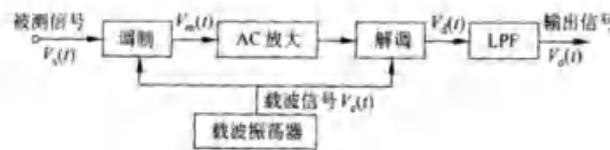


图 4 调制放大与解调的过程

振荡器是调制载波源，其输出通常是一个高频载波信号 $V_c(t) = \cos\omega_c t$ ，设被测低频信号为单一频率的余弦信号 $V_s(t) = \cos\omega_s t$ 。

在实际应用中，两个信号的频率之比(ω_c/ω_s)至少要 20 以上，以使被测信号的一个周期内含有许多载波信号的周期。调制过程一般用变增益放大器或非线性放大器实现两个信号的相乘过程，其输出为频率与调制载波相同，但幅度随被测低频信号 $V_s(t)$ 瞬时值变化的调制信号 $V_m(t)$ ：

$$V_m(t) = V_s(t) \cdot V_c(t) = \cos(\omega_s t) \cdot \cos(\omega_c t) \tag{3}$$

利用三角函数公式，可以将其化为

$$V_m(t) = 0.5 \cos(\omega_s + \omega_c)t + 0.5 \cos(\omega_c - \omega_s)t \tag{4}$$

得到两个信号的合频分量和差频分量。

实际上，被测信号可能包含很多频率分量，它们组合成调制输出信号的频谱，形成载波频率 ω_c 两边的两个边带。

可见，调制输出信号 $V_m(t)$ 的频谱集中在载波频率 ω_c 两边，可以对其进行交流放大。载波频率较高，因此各级放大器之间可以用电容实现交流耦合，隔断直流，故会抑制 $1/f$ 噪声和漂移。

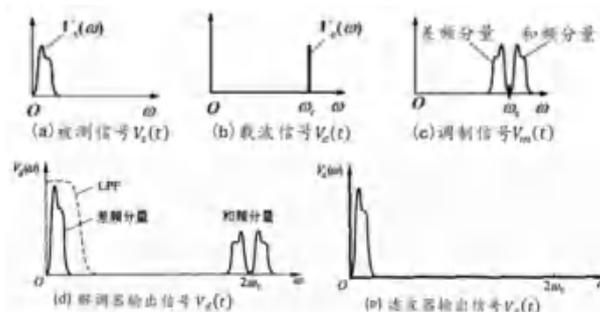


图 5 调制解调器各信号的频谱

解调过程可以用检波器或相敏检测器实现，把放大后的调制信号再和载波信号相乘一次，

设交流放大倍数为 A ，则解调器输出

$$V_d(t) = 0.25A[\cos(\omega_s + 2\omega_c)t + \cos(2\omega_c - \omega_s)t + 2\cos\omega_s t] \quad (5)$$

解调过程实现了第二次的频谱迁移，利用低通滤波器滤除 $V_d(t)$ 中的高频分量和附加噪声即可得到被测信号

$$V_o(t) = 0.5A\cos\omega_s t = 0.5AV_s(t) \quad (6)$$

3.4 锁相放大法

锁相放大器又称为锁相放大器。

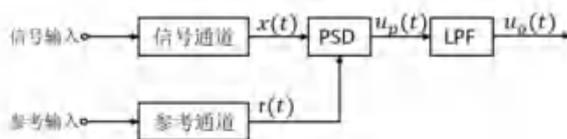


图 6 锁相放大器工作原理

各个模块的基本功能描述如下：

(1)信号通道：对信号输入进行放大及滤波。

(2)参考输入：一般是等幅正弦或者方波信号，可以是外部输入，也可以是系统内原先用于调制的载波信号或用于斩波的信号。

(3)参考通道：对参考输入进行放大或衰减，以适应相敏检测器对幅度的要求。另一个重要功能是对参考输入进行相位锁定以及移相等处理，以产生同频正弦波来进行乘法运算。

(4)相敏检测器(PSD)：以参考通道提供的正弦波对经过信号通道的信号进行相敏检测(乘法运算)，从而实现检波。

(5)低通滤波器(LPF)：频带很窄，使得锁相达到较大的 SNIR。

双相锁相放大器原理推导：

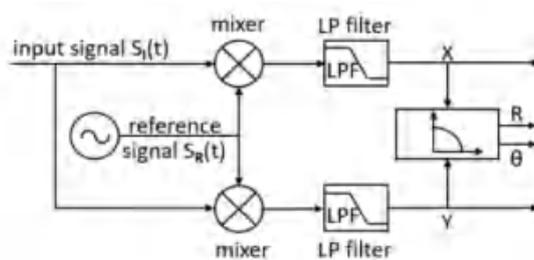


图 7 双相锁相放大器结构框图

输入信号可定义为：

$$S_I(t) = A_I \sin(\omega t + \varphi) + B \quad (7)$$

两路参考信号是由锁相放大器通过锁相环锁定跟踪外部的参考信号输入，从而获得外部参考信号的频率与相位，再通过锁相放大器内部的数字信号处理模块生成同频的高精度正弦波及余弦波

$$S_{R0} = A_R \sin(\omega t + \delta) \quad (8)$$

$$S_{R1} = A_R \cos(\omega t + \delta) \quad (9)$$

待测信号与参考信号 S_{R0} 同时进入 PSD 模块进行乘法运算，利用积化和差可以得到

$$S_{psd} = \frac{1}{2}A_I A_R \cos(\varphi - \delta) + B(t)A_R \sin(\omega t + \delta) + \frac{1}{2}A_I A_R \cos(2\omega t + \varphi + \delta) \quad (10)$$

包含三个成分，分别是直流成分、二倍频交流成分和噪声与参考信号相乘成分。

后两者经过积分平均后(经过低通滤波器)，可得直流分量

$$X = S_{Output0} = \frac{1}{2}A_I A_R \cos(\varphi - \delta) \quad (11)$$

$$Y = S_{Output1} = \frac{1}{2}A_I A_R \sin(\varphi - \delta) \quad (12)$$

则可计算得出待测信号的幅值与相位

$$R = A_I = \frac{2\sqrt{X^2 + Y^2}}{A_R} \quad (13)$$

$$\theta = \varphi - \delta = \tan^{-1} \frac{Y}{X} \quad (14)$$

4. 方波的级数展开

方波是一种非正弦的信号，理想方波只有高电平和低电平两种状态，且占空比为 50%。

对理想方波进行傅里叶展开可得到无数奇次谐波项，即

$$f(t) = \frac{2E}{\pi} \left\{ \sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots + \frac{1}{2n+1} \sin[(2n+1)\omega t] + \dots \right\} \quad (15)$$

其中任意一项均为一个完备的正弦波信号，根据频率倍数关系可以称其为 n 次谐波

$$f_n(t) = \frac{2E}{n\pi} \sin(n\omega t) \quad (16)$$

注：实际测量值为正弦信号的均方根平均值。

5. 微小阻抗的测量原理

本实验采用四线法测量方法。四线法的思路是在被测元件上形成两个独立的回路，分别用于测试被测元件两端的电压及电流。测量电压的回路称为检测线 S，而测量电流的回路称为激励线 F。S 线接在一个仪表运放的两端，近似断路，电流为 0，则 S 线的压降近似为 0，即运放可以准确地测量被测元件两端的压降。

而 F 线串联在电路中，各处电流相等，可通过一个标准电阻以及仪表放大器计算回路电流，然后得到相应的阻抗。

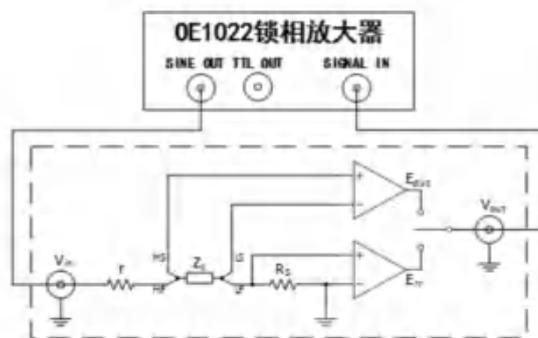


图 8 微小阻抗测量实验原理图

设 r 为信号源内阻，Z_X 为被测元件，R_S 为标准电阻，E_π 为标准电阻上的电压，E_{dut} 为被测元件上的电压，根据虚短虚断可以得出：

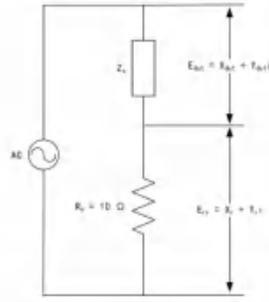


图 9 微小阻抗实验简化测量图

根据流过 Z_X 与 R_S 的电流相等，可得

$$\frac{E_{dut}}{Z_X} = \frac{E_{err}}{R_S} \rightarrow \frac{X_{dut} + Y_{dut}}{Z_X} = \frac{X_S + Y_S}{R_S} \quad (17)$$

利用向量的计算，可得

$$Z_X = \frac{R_S(X_{dut}X_S + Y_{dut}Y_S)}{X_S^2 + Y_S^2} + \frac{R_S(Y_{dut}X_S - X_{dut}Y_S)}{X_S^2 + Y_S^2}i = Real_X + Image_Xi \quad (18)$$

理想纯电阻：

$$Real_X = R \quad (19)$$

$$Image_X = 0 \quad (20)$$

理想纯电容：

$$Real_X = 0 \quad (21)$$

$$Image_X = \frac{1}{\omega C}, \omega = 2\pi f \quad (22)$$

其中 f 是测量频率。

5. 变容二极管结电容测量原理

实验原理框图中，变压器的作用是将交流信号加载到变容二极管的两端，同时起到了隔离作用。很多时候能够避免不共地的测量误差。

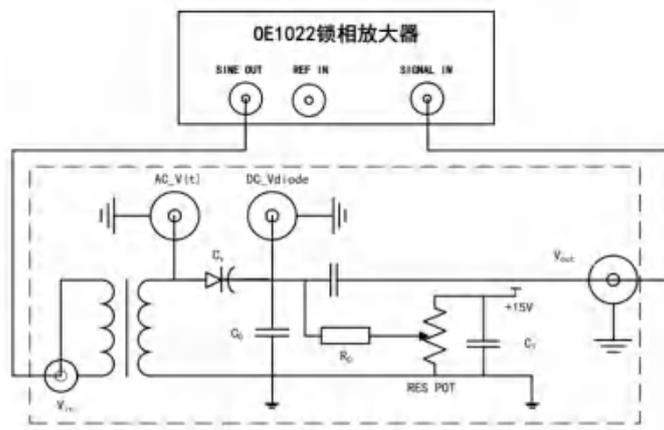


图 10 变容二极管结电容测量实验原理图

二极管 PN 结电容 C_x 计算公式为

$$C_x = \left| \frac{dQ}{dV} \right| = A \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon n N_B}{2(V_D - V)}} \propto \sqrt{\frac{1}{V_D - V}} \quad (23)$$

其中 N_B 为 PN 结轻掺杂一边的杂质浓度, V_D 为接触电势差, 与 PN 结两边的掺杂浓度以及材料性质有关, A 为 PN 结势垒电容等效为平行板电容器后的正对面积。

实验电路图由于锁相放大器输入阻抗远大于待测阻抗, 测量端可以视为断路状态。另外, R_0 的阻抗为 $2M\Omega$, 可视为断路状态, 则测量结构可以简化为

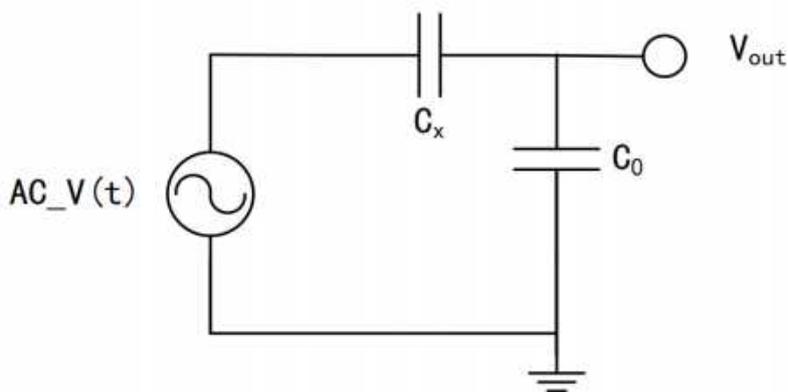


图 11 变容二极管结电容测量实验原理图简图

可以轻易推出

$$C_x = \frac{V_{out}}{(V_{sine} - V_{out})} \times 6.8nF \quad (24)$$

其中 V_{sine} 是 SINE OUT 中设置的幅值, V_{out} 为 0E1022 测得的幅值, $C_0=6.8nF$ 是标准电容。

6. 电阻热噪声测量原理

(1) 电阻热噪声

载流子围观运动的随机涨落在宏观上的体现可以认为电阻热噪声的根源, 存在于一切电子系统中, 且不因有无电流流过器件而改变。

电阻热噪声的大小可以用以下理论来计算。例如, 在温度 T 时, 一个电阻 R 产生的实际开路噪声电压由下式计算得出:

$$V = \sqrt{4KTRB} \quad (25)$$

其中 K 为玻尔兹曼常数, T 是绝对温度, 单位为开尔文, R 为电阻, 单位为 Ω , B 为带宽, 单位为 Hz 。

奈斯热用热力学推导证明了热噪声的统计特性, 其物理模型来自涨落耗散定理, 并证明了热噪声功率谱密度函数为

$$S_t(f) = 4KTR \quad (26)$$

其与频率无关, 体现了白噪声性质。

(2) 锁相放大器的测量原理

选择锁相放大器单端连接模式, 直接接入电阻, 此模式下电阻相当于直接接地, 若电阻元件理想, 此时锁相放大器仅能测量其本底噪声, 但实际上是电阻热噪声 V_{TN} 和本底噪声 V_{BN} 的叠加值

$$V_{SN}^2 = V_{TN}^2 + V_{BN}^2 \quad (27)$$

消除本底噪声的方法是在仪器的输入端口短接 50Ω 电阻。因为仪器接口处采用的 BNC

连接头的等效电阻是 50Ω ，在保证阻抗匹配的情况下可以测量锁相放大器的本底噪声。

实际分析电阻热噪声时可以通过噪声叠加公式去除本底噪声的成分。在锁相放大器测量时，电阻热噪声理论计算公式中的带宽 B 对应等效噪声带宽 $ENBW$ ，可以由时间常数与陡降来确定。

三、实验仪器

实验仪器参数列表如表 1 所示

表 1 微弱信号测量实验仪器参数列表

序号	仪器名称	仪器型号/参数
1	锁相放大器	OE1022
2	示波器	Tektronix TBS 1202B-EDU/200MHz, 2GS/s
3	微弱信号教学实验仪	/
4	若干 BNC 信号线	/
5	变容二极管	1149D
6	四线法夹具	/
7	若干电阻电容器件	50Ω 、 $1k\Omega$ 、 $10k\Omega$ 、 $100k\Omega$
8	已安装 LabVIEW 程序的电脑	戴尔 灵越 3668-R1848

四、实验内容

1. 参照实验讲义进行第二部分实验。
2. 强噪声背景下检测微弱信号实验。

将 $100mV_{rms}$ 白噪声发生器通过运放与输出信号相加得到不同信噪比的信号，然后由锁相放大器对比信号进行提取测量。分别测量正弦波幅值为 $1mV_{rms}$ 、 $10mV_{rms}$ 、 $100mV_{rms}$ 的信号与白噪声叠加后的结果。

3. 微弱信号多谐波测量实验。

将 OE1022 产生的方波检测方波的基波和各次谐波信号的幅值。

4. 微小阻抗测量实验。

利用 OE1022 测量微小电阻与电容的阻抗，计算误差。

5. 变容二极管结电容测量实验。

连接仪器，通过调节 $V_{SINE OUT}$ ，记录不同时刻的 R 值，计算 C_X 。

6. 电阻热噪声测量实验。

在锁相放大器的 A/I 接口短接电阻，测量热噪声。

五、实验数据及分析

1. 强噪声背景下检测微弱信号实验

a. 仪器问题说明

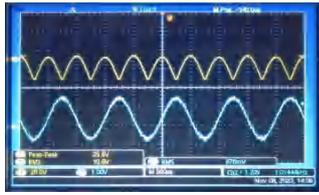
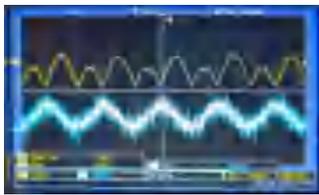
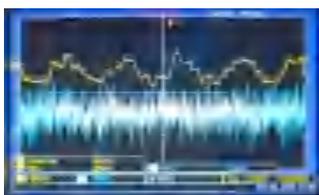
(1)在测量过程中，我们发现示波器示数十分不准确，向 CH1 输入 mV 量级的信号，示波器显示均为 V 量级，因此我们推测数据传输线的信号因为不匹配的问题，导致测量信号不准确。

(2)并且我们发现，当我们调节示波器信号 Position 时，测量结果会随之改变，即 V_{rms} 只能有一定的定性参考价值，完全没有定量的参考价值，故对其我们仅作简单地分析。

b. 实验测量

首先利用锁相放大器产生所需的正弦波，然后将其与噪声通过运算放大器模块进行叠加，将叠加结果通入锁相放大器和示波器，保证噪声信号幅值为 $100mV_{rms}$ ，测量波形时设置的时间常数 $30\mu s$ ，以能够测量到更好的波形，测量 R 值时时间常数为 1s，能够测量到更好的有效值大小，测量结果如表 2 所示。

表 2 强噪声背景下检测微弱信号测量结果

V_{set} /V	V_{IN} / mV_{rms}	噪声/ mV_{rms}	波形图	信噪比 /dB	R 测量值 / mV_{rms}	示波器测量 值/ mV_{rms}
0.282	100	100		0	100.04	878
0.028	10	100		-20	9.95	164
0.003	1	100		-40	1.00	110

注：时间常数较低时波形出现二倍频的原因是由于二倍频交流成分并未被滤掉，此时低通滤波带宽较大。

事实上，由于仪器设置的参数为 V_{P-P} ，因此难以保证其有效值为精确的设定值，下面的分析中我们均采用 V_{set} 进行分析，尽管 V_{IN} 才是我们想要的目标大小。

经过简单运算，我们可以得出锁相放大器测量的误差如表 3 所示

表 3 强噪声背景下检测微弱信号测量结果相对误差

V_{set}/mV_{rms}	R 测量值/ mV_{rms}	相对误差/%
99.70	100.04	0.7
9.90	9.95	0.5
1.06	1.00	-5.7

可见，当信噪比较大时，锁相放大器能够十分精确地得到测量结果，而在信噪比较低时，其测量的相对误差增大，虽然依旧能够保证较好地测量精度，但无法避免地产生一定的误差。

2. 微弱信号多谐波测量实验

接着，我们利用锁相放大器对方波进行了谐波检测，首先利用示波器测量了其方波，实验结果如所示。

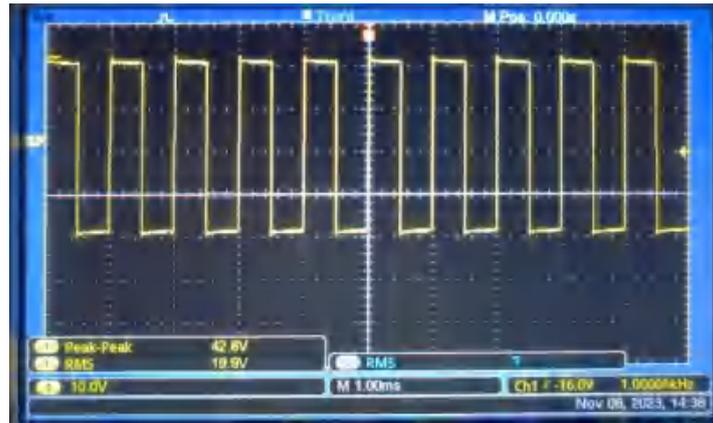


图 12 方波示波器测量图($V_{P-P}=5V$)

可以看出，示波器测量的 $V_{P-P}=42.8V$ ，远远超出实际值，这也反映了示波器的测量并不准确，但频率仍然是准确的， $f = 1kHz$ ，然后，我们将其经过 80dB 的衰减后通入锁相放大器，检测其各级谐波，理论上其只有奇次谐波，测量结果及理论值如所示。

表 4 方波谐波测量结果及相对误差

谐波奇次项	理论计算值/ μV_{rms}	R 测量值/ μV_{rms}	相对误差/%
1	225.113	230.05	2.2
3	75.038	76.42	1.8
5	45.023	45.64	1.4
7	32.159	32.49	1.0
9	25.013	25.23	0.9
11	20.465	20.66	1.0
13	17.316	17.49	1.0

可以看出，相对误差均为正数，且在 1%-2% 的范围，故我们猜测可能是由于系统误差的存在，即方波的峰峰值较大，导致每个的测量结果偏大。

我们将表 4 的实验结果叠加，可以得到

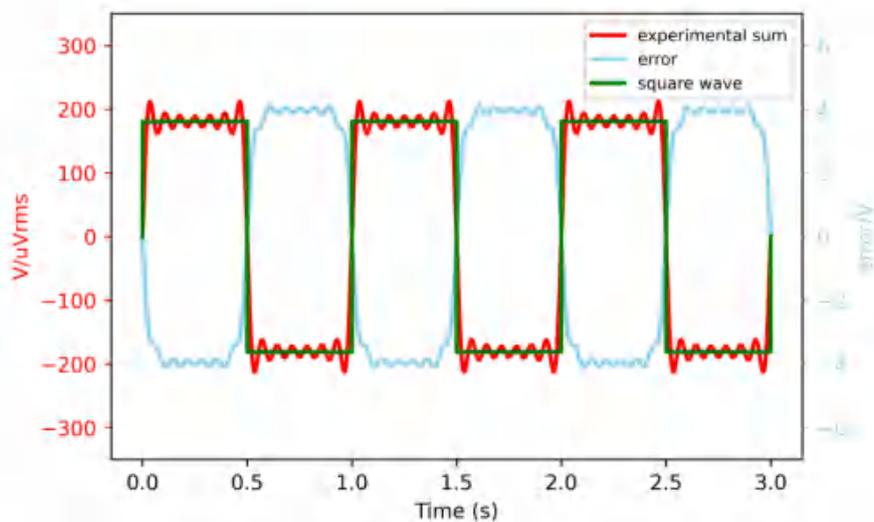


图 13 方波示波器测量叠加值

其中红色为测量的各个正弦波的叠加效果；蓝色为表 4 第二列的理论叠加值与实验叠加值之差，其与此波形值的符号相反，可见理论值相对实验值偏小，这也与我们的相对误差正负所得的结果一致；绿色为方波的理论值，可见实验值在方波上下浮动，这是由于我们仅仅近似到了 13 次谐波，而方波应当是无穷多个谐波的叠加值，近似结果是不可能达到理论值的，这也在我们的意料之中。

4. 微小阻抗测量实验

接着我们进行了微小阻抗测量实验，具体实验原理已经在之前进行过推导，在此仅仅进行数据分析。

a. 电阻

首先，我们测量了微小电阻的阻抗，实验结果如表 5 所示。

表 5 微小电阻阻抗测量结果及相对误差

测量频率/Hz	标准阻抗值/ Ω	实验测得阻抗值/ Ω	相对误差/%
500	1	1.031	3.1
1000	1	1.024	2.4
2000	1	1.000	0.0
5000	1	1.005	0.5
10000	1	1.014	1.4
20000	1	1.009	0.9
30000	1	1.010	1.0
50000	1	1.011	1.1
80000	1	1.010	1.0
100000	1	1.010	1.0

相对误差均为正值，可见电阻值偏大，可能是由于长时间存放或使用导致电阻变化，实验中的测量电阻如图 14 所示

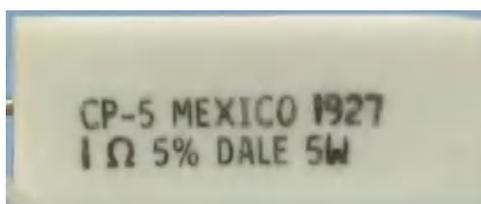


图 14 电阻元件

其容差为 5%，而我们的测量误差均在 1%-3%之间，其也满足工艺制作要求。

经过计算，阻抗平均值为 1.0124Ω ，接着我们进行不确定度分析，将实验平均值的标准差作为 A 类不确定度

$$S_A = \sqrt{\frac{\sum_i^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = 0.00283\Omega \quad (28)$$

B 类不确定度认为误差满足均匀分布，则有

$$S_B = \frac{0.001}{\sqrt{3}}\Omega \quad (29)$$

合成标准不确定度为

$$S = \sqrt{S_A^2 + S_B^2} = 0.00289\Omega \quad (30)$$

取包含概率为 99%，则包含因子为 3，合成扩展不确定度为

$$u = kS = 0.009\Omega \quad (31)$$

则测量的最终结果为

$$R = (1.012 \pm 0.009)\Omega \quad (32)$$

可见，其不确定度较小，实验测量较为精确。

b. 电容

同样，我们测量了微小电容的电容值，实验结果如表 6 所示。

表 6 微小电容测量结果及相对误差

测量频率/Hz	标准电容值/nF	实验测得电容值/nF	相对误差/%
500	10	8.487	-15.13
1000	10	9.807	-1.93
2000	10	8.885	-11.15
5000	10	9.066	-9.34
10000	10	9.065	-9.35
20000	10	9.032	-9.68
30000	10	9.103	-8.97
50000	10	9.080	-9.20
80000	10	9.000	-10.00
100000	10	8.998	-10.02

可见，其相对误差均为负值，说明电容相比于标定值较小，并且在各个频率下的测量值差距较大，说明电容并不稳定，可能是由于测量电路波动导致的。

经过计算，电容平均值为 9.0523nF，同样我们进行不确定度分析，将实验平均值的标准差作为 A 类不确定度

$$S_A = \sqrt{\frac{\sum_i^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = 0.1015\text{nF} \quad (33)$$

B 类不确定度认为误差满足均匀分布，则有

$$S_B = \frac{0.001}{\sqrt{3}} \text{nF} \quad (34)$$

合成标准不确定度为

$$S = \sqrt{S_A^2 + S_B^2} = 0.1015\text{nF} \quad (35)$$

取包含概率为 99%，则包含因子为 3，合成扩展不确定度为

$$u = kS = 0.304\text{nF} \quad (36)$$

则测量的最终结果为

$$C = (9.05 \pm 0.31)\text{nF} \tag{37}$$

其不确定度相对于电阻较大，这也是其结果随着频率波动而产生的。

5. 变容二极管结电容测量实验

首先，我们向二极管加不同大小的反向电压，可以得出其 R 值测量结果，利用 Origin 绘图如图 15 所示。

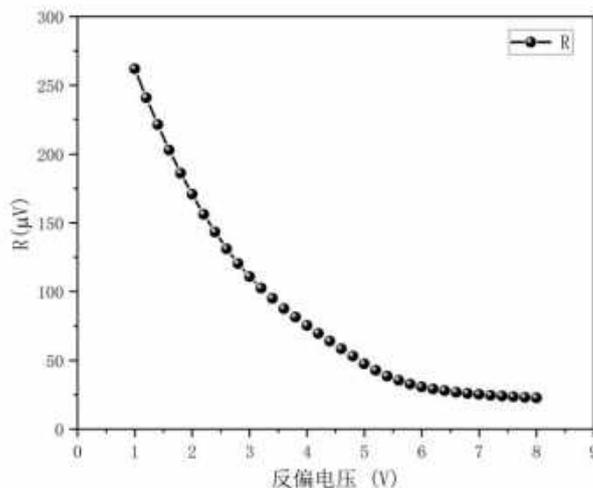


图 15 R 与直流反偏电压的关系曲线

接着我们利用原理中所推导得到的结电容计算公式

$$C_x = \frac{R}{(V_{Sine} - R)} \times 6.8\text{nF} \tag{38}$$

其中 $V_{Sine} = 0.028V_{pp}$ ，经过计算并绘图，可得

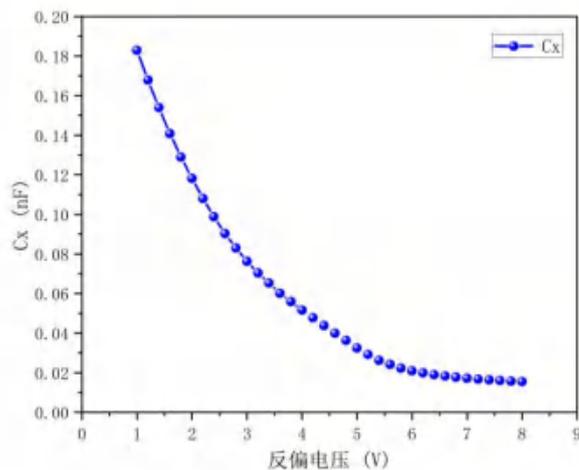


图 16 C_x 与直流反偏电压的关系曲线

根据理论，实验中用到的是突变结型变容二极管，应当有

$$C_x \propto \sqrt{\frac{1}{|V_D - V|}} \tag{39}$$

也即

$$C_x^{-2} \propto V_D - V \tag{40}$$

故理论上 $C_x^{-2} - V$ 应为一条直线，通过计算，可以将其画出，其结果如图 17 所示。

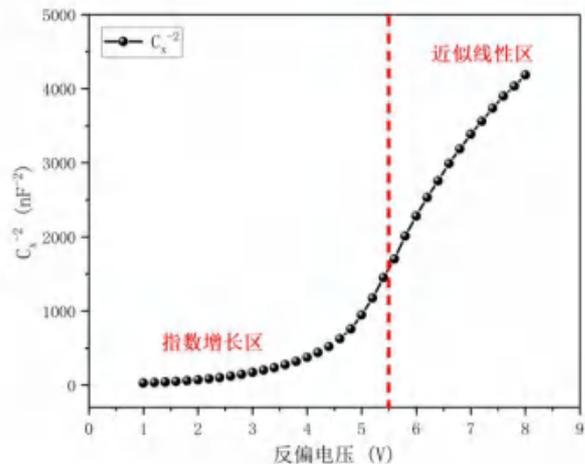


图 17 $C_x^{-2} - V$ 关系曲线

可以看出，其并非为线性增长，在反偏电压为 1-5.5V 之间时，近似指数增长，而后面也是近似线性增长，这是与理论不吻合的，我们对其分开进行拟合。

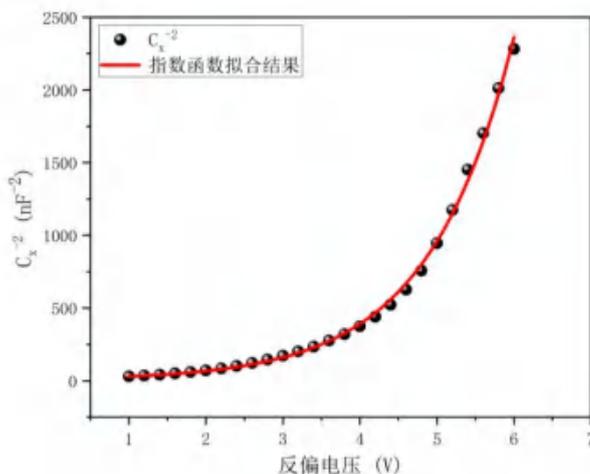


图 18 指数增长区拟合曲线

对于指数增长区，拟合评分R-Square=0.997，拟合效果极好，证明在反偏电压较小时，突变结理论并不适用。

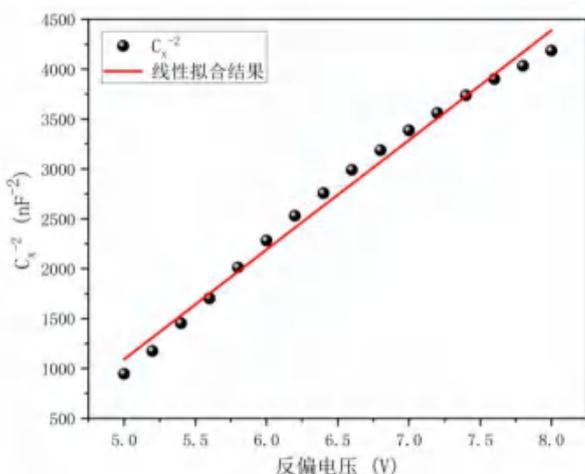


图 19 线性增长区拟合曲线(突变结模型)

对于线性增长区，拟合评分R-Square=0.988，皮尔逊相关系数为0.994，拟合效果较好，

但并非为完全线性，故理论也不是完全准确的。

而还有一种变容二极管，即缓变结模型，可以导出其理论电容值满足

$$C_x = A \left[\frac{q\alpha_j \epsilon_r^2 \epsilon_0^2}{12(V_D - V)} \right]^{\frac{1}{3}} \propto (V_D - V)^{-1/3} \quad (41)$$

通过对线性增长区的数据处理并进行拟合，结果如图20所示。

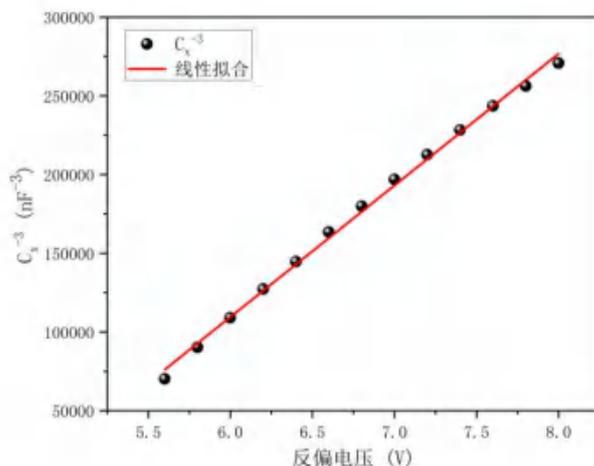


图 20 线性增长区拟合曲线(缓变结模型)

拟合评分R-Square=0.997, 皮尔逊相关系数为0.9985, 可见其线性度相比突变型更好了, 拟合优度也更高, 但这与实验讲义中所表明的实验中使用的是突变结型显然并不吻合, 但我们也并未找到二极管型号所对应的具体结构, 因此无从考证。

而我们在文献中搜索到的结果在相同的反偏电压范围内对均匀掺杂的二极管能得到极好的理论拟合效果, 即

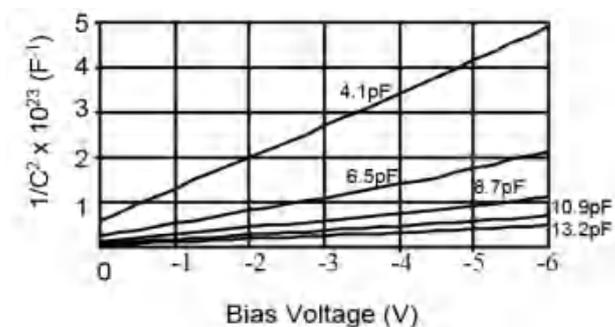


图 21 文献[7]中的测量结果

则可能是由于实验中的某些系统误差导致我们的测量结果与理论有差异, 具体原因可能为:

(1)电压测量不准确。在实验中, 我们实际上使用的电路如图10所示, 其简化后才能得到图11所示电路, 此时即可得到测量公式, 但实际上, 图10中的SIGNAL IN端与测量端之间有一个电容, 理论上应当能准确地测量到输入电压, 但电容并非理想电容, 我们知道, 一个实际电容的等效电路应当为^[8]

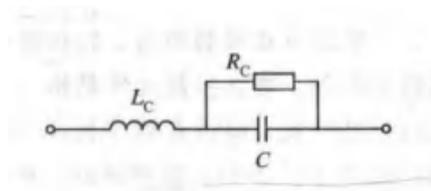


图 22 真实电容的等效电路

因此，可能由于电容的电阻有着一定的分压而导致测量并不准确。

(2)锁相放大器输出并不精确，因为测量值与 V_{Sine} 相关联，可能是由于锁相放大器输出并不精确导致的测量不准确。

(3)PN结掺杂并不均匀，使得空间电荷区电荷分布并非为规律性分布，从而既不满足突变结型也不满足缓变结模型。

6. 电阻热噪声测量实验

经过测量，不同电阻 X 值的热噪声如图 23 所示。

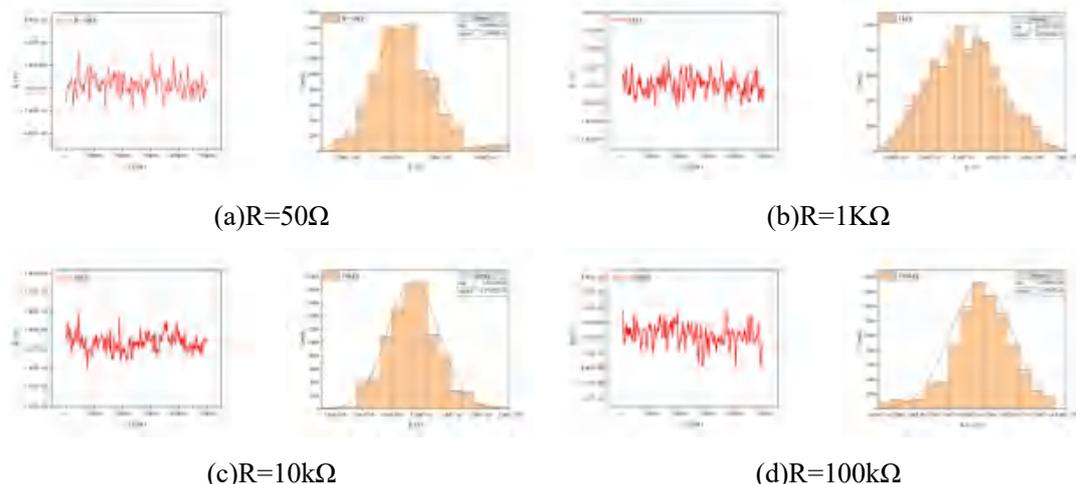


图 23 不同阻值电阻热噪声时域分布图

每个子图的左侧为时域波形图，右侧为幅值的统计分布图，可见其十分吻合白噪声的形式。而根据理论可知，电阻热噪声的功率谱函数满足

$$S_t(f) = 4k_BTR \text{ (V}^2/\text{Hz)} \tag{42}$$

且其为白噪声，则其在频域分布应当为一条直线，我们对时域的热噪声进行 FFT，可得其频域分布如图 24 所示。

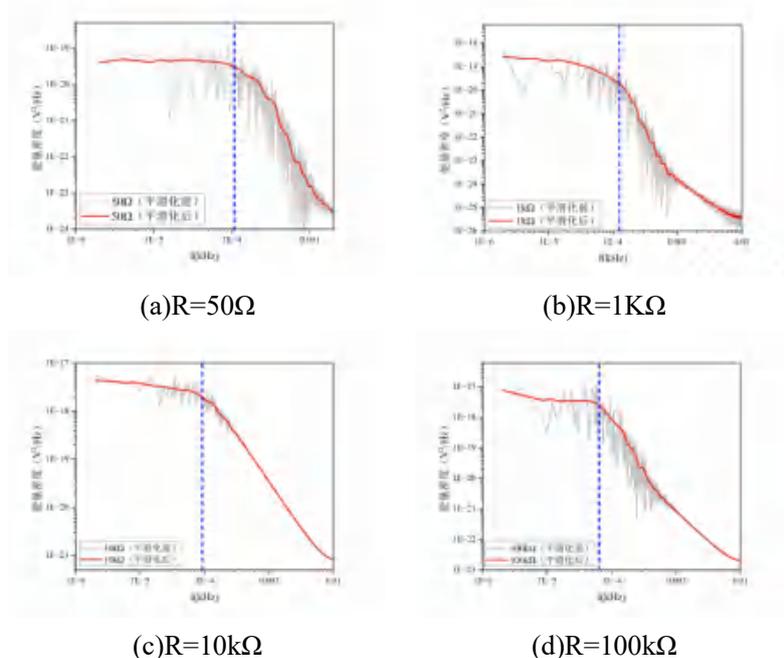


图 24 不同阻值电阻热噪声频域分布图

其中灰色线为傅里叶变换的原始曲线，而红色线为每 30 个数据点进行平均后的 FFT 变换曲线，其会更加平滑。从图中可以看出，其均具有一定区域的水平阶段，即对应白噪声与频率无关的属性，但高频阶段，其会迅速下降到 0，可能是由于这些较高频率的噪声无法被锁相放大器测量，因为锁相放大器的设计目的是测量低频低幅值的微弱信号。

并且，在较低频率时我们发现其出现类似于线性的下降，可能是由于 1/f 噪声导致的，我们在其他的论文中也搜索到了类似的结果。

同时我们利用理论公式计算了电阻噪声，50Ω时的本底噪声为

$$N_0 = 6.90 \times 10^{-9} \left(\frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right) \tag{43}$$

其余阻值的电阻热噪声如表 7 所示。

表 7 电阻热噪声实测数据

阻值(Ω)	实测噪声(nV/√Hz)	去除本底后噪声(nV/√Hz)
1k	8.19×10^{-9}	4.41×10^{-9}
10k	1.43×10^{-8}	1.25×10^{-8}
100k	4.41×10^{-8}	4.36×10^{-8}

而我们知道

$$V = \sqrt{4k_B TRB} \tag{44}$$

则我们测得的噪声应当满足

$$N^2 = 4k_B TR \tag{45}$$

利用 Origin 进行线性拟合可得

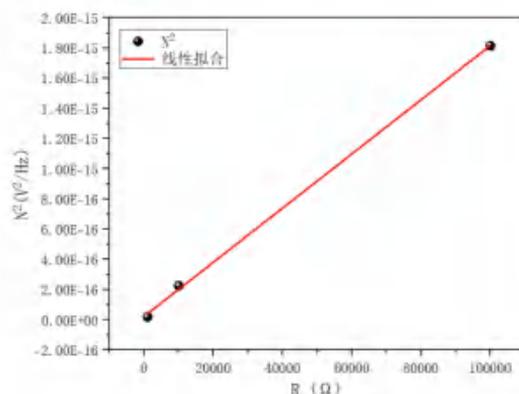


图 25 电阻热噪声与阻值的关系

皮尔逊相关系数为 0.99975，拟合评分 R-Square=0.99949，拟合程度以及线性度较高，但由于其数据点较少，这也并不能说明其呈真正的完全线性。

根据斜率可以算出此时的温度为

$$T = (51 \pm 8)^\circ\text{C} \tag{46}$$

显然其比室温高，但此时电压极小，故应当不是焦耳热使得电阻发热而产生影响，我们猜测可能是由于本底噪声并未完全去除、阻值不一定完全精准或存在其他噪声而产生的影响。

我们利用算出的温度进行理论值的计算，并与实测值进行比较，可得

表 8 理论与实测噪声对比表

阻值(Ω)	理论噪声 (V/\sqrt{Hz})	实测噪声(V/\sqrt{Hz})	相对误差
1k	4.23×10^{-9}	4.41×10^{-9}	4%
10k	1.34×10^{-8}	1.25×10^{-8}	-7%
100k	4.23×10^{-8}	4.36×10^{-8}	3%

可见，其仍然会与理论值产生波动，进一步说明线性并非完全可信的，后期可以采用环境噪声更小的结构去测量电阻的热噪声，从而得到更加精确的结果。

六、实验总结与思考

误差分析：

(1)示波器存在仪器问题，我们在实验结果第一部分中进行过详细的叙述，示波器测量值仅仅能够定性地分析问题，测量值完全没有参考意义。

(2)元器件标定不准确，或者说存在容差。在微小阻抗测量实验中，测量值与理论值均有着一定的整体偏差，故经过推测应当是电阻、电容的实际值有偏差，标定并不是完全精确的。

(3)变容二极管的理论拟合并非十分吻合，具体原因我们在实验结果第五部分进行过论述，在此不再过多赘述。

(4)电阻热噪声的高频部分均出现了迅速衰减的现象，猜测可能是由于锁相放大器测量限制导致的，并且热噪声并非完全与电阻呈线性，且算出的室温也略高于室温，经过推测可能是由于本底噪声并未完全去除、电阻阻值不一定完全精准或存在其他噪声导致的。

实验结论：

在本次实验中，我们首先利用锁相放大器进行了微弱信号测量实验，分别测量了信噪比为0dB、-20dB和-40dB时的信号幅值，其相对误差分别为0.7%、0.5%和-5.7%，可见，其在信号幅度为噪声幅度的0.01时仍然能够保证较好的幅值测量，是十分精确的。

接着，我们进行了方波的谐波检测，检测了1-13次的奇次谐波，实验检测值比理论值均偏大，可能是由于系统误差导致的，并且我们将谐波叠加与理论叠加与方波对比，也能得到测量结果偏大的实验结果，但其误差较小，测量还是十分精确的。

然后，我们进行了微小阻抗测量实验，测量了不同频率下电阻值为 1Ω 的电阻与电容值为 $10nF$ 的电容阻抗，测量结果与合成扩展不确定度为 $R = (1.012 \pm 0.009)\Omega$ 与 $C = (9.05 \pm 0.31)nF$ ，电阻测量较为精确，但电容测量并不稳定，这也是较为合理的，因为电容的阻抗与频率有着较强的联系。

再后，我们进行了变容二极管不同电压下的电容测量，发现其并不满足突变结模型的电容电压关系，而是分为指数增长区(1-5.5V)和线性增长区(>5.5V)，指数增长区的指数拟合优度为0.997，而线性增长区的突变结型拟合优度为0.988，线性增长区也并非是完全的线性，故我们又用缓变结型的关系对其进行了拟合，拟合优度为0.997，效果相比突变结型更好了，但这与实验并不吻合，对此我们在正文中进行了细致的误差分析。

最后我们测量了电阻热噪声，作出了时域与频域分布图，时域分布图与白噪声基本一致，而频域分布图在低频部分与白噪声一致，高频部分出现了迅速的下降，具体原因在前面进行过分析。利用线性拟合对 $N^2 \sim R$ 进行拟合，皮尔逊相关系数为0.99975，拟合评分R-

Square=0.99949, 拟合程度以及线性度较高, 利用斜率算出此时的环境温度为 $T = (51 \pm 8)^\circ\text{C}$, 略高于室温, 由于数据点较少, 所以线性拟合并非是完全可信的, 但也一定程度能够说明问题, 与理论较为符合。

综上, 在本次实验中, 我们利用锁相放大器进行了强噪声背景下检测微弱信号实验、微弱信号多谐波测量实验、微小阻抗测量实验、变容二极管结电容测量实验和电阻热噪声测量实验。实验结果可信, 分析完整, 实验较为成功。

[思考题]

1. 在不同信噪比情况下, 采用同样的时间常数及陡降, 观察输出被测信号的R值及 θ 值, 发现什么规律?

在实验测量中, 我们在时间常数与陡降相同时, 测量了不同信噪比的信号, 可以得到在高信噪比时, 测量值较为精确, 而信噪比较低时, 由于信号被噪声淹没, 虽然此时能够利用锁相放大器读取低频信号, 但此时难免会产生误差, 因为读取的信号是噪声的百分之一甚至千分之一。

2. 同一信噪比情况下, 调整滤波器时间常数及陡降, 观察输出信号的R值及 θ 值, 发现什么规律?

时间常数和陡降事实上都是在影响相敏检测器的带宽, 时间常数越小, 陡降越小, 带宽越大。在测量时, 我们发现在低时间常数时, 此时带宽较大, 二次项并未被滤掉, 将锁相放大器通入示波器, 此时波形为

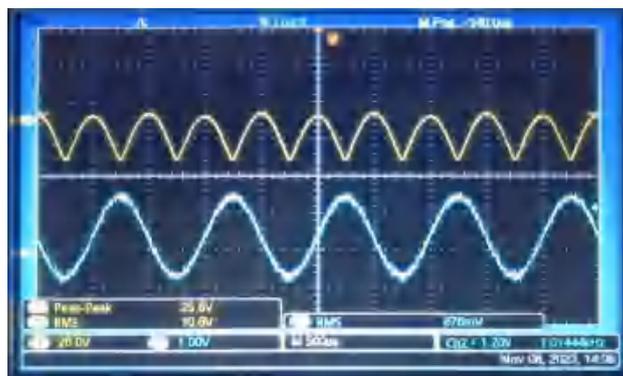


图1 低时间常数时的波形图

此时锁相放大器的R与 θ 也在不断波动, 一直在变化, 无法读取此时的测量值。

而在时间常数较大时, 此时波形稳定, 变为一条直线, 因为此时带宽较小, 高阶波均被滤掉, 从而能够读取出准确的测量值。

总的来讲, 较高的时间常数以及陡降能够将噪声滤掉, 从而显示出稳定的测量值。

3. 500 μV 的方波信号可以用实验室通用的示波器测试到吗?

经过检索资料, 实验中采用的Tektronix TBS 1202B示波器的垂直灵敏度为2 mV/div, 故可以测量的最小波形幅度为2毫伏, 故无法直接测量500 μV 的方波信号。

但实际上, 我们可以调整数据线等的传输放大倍数等操作, 可以实现更大幅度波形的测量。正如我们实验中使用的示波器, 其测量值均远远大于此时的实际值, 故我们猜测其数据传输的放大倍数可能被调控过, 可能是为测量到更小幅度的波形而故意所为, 所以导致测量幅度并不精确。

4. 怎样用实验的方法测量微小三角波，锯齿波等周期信号？

对应三角波，波形如图2所示

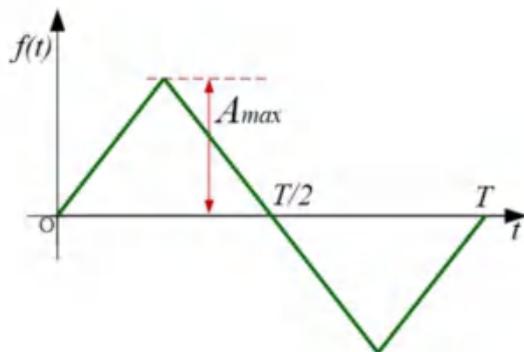


图2 三角波波形

其与方波一样，能展开为各次谐波的形式，为

$$f(t) = \frac{8A_{max}}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \sin((2n-1)\omega t)}{(2n-1)^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

对于锯齿波，波形如图3所示，

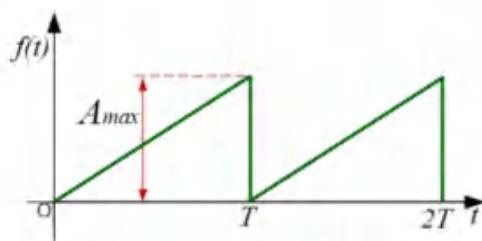


图3 锯齿波波形

同样有展开为

$$f(t) = \frac{A_{max}}{2} - \frac{A_{max}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\omega t)}{n} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

可知，三角波和锯齿波如同方波一样，可以展开为若干次谐波的形式，则我们利用谐波进行测量，即可得到其各次谐波的幅值，进而可以反算回 A_{max} ，实现波形的测量。

5. 本实验的多谐波测量实验能够适用任意周期信号吗？

理论上是可以的。对于一个已知波形的周期信号，只要知道其波形，即可利用傅里叶变换从而将其展开为各次谐波的形式，从而即可测量各次谐波的幅值进行反算，得到波形的幅值(最大值)。

具体的方法为：
利用傅里叶变换

$$a_n = \begin{cases} \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt & n = 0 \\ \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cdot \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt & n = 1, 2, 3 \dots \end{cases}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cdot \sin\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

则波形即可写为

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) \right]$$

从而测量任意 a_n 或 b_n 即可利用傅里叶反变换从而反算回 $f(t)$ ，实现波形测量。

6. TDLAS (tunable diode laser absorption spectroscopy) 可调谐二极管激光吸收光谱仪是目前一种非常广泛应用的环境气体检测仪器，可利用气体的旋转振动特性进行基于激光的痕量气体监测，其光谱吸收的表达式 $I(v,t) = I_0(v)e^{-S(T)g(v,v_0)nL}$ ，进行相关的文献调研并思考采用本仪器的基波及谐波测量功能如何进行测量？

根据Beer-Lambert定律一束单色激光穿越气体介质时，其强度变化为

$$\frac{I_t}{I_0} = \exp[-PS(T)\phi(v)XL] = \exp[-\alpha(v)]$$

其中， I_0 为无气体吸收时的参考激光强度， I_t 为穿越气体介质时经过气体吸收后激光强度； $S(T)[\text{cm}^{-2} \text{atm}^{-1}]$ 为该气体特征谱线的线强度，它表示该谱线的吸收强度，只与温度有关； $P[\text{atm}]$ 为气体介质的总压； $L[\text{cm}]$ 为激光在气体中传播的距离； X 为气体的体积浓度； $\phi(v)[\text{cm}]$ 为线型函数，它表示了被测吸收谱线的形状，与温度、气压和气体含量有关。

(1)首先选取一个参考温度 T_0 ，计算其线强度 $S(T_0)$

温度 T 时的线强 $S(T)$ 可以通过下式进行计算

$$S(T) = S(T_0) \frac{Q(T_0)}{Q(T)} \exp\left[-\frac{hcE_i''}{k}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right] \times \left[\frac{1 - \exp(-hcv_0/kT)}{1 - \exp(-hcv_0/kT_0)}\right]$$

其中 Q 是总的分子内部分割函数， E_i'' 是低跃迁态的能量， h 是普朗克常数， k 是波尔兹曼常数， c 是光速， v_0 为跃迁频率。

(2)介绍一种线性函数：洛伦兹(Lorentz)线型函数

当测量环境中的压力影响占主导时，线型可以利用洛伦兹线型来进行描述：

$$\phi_c(v) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta v_c}{(v - v_0)^2 + \left(\frac{\Delta v_c}{2}\right)^2}$$

碰撞线宽 Δv_c 在给定温度下正比例于压力：

$$\Delta v_c = P \sum X_B 2\gamma_{A-B}$$

其中 A 为气体的种类， P 为总压力， X_B 为碰撞干扰气体 B 的莫尔分数， γ_{A-B} 是碰撞加宽系数。

(3)利用波长调制技术(WMS)可以实现气体的测量：

首先将激光器通过低频电流调制，将其以平均频率 $\bar{\nu}$ 扫描吸收线，再通过注入一个高频正弦调制信号(频率为 f)获得波长调制。此时激光的瞬时频率 $\nu(t)$ 为：

$$\nu(t) = \bar{\nu} + a \cos(2\pi ft)$$

其中 a 为 $\nu(t)$ 偏移 $\bar{\nu}$ 的最大值。由于激光器的强度随着波长改变发生变化，在周期性的调制信号下，透射激光的强度可以用傅立叶余弦级数表示为：

$$I(t) = I_0(t)T(\bar{\nu} + a \cos(2\pi ft)) = I_0(t) \sum_{k=0}^{k=+\infty} H_k(\bar{\nu}, a) \cos(k2\pi ft)$$

其中 $H_k(\bar{\nu}, a)$ 为激光强度透射率 $T(\bar{\nu} + a \cos(2\pi ft))$ 的傅立叶系数。通过将此信号输入锁相放大器中，便可以探测出正比例于 $I_0 H_k(\bar{\nu}, a)$ 的特殊的倍频分量。

(4)针对于吸收系数较小的测量环境下($XLPS(T)\phi(v) < 0.1$):

此时激光强度透射率 $T(v)$ 可以近似表示为：

$$T(\nu) = \frac{I_t}{I_0} = \exp[-PS(T)\phi(\nu)XL] \approx 1 - XLPS(T)\phi(\nu)$$

定义两个无量纲变量： $x = \frac{\bar{\nu}-\nu_0}{\Delta\nu_c/2}$, $m = \frac{a}{\Delta\nu_c/2}$ ，则在洛伦兹线型条件，调制情况下瞬时透射率 $T(\nu)$ 可以表示为：

$$T[\nu(t)] \approx 1 - (XL)PS \left[\frac{2}{\pi\Delta\nu_c} \frac{1}{1 + (x + m\cos 2\pi ft)^2} \right]$$

其中 m 称为调制系数，经过计算，可以得到激光透射率的傅立叶系数的二次谐波表达式：

$$H_2(x, m) = \frac{2XLPS(T)}{\pi\Delta\nu_c} \left\{ \frac{\sqrt{2}(M + 1 - x^2)\sqrt{M + \sqrt{M^2 + 4x^2}} + 4x\sqrt{\sqrt{M^2 + 4x^2} - M}}{m^2\sqrt{M^2 + 4x^2}} - \frac{4}{m^2} \right\}$$

其中 $M = 1 - x^2 + m^2$ 。在吸收线中心 $x = 0$ ，因此上式后半部分可以简化为 $\frac{2}{m^2} \left[\frac{2+m^2}{(1+m^2)^{1/2}} - 2 \right]$ 。

此时，从锁相放大器中得到的二次谐波信号峰值 P_{2f} 表示为：

$$P_{2f} \propto \frac{I_0 S(T) PXL}{\pi\Delta\nu_c} \left\{ \frac{2}{m^2} \left[\frac{2+m^2}{(1+m^2)^{1/2}} - 2 \right] \right\}$$

其与气体浓度呈线性关系，可以用于测量气体浓度，并且其与气体温度、压强等因素也有关，也可以实现这些参数的测量。

参考文献：

- [1]李宁.基于可调谐激光吸收光谱技术的气体在线检测及二维分布重建研究[D].浙江大学,2008.
 [2]董凤忠,阚瑞峰,刘文清等.可调谐二极管激光吸收光谱技术及其在大气质量监测中的应用[J].量子电子学报,2005,(03):

7. 思考在超导测量实验中如何应用微小阻抗测量的原理？

四线法是一个广泛应用于电阻测量的方法，其通过使用四个电极来分离激励电源和测量电压的电路路径，从而消除了电路中导线的电阻对测量结果的影响。

在超导体的测量中，四线法的主要优势在于它能够准确测量超导体的微小电阻，以及消除由于导线电阻引起的误差。此时只要选取合适的电压以及频率，即可测量到超导体微小的阻抗。

8. 考虑采用本实验提供的锁相放大器，如何测量任意组合元件的阻抗？

实际上，我们在实验原理中进行过推导，利用四线法以及锁相放大器，可以读取阻抗的大小与幅角，从而测得元件的电阻 R 与电抗 X ：

$$Z = |Z|e^{i\theta} = R + Xi$$

即对应于阻抗的实部与虚部，从而实现元件阻抗的测量。

9. 参考变容二极管的测量方法，思考三极管、场效应管的寄生电容或者电感如何测量。

参考实验原理中的测量方法，可以通过滑动变阻器控制电压直流分量，利用锁相放大器输出一个幅值较小的正弦波，测量电容时采用高频率，测量电感时改用低频率并将原理图中的 C_0 改为电感，即可同样实现测量寄生电容或电感。

10. 某些传感器的阻抗在外界环境情况下会随环境快速响应，例如测量发动机气缸的温度变化。这种情况可以考虑用一个热敏电阻（电阻值随着温度变化而变化）作为传感器，由于发动机气缸的温度变化很快，因此传统的方法测量信噪比低；思考及设计采用锁相放大技术进行测量的方案。

锁相放大器本身就可以测量信噪比低的信号，且有着较好的准确性。

具体测量方案为：首先保证热敏电阻与气缸接触充分，且热敏电阻较小，具有较小的比热，保持良好的传热性质，从而保证其温度基本与气缸一致，然后将其与一个定值电阻串联（分压以及保护电路），再利用锁相放大器对串联电路施加一个微小的交流电压，并且将热敏电阻两侧的电压输入锁相放大器进行测量，此时利用锁相放大器的特性，通过与原信号进行匹配，然后利用LPF滤波从而得到直流分量，进而测量到除噪声外的分压信号，根据读取的分压大小与串联电阻的分压进行计算，即可得到此时的热敏电阻阻值，进而得出其对应的电阻温度。

11. 查阅电路器件噪声的相关文献，思考如何用锁相放大器测量 $1/f$ 噪声？

经过查阅文献可得，事实上，我们仅需将锁相放大器的带宽降低，对噪声的时域分布曲线进行FFT，并取对数坐标，即可在低频区域发现明显的线性下降，即对应 $1/f$ 噪声部分。

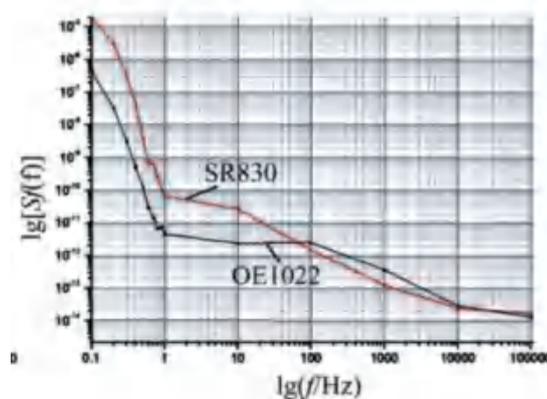


图4 锁相放大器噪声功率谱(源自文献)

并且我们在实验中也在低频区大致测量到了线性下降，证明这种方法是可取的。

参考文献：

[1] 王自鑫,陈泽宁,王健豪等.基于锁相放大器的微弱信号检测教学实验平台设计[J].实验技术与管理,2017,34(02):88-92+96.

12. 将白噪声通过一个RC低通滤波电路，考虑如何用锁相放大器测量白噪声经过滤波后的噪声波形？

通过低通滤波器后，白噪声将只剩低频部分，而锁相放大器会通过跟踪外部的参考信号输入从而获得外部参考信号的频率和相位，故我们应当利用锁相放大器输出一个低频率的参考信号，进而获取同频的信号，实现低频段的噪声测量。

在实际测量中，仅需通过适当调节时间常数和陡降来减小带宽，同样按照热噪声的测量方法进行测量即可。

[参考文献]

[1] 董凤忠,阚瑞峰,刘文清等.可调谐二极管激光吸收光谱技术及其在大气质量监测中的应用[J].量子电子学报,2005,(03):

[2] 李宁.基于可调谐激光吸收光谱技术的气体在线检测及二维分布重建研究[D].浙江大学,2008.

[3] 夏勇.锁相放大技术在蓄电池内阻检测中的应用[J].电子技术应用,2004,(03):

[4] 邹维亮,高峰,徐小龙.新型振动样品磁强计测量材料磁性[J].实验技术与管理,2012,29(02):

[5] OE1022 型数字锁相放大器用户使用手册[M].中大科仪,2016.4-6.

- [6] Principles of lock-in detection and the state of the art[M]. Zurich Instrument,2016.
- [7] K. Buisman et al.. 'Distortion-Free' Varactor Diode Topologies for RF Adaptivity. IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest, 2005. Long Beach, CA, USA: IEEE, Jun. 2005. pp.157-160.
- [8] 付卫红曾兴雯陈建刘乃安, 高频电路原理与分析 (第六版) (曾兴雯 陈建 刘乃安 付卫红) . 2017.
- [9] 王自鑫,陈泽宁,王健豪等.基于锁相放大器的微弱信号检测教学实验平台设计[J].实验技术与管理,2017,34(02):88-92+96.

[Python代码]

功能：绘制谐波检测实验图像

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# 设置参数
amplitude1 = [230.05, 76.42, 45.64, 32.49, 25.23, 20.66, 17.49] # 每个正弦波的振幅
frequency = [1, 3, 5, 7, 9, 11, 13] # 每个正弦波的频率
phase = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] # 每个正弦波的相位
amplitude2 = [225.113, 75.038, 45.023, 32.159, 25.013, 20.465, 17.316]
# 生成时间序列
duration = 3.0 # 波形的持续时间 (秒)
sampling_rate = 100000 # 采样率 (每秒采样点数)
t = np.linspace(0, duration, int(duration * sampling_rate), endpoint=False)
# 生成叠加波形
waveform1 = np.zeros_like(t)
waveform2 = np.zeros_like(t)
for a, f, p in zip(amplitude1, frequency, phase):
    waveform1 += a * np.sin(2 * np.pi * f * t + p)
for a, f, p in zip(amplitude2, frequency, phase):
    waveform2 += a * np.sin(2 * np.pi * f * t + p)
# 绘制波形图和右侧坐标轴
fig, ax1 = plt.subplots(dpi=600)
ax1.plot(t, waveform1, color='red', linewidth=2, label='experimental sum')
ax1.set_xlabel('Time (s)')
ax1.set_ylim([-350, 350])
ax1.set_ylabel('V/uVrms', color='red')
ax1.tick_params('y', colors='red')
ax2 = ax1.twinx()
ax2.plot(t, waveform2 - waveform1, color='skyblue', linewidth=2, linestyle='-', label='error')
ax2.set_ylabel('error/V', color='skyblue')
ax2.set_ylim([-7, 7])
ax2.tick_params('y', colors='skyblue')
# 设置参数
amplitude = 180 # 方波的振幅
frequency = 1 # 方波的频率
phase = 0 # 方波的相位
# 生成方波信号
```

```
def square_wave(t, amplitude, frequency, phase):
    period = 1 / frequency
    phase_offset = (phase * period) / (2 * np.pi)
    return amplitude * np.sign(np.sin(2 * np.pi * frequency * t - phase_offset))

waveform3 = square_wave(t, amplitude, frequency, phase)
# 在waveform3的最后添加一个0值
waveform3[-1] = 0
# 绘制波形图和左侧坐标轴
ax3 = ax1.twinx()
ax3.set_axis_off() # 将刻度放在左侧
ax1.yaxis.tick_left() # 将刻度放在右侧
ax3.plot(t, waveform3, color='green', linewidth=2, label='square wave')
ax3.set_ylim([-350, 350])
# 合并图例
lines, labels = ax1.get_legend_handles_labels()
lines2, labels2 = ax2.get_legend_handles_labels()
lines3, labels3 = ax3.get_legend_handles_labels()
ax1.legend(lines + lines2 + lines3, labels + labels2 + labels3, loc='upper right',
           prop={'size': 8})
plt.show()
```

[原始数据及签名]

表 1 变容二极管测量实验原始数据

反偏电压	R/ μ V
1.0	261.96
1.2	240.97
1.4	221.34
1.6	202.83
1.8	186.12
2.0	170.82
2.2	156.28
2.4	143.30
2.6	131.08
2.8	120.45
3.0	110.93
3.2	102.45
3.4	95.04
3.6	87.66
3.8	81.46
4.0	75.36
4.2	69.66
4.4	63.94
4.6	58.37
4.8	53.17
5.0	47.58
5.2	42.72
5.4	38.44
5.6	35.52
5.8	32.68
6.0	30.69
6.2	29.15
6.4	27.93
6.6	26.82
6.8	25.98
7.0	25.21
7.2	24.58
7.4	24.00
7.6	23.49
7.8	23.10
8.0	22.68

中山大学《近代物理实验》预习报告

金属逸出功实验

6. 使用 USB 线连接 OE1022 (USB 接口在后面板) 与 PC 机, 并在 PC 机上打开阻抗测量的 LabVIEW 程序 LCR_TOP.vi.

7. 软件测量: 点击 LCR_TOP.vi 的程序中的“连接”按钮, 根据需要选择测量电阻或电容, 设置“测量频率”, 然后点击“开始测量”, 程序将自动读取 OE1022 测量值, 并自动计算. 点击后等候

三分钟左右, 前面板将显示测量值, 记录实验测量值;

8. 手动测量: 设置 DA 输出电压为 0V 继电器切换到测量 E_{out} ; 设置 DA 输出电压为 5V 继电器切换到测量 E_r , 将测到的电压 E_r 和 E_{out} 带入上述的公式中计算出阻抗的值.

9. 将实验值与元件标准值作对比, 计算误差.

5. 实验记录

自动测量频率/Hz	电阻标准阻抗值/ Ω	实验测得阻抗值/ Ω	误差
500	1.25%	记于中册	
1000			
2000			
5000			
10000			
20000			
30000			
50000			
80000			
100000			

自动测量频率/Hz	电容标准阻抗值/ Ω	实验测得阻抗值/ Ω	误差
500	$10nF \pm 10\%$	记于中册	
1000			
2000			
5000			
10000			
20000			
30000			
50000			
80000			
100000			

五、变容二极管结电容测量实验

1. 实验目的

1. 了解锁相放大器的应用.

中山大学《近代物理实验》预习报告

金属逸出功实验

7. 记录 V_{out} 的测量值, 结束后利用公式计算二极管电容 C_x , 并作 C_x 与 $DC-V_t$ 的曲线关系图.

5. 实验记录

反偏电压/V	实验测得 R	变容二极管电容值	反偏电压/V	实验测得 R	变容二极管电容值
1	226	261.96	4.8		53.17
1.2	224	240.97	5		47.58
1.4		221.34	5.2		42.72
1.6		202.83	5.4		38.46
1.8		186.12	5.6		35.52
2		170.82	5.8		32.68
2.2		156.28	6		30.69
2.4		143.30	6.2		29.15
2.6		131.08	6.4		27.93
2.8		120.45	6.6		26.82
3		110.93	6.8		25.98
3.2		102.45	7		25.21
3.4		95.04	7.2		24.58
3.6		87.66	7.4		24.00
3.8		81.46	7.6		23.49
4		75.36	7.8		23.10
4.2		69.86	8.0		
4.4		63.96			
4.6		58.37			

六、电阻热噪声测量实验

1. 实验目的

1. 理解电子器件噪声的产生机制和测量原理.
2. 学会分析噪声的统计分布.
3. 了解 LabVIEW 上位机与锁相放大器的通信.

2. 实验仪器

OE1022 锁相放大器、已安装 BNC 连接头的电阻器、已安装 LabVIEW 程序的电脑.

本实验测量直接使用 OE1022 数字锁相放大器和安装 BNC 连接头的电阻器. 将电阻器短接到锁相放大器的 A/I 接口, 此时锁相放大器测量电阻器短接后的噪声值. 将上位机 PC 与锁相放大器相连, 使用 OE1022 专用采集数据程序, 采集当前锁相放大器测到的 X 值. 具体的实验测量流程如图 6 所示.

《近代物理实验》课程预习报告

学院：物理学院

专业：物理学

年级：2021 级

实验人姓名（学号）：路尚润（21305127）

合作人姓名（学号）：巩元昊（21305179）

2023 年 12 月 6、13 日 下午

光泵磁共振 实验报告

一、实验目的

- 1、掌握以光抽运为基础的光检测磁共振方法；
- 2、加深对原子超精细结构的理解，测定铷原子超精细结构塞曼子能级的朗德因子 g_F 。

二、实验原理

1. 引言

光泵磁共振（OPMR）是一种应用于原子物理和量子信息领域的重要技术。它利用光泵激发原子在磁场中的共振转变，从而实现了对原子内部能级结构的精确探测和操控。光泵磁共振在磁场测量^[1]、传感器^[2]、原子结构探测^[3]等领域具有广泛的应用前景。

在本文中，我们利用光泵磁共振的基本原理，观测了铷原子在方波扫场以及三角波扫场下的光抽运信号，以及磁共振信号，计算了其朗德因子 g_F 以及对地磁场的强度进行了计算，实验完整，探究详细。

2. 超精细结构的塞曼子能级和朗德因子 g_F

原子的电子具有自旋角动量和轨道角动量，分别对应量子数 S 和 L 。对于原子量较小的较低激发态和基态，电子的角动量量子数 J 可由 L - S 耦合得到。原子价电子在 L - S 耦合中有如下关系：

$$\vec{\mu}_J = g_J \frac{e}{2m} \vec{P}_J \quad (1)$$

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} \quad (2)$$

考虑上原子核的自旋角动量（对应量子数为 I ），核自旋角动量与电子总角动量耦合（ I - J 耦合），得到原子总角动量，对应量子数 F 。有如下关系：

$$\vec{\mu}_F = g_F \frac{e}{2m} \vec{P}_F \quad (3)$$

$$g_F = 1 + \frac{F(F+1) - I(I+1) + J(J+1)}{2F(F+1)} \quad (4)$$

外磁场的作用下，原子总自旋角动量对应的磁矩 μ_F 和磁场 B 的相互作用能量为

$$E = -\vec{\mu}_F \cdot \vec{B} = g_F m_F \mu_B B \quad (5)$$

从而使原子在磁场下因为磁量子数 m 的差异而导致超精细结构的出现，各能级进一步劈裂为 $(2F+1)$ 各塞曼子能级。

3. 光抽运产生偏极化

光抽运是建立在光跃迁过程角动量守恒的基础上，通过带偏振光激发原子，使原子能级的粒子布居数发生改变。由于光波中磁场对电子的作用远小于电场对电子的作用，故光对原子的激发，可以看成是光波的电场部分起作用。设偏振光的传播方向与外磁场同方向，左旋圆偏振光的角动量为 $+h$ ；右旋圆偏振光的角动量为 $-h$ ；线偏振 π 光可看成是两个旋转方向相反的圆偏振光的叠加，其角动量为零。

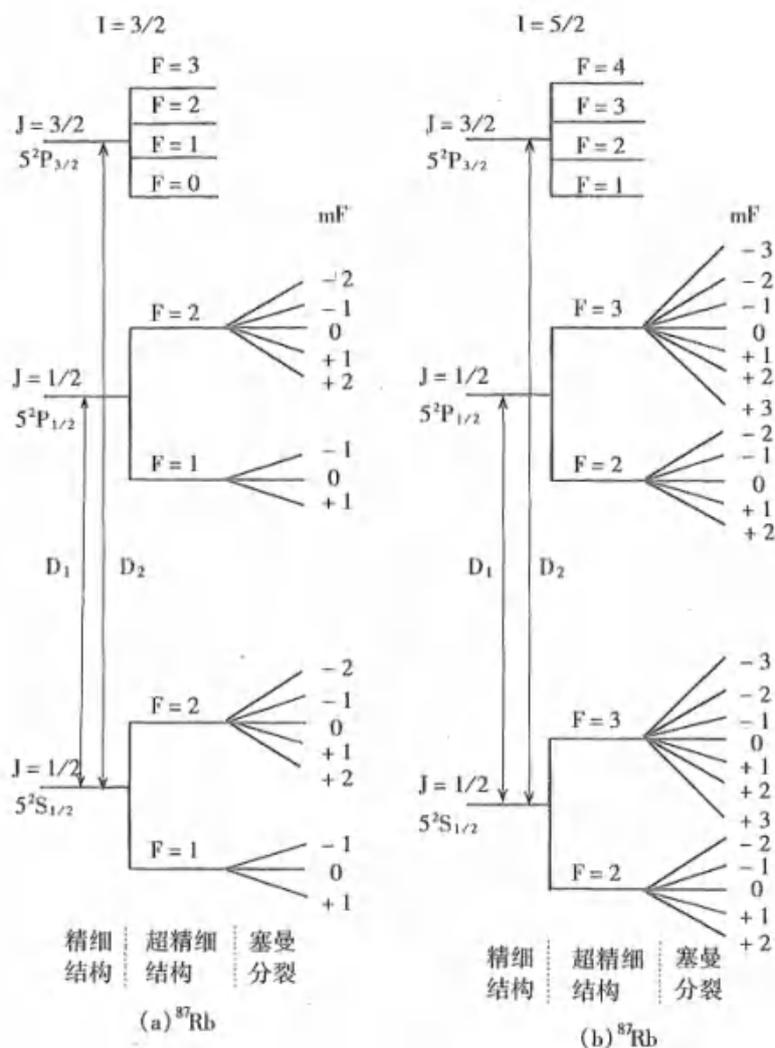


图 1 基态与最低激发态能级示意图

其中偏振光激发跃迁应当满足选择定则 $\Delta L = \pm 1, \Delta F = 0, \pm 1, \Delta m_F = \pm 1$. 当入射 $D_1\sigma^+$ 光作用于 ^{87}Rb 时，在 $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{1/2}$ 的激发跃迁中，由于 σ_+ 光子的角动量为 $+1$ 能产生 $\Delta m_f = +1$ 的光跃迁。基态 $m_F = +2$ 子能级上粒子若吸收光子必将跃迁至 $m_F = +3$ 能态，由于 $5^2P_{1/2}$ 各子能级最高为 $m_F = +2$ ，因此基态中 $m_F = +2$ 子能级的粒子受 $D_1\sigma^+$ 光激发产生跃迁几率为零。 $D_1\sigma^+$ 光只能将基态中除 $m_F = +2$ 以外各子能级的原子激发到 $5^2P_{1/2}$ 相应子能级上。

跃迁到 $5^2P_{1/2}$ 上的原子通过自发辐射及无辐射跃迁两种过程，以相等的几率回到基态 $5^2S_{1/2}$ 各个子能级。这样，经过多次受激-返回，基态 $m_F = +2$ 能级上的粒子数只增不减，即基态其他能级上的粒子被抽运到基态子 $m_F = +2$ 能级上，从而达到粒子布居数偏极化的目的。

4. 磁共振与光检测

光抽运使得铷原子能级粒子数分布偏极化达到饱和后，铷原子不在吸收圆偏光，从而使得透过样品泡的光强增大。若在垂直于外磁场方向施加一射频场使其频率满足

$$h\nu = g_F\mu_F B \tag{6}$$

从而产生共振跃迁，使得原子分布产生退偏极化。磁共振跃迁和光抽运相互竞争与制约将使原子系统达到新的动态平衡。从而能够通过光检测将透过铷样品泡的光转化为电信号，在示波器中观察光泵磁共振现象。

三、实验仪器

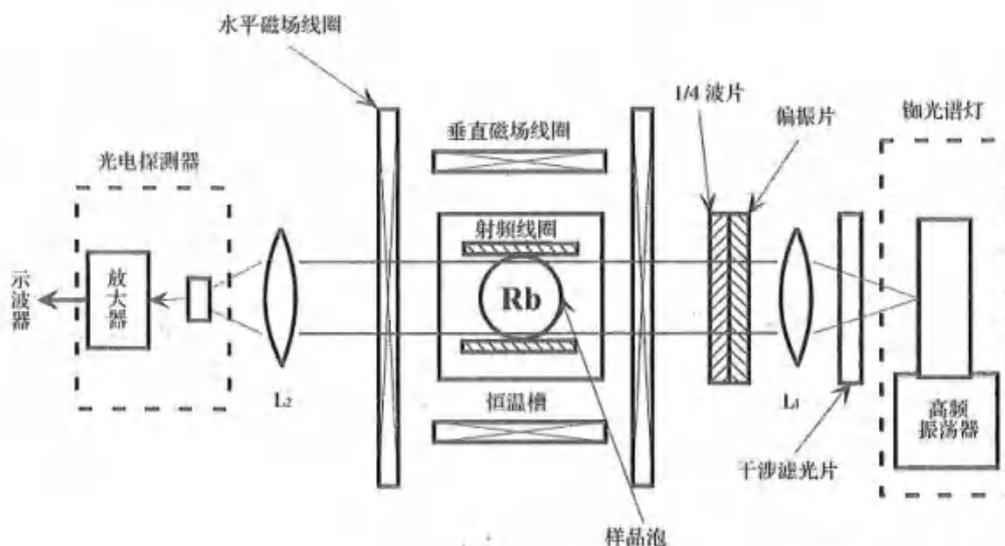


图 2 实验装置主体单元示意图

实验装置主要有以下几个部分构成：

(1) 抽运光源：主要有高频振荡器控温装置和铷原子光谱等组成构成。铷灯泡在高频电磁场的激励下进行无极放电而发光，后经过干涉滤光片去除不利于光抽运的成分，然后经过透镜 L_1 后以平光透过偏振片和 $1/4$ 波片使得穿过的光只有左旋和右旋圆偏振光。在透过样品之后经过透镜 L_2 聚焦入光电检测器。

(2) 样品和磁场：铷样品装咋充有缓冲气体的玻璃泡中，并至于恒温槽中保持 $40^{\circ}\text{C}\sim 55^{\circ}\text{C}$ 。样品处于两对亥姆霍兹线圈的中心位置，其磁场表达式为： $B = 4.496 NI / r$ 其中 N 为线圈匝数， I 为励磁电流大小， r 为线圈有效半径， B 单位为 Gauss。需要注意的是产生塞曼效应的是水平方向的所有外磁场之和。（水平亥姆霍兹线圈产生的磁场 B_P 、扫场 B_S 、地磁场水平分量 $B_{//}$ ）

(3) 光信号检测：将入射的光转化为电信号放大用于试验检测。

(4) 其他设备：辅助设备主要包括辅助源、射频信号发生器和双通道示波器等。辅助源为上图中几大线圈进行供电，用于产生水平和垂直方向的励磁电流，同时提供控制和检测系统（本实验中扫场专门由另一个辅助源产生，并带有调节和显示射频场频率的功能）。为方便存储数据，本实验采用的是数字示波器，可将波形实时保存。示波器(或计算机数据采集系统)用于实验观测(或数据采集)，通常采用双通道方法：一个通道观测扫场信号；另一个通道观测光抽运和磁共振信号。

四、实验内容

(一) 实验系统调节

(1) 主体单元放置远离电磁场干扰。借助指南针使导轨安放于地磁场水平分量方向上，调节光源、透镜、铷样品泡和光电检测器件使各元件共轴。

(2) 确认实验系统各部分连接正确，接通 DH807A 电源开关，置“池温”按钮于“ON”位置。开示波器电源，或启动计算机数据采集系统。

(3) 预热约 20 分钟。灯温指示灯亮，铷光谱灯点燃并发出紫红色光；池温指示灯亮，吸收池进入正常工作状态。

(4) 调节凸透镜 L₁ 位置使出射平行光束作用于样品泡上；调节凸透镜 L₂ 将平行光束会聚到光电检测器使检测光强最大。

(5) 调节偏振片和 1/4 波片与光轴的夹角，结合下一步“光抽运信号观测”使光抽运信号最大，并旋紧锁定环。以上调节确保实验装置达到最佳状态，在随后的磁共振信号观测中尽可能避免碰触主体单元各个元件，以期获得准确的实验数据。

(二) 光抽运信号观测

(1) 观察方波扫场的光抽运现象，理解光抽运的物理过程及光抽运信号检测技术。重点：分析产生光抽运的实验条件。观察垂直磁场和水平磁场对方波扫场光抽运信号影响，记录、分析不同磁场方向和强度的实验结果，调节垂直磁场（方向和强度）使抽运信号达到最大。

在观察光抽运信号中，可供选择的有方波和三角波信号。当施加的是方波信号时，控制变量调节水平场和垂直场。预设垂直场电流来抵消地磁场的垂直分量，调节扫场幅度和垂直场的大小及方向，使光抽运信号的幅度达到最大。此时垂直磁场于地磁场的垂直磁场抵消。

(2) 仔细观察三角波扫场的光抽运现象，记录不同磁场强度和方向对光抽运信号的影响。通过与方波扫场的实验结果进行比较，分析所观察到的抽运现象，从而进一步理解产生光抽运的实验条件。

(三) 观察共振吸收，分析⁸⁵Rb和⁸⁷Rb的 g_F 因子：

(1) 适当增加水平场强度，观察记录抽运信号和共振信号的变化，区分两种信号物理过程，找出共振吸收实验条件。随着水平场强度的缓慢增加，观察记录同位素共振信号的变化。

(2) 测量一组不同频率（400kHz-1MHz）射频场作用的⁸⁵Rb和⁸⁷Rb共振吸收数据，此后用曲线拟合方法分别分析⁸⁵Rb和⁸⁷Rb的 g_F 实验结果。

五、实验数据及分析

一些说明：本次实验分为两地进行，第一部分图的分析取自第一次实验，专注于现象分析，不再讨论具体数据，而第二次数据取自第二次实验，专注于计算，二者具体数值可能存在差异。

1. 亥姆霍兹线圈内磁场分布

实验中控制磁场是通过亥姆霍兹线圈内部产生的近均匀磁场，我们对其内部磁场进行了计算，具体结果如图 3 所示

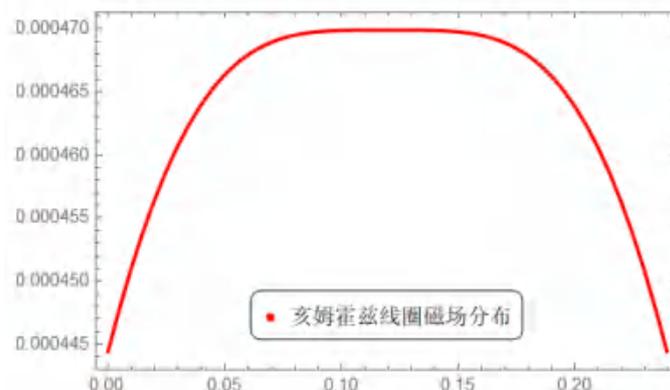


图 3 亥姆霍兹线圈内磁场分布

图中使用的电流大小为 1A，可以看到其内部很大一部分可以近似为均匀磁场，而样品即摆在中央，可以实现很好的磁场调控。

经过计算可知，其内部均匀磁场满足的关系式为

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 n I}{R} \tag{7}$$

其中 $n = N/2$ 为单个线圈的线圈匝数，利用实验仪器参数可以具体得出实验中的磁场与电流的关系为

$$\begin{cases} B_{\parallel} = 0.000470 \times I \\ B_s = 0.000464 \times I \\ B_{\perp} = 0.000294 \times I \end{cases} \tag{8}$$

绘图即为

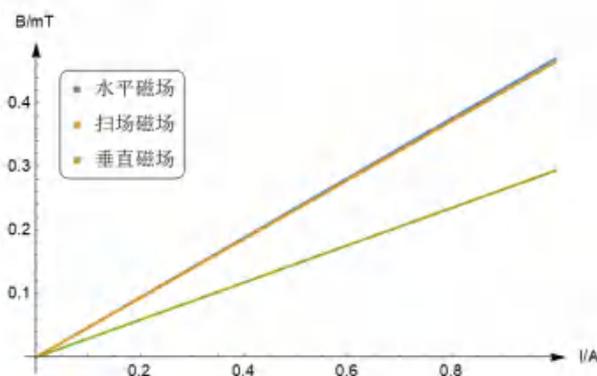


图 4 亥姆霍兹线圈磁场随电流变化曲线

实验中即可利用上式将电流转换为磁场，从而具体计算。

2. 光抽运和共振吸收的实验观测

a. 光抽运现象

首先，利用扫场信号的方波，进行地磁场的垂直分量消除，由于第二次实验进行了再次消除，所以此时的参数并无太大意义。

通过调节生成水平磁场的线圈，初步观测到光抽运现象，然后调节垂直磁场的电流线圈，使得光抽运的幅度最大，在水平磁场电流为 $B_p=0.132A$ 时，我们在实验时利用高斯函数拟合得到垂直磁场分量 $B_{\perp}=0.0485A$ 时，信号最大，此时地磁场的垂直分量被抵消，地磁场在第一次实验中不再调节。拟合曲线如图 5 所示。

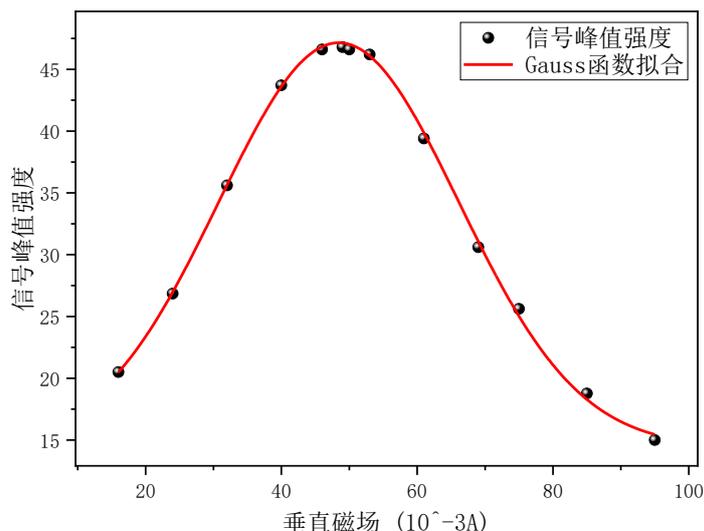


图 5 垂直磁场与光抽运信号峰值强度的 Gauss 函数拟合

在以上的实验参数下，得到最终实验结果如图 6 所示。



图 6 方波的光抽运现象

根据图片可以看出，在方波的阶跃处，由于水平磁场和垂直地磁场之和在一瞬间变为 0，原子能级重新简并，从而状态数重新分布，原本基本饱和的最高能级被重置，此时最高能级的占据数最小，光抽运信号很强，增长最快，而又逐渐饱和，因此出现类似于负指数的周期性增长，与文献[4]的结果一致，如图 7 所示。

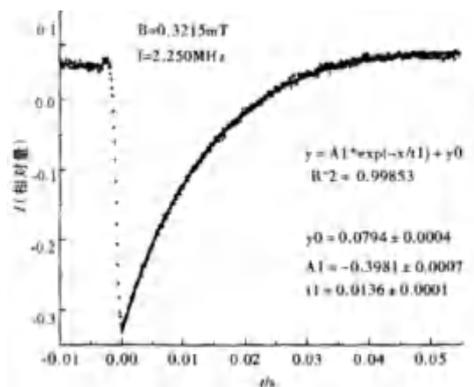


图 7 文献[4]中的光抽运现象

接着我们换成了三角波，观察光抽运现象，此时在三种不同的参数下均观察到了光抽运信号，其分别为

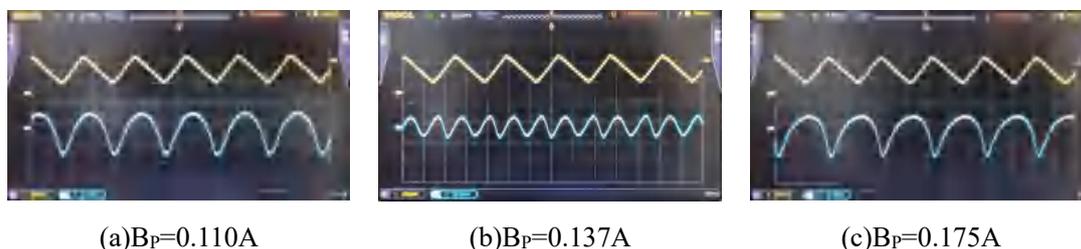


图 8 三角波的光抽运现象

可以看出，对于三角波的现象与方波不一致，具体原因是其变化并非为跃变，并且信号并非为稳恒。具体分析如下：

(1)第一个图中，此时在三角波的底端外部磁场为 0，可以看到此时光抽运信号到达底部，占据数重新分配，但在其余时刻，外部磁场并非恒定的，在磁场不断增大时，能级之间的分裂宽度逐渐增大，区分更加明显，光抽运信号也在不断增大而达到饱和，但在外部磁场减小时，此时能级之间宽度减小，去简并性减弱，光抽运信号的饱和值降低，因此信号逐渐减小，从而信号逐渐减弱，在三角波底部磁场为 0，重新发生简并。

(2)在第二个图中，此时在三角波的中心处外部磁场为 0，其余的变化与图 1 完全一致，只是会出现相应的二倍频现象，因为一个三角波中发生两次简并，而由于外加磁场的整体减弱(因为零点移动到了三角波的中间，磁场振幅变为原本的一半)，光抽运信号也相对降低。

(3)第三个图中，此时在三角波的顶点外部磁场为 0，实际上此时的现象本质与图 1 完全一致，只是外部磁场反向，因此不再进行分析。

b. 共振吸收现象

在光抽运现象发生之后，我们继续增大水平磁场，此时抽运信号饱和，外部磁场不再为 0，我们加入另一个射频场，设置频率为 700kHz，此时若满足

$$h\nu = g_F\mu_B(B_P + B_S + B_{//}) \tag{9}$$

其中 ν 为射频场频率， B_P 为直流水平场， B_S 为交流扫场，而 $B_{//}$ 为水平地磁场，此时会发生共振吸收，通过不断增大水平直流磁场，可以观察到共振吸收信号，此时会观察到两次共振吸收，分别对应 ^{85}Rb 和 ^{87}Rb ，实验结果如所示。

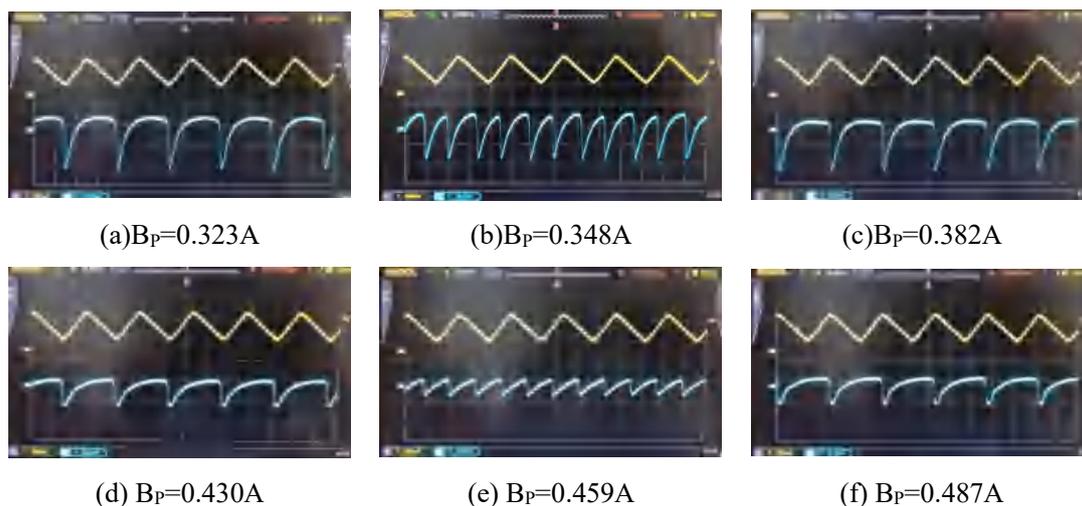


图9 三角波的共振吸收现象

其中图(a)、(b)、(c)为⁸⁷Rb的结果，图(d)、(e)、(f)为⁸⁵Rb的结果。波形产生分析如下：

- (1)可以看出，其波形与方波的光抽运现象基本一致，因为此时不再简并，光抽运现象很强，会快速达到饱和。
- (2)事实上，其余图的物理本质与光抽运的一致，只是将简并换为发生共振，在共振点会使得能级重新分布，与先前的能级重新简并效果一致。
- (3)对于两侧图，其分别在三角波底端与顶端满足共振，而中间图的共振发生在三角波的零点，因此出现二倍频现象。

c. 低频时的特殊现象

在射频场频率较低时，此时⁸⁷Rb与⁸⁵Rb的共振条件的水平磁场十分接近，此时可以发现，在扫场幅度较大时，两种同位素的共振吸收会同时发生，如射频场频率为 400kHz 时，此时现象如所示。



图10 三角波的两同位素同时发生共振吸收现象

但此时我们仍然可以分辨是哪一种同位素发生的共振，因为此时大致波形并未产生过多变化。

3. 计算⁸⁵Rb和⁸⁷Rb的g_F因子

a. g_F的计算

在实验中，保证垂直磁场为0，而水平磁场较大，此时满足共振条件

$$h\nu = g_F\mu_B(B_P + B_S + B_{//}) \quad (10)$$

利用频率 ν 与水平磁场 B_P 的线性关系，从而可以利用线性拟合测量 g_F ，拟合结果如所示。

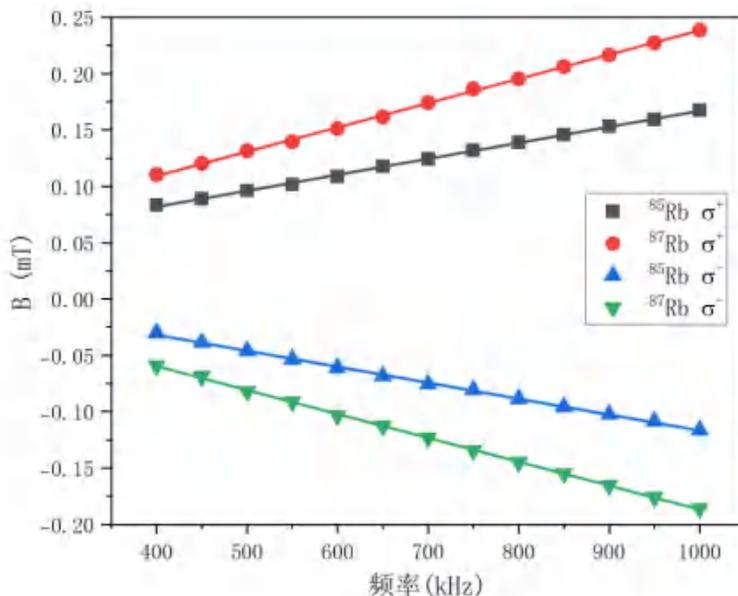


图 11 ⁸⁵Rb 和 ⁸⁷Rb 的共振吸收拟合结果

四条直线的拟合参数为

表 1 共振吸收拟合参数

吸收模式	斜率(T/Hz)	截距(mT)	R-Square
⁸⁵ Rb(σ^+)	1.42E-10	2.50E-2	0.9990
⁸⁷ Rb(σ^+)	2.15E-10	2.31E-2	0.9994
⁸⁵ Rb(σ^-)	-1.42E-10	2.48E-2	0.9989
⁸⁷ Rb(σ^-)	-2.12E-10	2.50E-2	0.9996

可见，四者线性度极高，实验测量十分精确。经过简单计算，并与论文[5]进行比较，可以得到朗德因子 g_F 为

表 2 铷原子的朗德因子 g_F

吸收模式	实验测量 g_F	论文测量 g_F
⁸⁵ Rb(σ^+)	0.503 ± 0.009	0.505 ± 0.001
⁸⁷ Rb(σ^+)	0.332 ± 0.006	0.336 ± 0.001
⁸⁵ Rb(σ^-)	0.503 ± 0.009	0.503 ± 0.001
⁸⁷ Rb(σ^-)	0.337 ± 0.004	0.335 ± 0.001

此结果与论文中的结果基本一致，可见实验效果较好。

b. 地磁场的测量

在实验中，我们使用的是等间隔双峰测量方法，因此应当有

$$h\nu = g_F\mu_B(B_P + B_{//}) \quad (11)$$

从而拟合直线的截距即为地磁场的水平磁场分量，即

$$B_{//} = 0.024 \pm 0.002 \text{ mT} \quad (12)$$

而此时的地磁场为

$$B_{\perp} = 0.019\text{mT} \quad (13)$$

即为此时的地磁场大小。

六、实验总结与思考

误差分析：

(1)实验中扫场信号的强度不能过大，否则可能在低频射频场时两种共振信号出现重叠，会一定程度上影响观测。

(2)垂直磁场分量的消除是通过人眼观察所调节的，不免会产生一定的误差，从而有

$$h\nu = g_F\mu_B\sqrt{(B_P + B_S + B_{//})^2 + B_{\perp}^2} \quad (14)$$

但调节过程中一定能保证垂直磁场分量较小，可以利用 Taylor 展开，从而有

$$h\nu \approx g_F\mu_B(B_P + B_S + B_{//})\left(1 + \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{B_{\perp}}{B_P + B_S + B_{//}}\right)^2\right) \approx g_F\mu_B(B_P + B_S + B_{//}) \quad (15)$$

因此实验中此误差可以近似忽略，但倘若要保证更加精细的测量应当利用精密仪器进行数据测量以及调节。

(3)实验中判断光抽运以及磁共振现象均为人为判断，因此不免会与最佳条件产生偏差，但这是偶然误差，在多数数据拟合中应当可以忽略，影响较小。

(4)实验仪器的精度有限，因此会产生 B 类不确定度，但我们认为由(3)产生的偶然误差应当远大于仪器的精度，因此此类误差可以忽略。

实验总结：

在本次实验中，我们首先观测了铷原子在方波以及三角波扫场下的光抽运信号，并对其波形进行了解释，同时观测了磁共振信号，对其产生的二倍频现象进行了解释，实验现象明显。

接着我们利用直线拟合计算了铷原子的两种同位素的朗德因子大小，线性拟合评分 R-Square 均在 0.999 左右，拟合优度极高，实验最终测量结果为

吸收模式	实验测量 g_F	论文测量 g_F
$^{85}\text{Rb}(\sigma^+)$	0.503 ± 0.009	0.505 ± 0.001
$^{87}\text{Rb}(\sigma^+)$	0.332 ± 0.006	0.336 ± 0.001
$^{85}\text{Rb}(\sigma^-)$	0.503 ± 0.009	0.503 ± 0.001
$^{87}\text{Rb}(\sigma^-)$	0.337 ± 0.004	0.335 ± 0.001

与论文中的结果基本一致。

最后，我们对地磁场进行了测量，水平分量为 $B_{//} = 0.024 \pm 0.002 \text{ mT}$ ，垂直分量为 $B_{\perp} = 0.019\text{mT}$ ，可见测量误差也较小。

总的来说，在本次实验中我们利用光泵磁共振的基本原理，观测了铷原子在方波扫场以及三角波扫场下的光抽运信号，以及磁共振信号，计算了其朗德因子 g_F 以及对地磁场的强度进行了计算，实验完整，探究详细，实验较为成功。

[思考题]

1. 实验过程中如何区分光抽运与磁共振信号？如何区分⁸⁵Rb和⁸⁷Rb磁共振信号？

(1) 区分光抽运与磁共振：

①波形：光抽运与磁共振在三角波下虽然都能产生二倍频现象，但其波形是不一致的，在外部磁场较小时，能级的宽度较小，此时会形成一定的简并，从而影响光抽运的速率，即在三角波下，光抽运并非一个负指数的饱和曲线，而是一个类似正弦波的曲线，因为三角波的信号变化是连续的。而磁共振发生时，此时外部磁场较大，能级已经完全可分，光抽运速率不再受到磁场变化的影响，因此会呈现出如同方波一样的负指数饱和曲线，具体图形如下。



(a)光抽运



(b)磁共振

图 1 光抽运信号与磁共振信号对比图

②信号是否与射频场有关：实际上，这是最明显的区别，因为磁共振信号是完全由射频场产生的，当去除射频场时，磁共振信号会消除，但光抽运信号并没有影响。

③水平恒定磁场的调节范围不一致：随着射频场频率的增加，光抽运信号发生的水平磁场区间应大致不变，而磁共振信号的水平恒定磁场应当与射频场频率近似呈正比，且光抽运信号的水平场分量较小，磁共振信号较大。

(2) 区分⁸⁵Rb和⁸⁷Rb的磁共振信号：

①水平磁场的大小：由于⁸⁵Rb和⁸⁷Rb的朗德因子不同，因此其发生共振的水平磁场大小不同，前者发生的磁共振磁场相对于后者要大。

②磁共振幅度不同：在实验中观察到，两种磁共振信号的幅度不同，可能是由铷原子同位素的丰度导致的，即其所含的同位素比值不同，从而导致幅度不同，进而可以分辨二者的磁共振信号。

2. 为什么实验测量中同一物理过程采用扫场不变且相同的磁共振信号定位方法可以满足 (ν, B_p) 的线性关系？

实际上这是由于磁共振条件导致的，共振时满足

$$h\nu = g_F\mu_B(B_p + B_S + B_{//})$$

扫场幅度不变且相同，采用等间隔双峰观察法，此时发生共振所位于扫场信号的位置不变，因此地磁场 $B_{//}$ 与扫场磁场 B_S 应当恒定，从而有

$$h\Delta\nu = g_F\mu_B\Delta B_p$$

产生线性关系。

3、采用不同的磁共振信号定位方法影响朗德因子 g_F 的实验结果吗？

不影响。

实际上，只要我们使得磁共振信号发生在扫场的任意固定位置，即在不同频率下使得发生磁共振的点位不变，此时地磁场 $B_{//}$ 与扫场磁场 B_S 恒定，根据线性关系可知其满足

$$h\Delta\nu = g_F\mu_B\Delta B_P$$

因此对朗德因子 g_F 的测量不会产生影响。

等间隔双峰观察法是使得磁共振信号发生在三角波零点位置的观测方法，如果我们令其发生在三角波的顶点或底端，此时所得到的朗德因子是不会产生变化的，只是地磁场的测量应当考虑发生共振的位置。

4、如何理解曲线拟合方法在 $|B_P| < |B_S + B_{//}|$ 情形的合理性？曲线拟合所求得的截距的物理意义是什么？

实验中采用的方法是等间距双峰观察法，即一个扫场信号的周期中会发生两次等间距的磁共振信号，因此磁共振时扫场的交流信号恰好为0，则满足

$$h\nu = g_F\mu_B|B_P + B_{//}|$$

对于两个方向，其有两个磁共振条件，即

$$h\nu = g_F\mu_B(B_P + B_{//})$$

与

$$h\nu = g_F\mu_B(B_{//} - |B_P|)$$

因此其斜率为相反数，且截距均为地磁场的水平分量 $B_{//}$ ，实验中计算的截距基本相同，为0.024mT，印证了这个结果。

并且，此时扫场幅度较小，不会抵消掉 $B_S + B_{//}$ 从而发生光抽运现象，因此这个方法也是合理的，仅会发生磁共振。

5、若磁场垂直分量不为零，实验结果如何？

倘若磁场垂直分量不为零，是会对实验结果产生一定影响的。

(1)光抽运：

对于光抽运信号，由于磁场的垂直分量不为0，因此在外部水平磁场为0时，其仍然有一定的能级劈裂，并非完全简并，因此会降低光抽运信号的幅度，这也是我们消除地磁场垂直分量的依据。

(2)磁共振：

对于磁共振信号，若地磁场分量不为0，则有共振条件变为

$$h\nu = g_F\mu_B\sqrt{(B_P + B_S + B_{//})^2 + B_{\perp}^2}$$

可以看出其与水平调节磁场 B_P 并非完全线性，因此会对线性拟合的效果产生影响，进而影响实验测量。而在 B_{\perp} 较小时，可以利用 Taylor 展开，从而有

$$h\nu \approx g_F \mu_B (B_P + B_S + B_{//}) \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{B_{\perp}}{B_P + B_S + B_{//}} \right)^2 \right) \approx g_F \mu_B (B_P + B_S + B_{//})$$

进而可以近似忽略其影响，实际上这也是实验的实际条件，因为人为调节不可能将磁场的垂直分量完全调零，只是其幅度极小因此可以近似忽略。

6、如何测量实验所在处的地磁场?请拟定实验步骤和结果分析方法。

对于此问题，我们已经在实验中进行了测量，即利用光抽运信号的幅值最大的方法确定了地磁场的垂直分量大小为 0.019mT，而利用拟合的方法利用截距确定了地磁场的水平分量为 0.024mT。

对于其他方法，利用霍尔效应的霍尔元件也是十分常用的测量磁场的工具，也可以利用霍尔效应对磁场进行测量。

[参考文献]

- [1] 胡苗苗,刘海顺,李端明等.磁场测量方法及其应用[J].现代物理知识,2008,(04):36-38.
- [2] 张伟.氦(He~4)原子光泵磁传感器的设计及其参数测试[J].电测与仪表,2012,49(S1):116-120.
- [3] 唐京武.Rb~(87)基态超精细塞曼能级跃迁的偏振激发特性[J].大学物理实验,2004,(01):5-8.
- [4] 李潮锐,刘小伟.光磁共振研究 Rb 同位素光抽运响应[J].中山大学学报(自然科学版), 2008.47(1):29-32.
- [5] 李潮锐. 光磁共振实验的数据拟合方法[J]. 物理实验, 2004, 24(7):37-39.

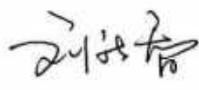
[原始数据及签名]

中山大学《近代物理实验》预习报告 光泵磁共振

五、实验数据记录

时间: 2023年10月24、31日 地点: 物理楼 温度: 湿度:

f/kHz	B/A	B^+/mT	$B_1 = 0.065 A$
400	177/235	84/126	
450	184/256	82/146	
500	205/280	98/175	
550	216/297	114/194	
600	231/322	130/220	
650	257/344	146/240	
700	265/371	161/232	
750	281/397	172/286	
800	296/446	189/309	
850	310/439	204/330	
900	326/461	218/352	
950	339/484	231/375	
1000	356/508	248/396	


 2023.12.13

6 / 7

《近代物理实验》课程实验报告

学院：物理学院

专业：物理学

年级：2021 级

实验人姓名（学号）：路尚润（21305127）

合作人姓名（学号）：巩元昊（21305179）

2023 年 11 月 22、29 日 下午

激光拉曼 实验报告

一、实验目的

- 1、了解拉曼效应原理，初步掌握下列概念：拉曼散射、瑞利线、斯托克斯线、拉曼频移；
- 2、了解光子计数器的工作原理；
- 3、学会使用激光拉曼光谱仪；
- 4、初步学会测量物质的拉曼光谱。

二、实验原理

1. 引言

拉曼光谱是一种非常有用的光谱分析技术，通过测量样品散射光中的拉曼散射来获得关于样品的信息。相比传统的吸收光谱，拉曼光谱具有许多优势，如非侵入性、无需特殊样品处理和能够提供丰富的分子结构和化学信息等。因此，它已经广泛应用于生物^[1]、化学^[2]、材料科学等领域^[3]。

在本次实验中，我们首先测量了 CCl_4 的拉曼光谱，然后测量了不同浓度乙醇溶液的拉曼光谱，讨论了其与浓度之间的关系，并测量了二锅头的酒精浓度，最后测量了多种塑料的拉曼光谱，实验较为成功。

2. 拉曼效应

拉曼效应是由观察者的名字来命名，是由印度科学家钱德拉塞卡拉·拉曼利用太阳光观察到此现象。1930 年，拉曼完成光的非弹性散射观测，并且获得了诺贝尔物理学奖。

拉曼光谱（Raman spectra），是一种散射光谱，通过对不同入射光频率的散射光谱进行分析以得到分子振动、转动方面信息，并应用于分子结构研究的一种分析方法。最常用的红外及拉曼光谱区域波长是 $2.5\sim 25\mu\text{m}$ 。（中红外区）。

光的非弹性散射其实早在 1923 年被 Adolf Smekal 预测（直到 1928 年才被实际的观察到）。当用波长比试样粒径小得多的单色光照射气体、液体或透明试样时，大部分的光会按原来的方向透射，而一小部分则按不同的角度散射开来，产生散射光。在垂直方向观察时，除了与原入射光有相同频率的瑞利散射外，还有一系列对称分布着若干条很弱的与入射光频率发生位移的拉曼谱线。上述过程实际上光照射到物质上发生了弹性散射和非弹性散射。弹

性散射的散射光是与激发光波长相同的成分,非弹性散射的散射光有比激发光波长较长和较短的成分。我们把该非弹性散射过程统称为拉曼效应,物理上可以认为:当光线照射到分子并且和分子中的电子云及分子键结会产生交互作用,对于自发拉曼效应,光子将分子从基态激发到一个虚拟的能量状态。当激发态的分子放出一个光子后并返回到一个不同于基态的旋转或振动状态。在基态与新状态间的能量差会使得释放光子的频率与激发光线的波长不同。

如果最终振动状态的分子比初始状态时能量高,所激发出来的光子频率则较低,以确保系统的总能量守恒。这一个频率的改变被名为 Stokes shift。如果最终振动状态的分子比初始状态时能量低,所激发出来的光子频率则较高,这一个频率的改变被名为 Anti-Stokes shift。拉曼散射是由于能量透过光子和分子之间的相互作用而传递,就是一个非弹性散射的例子。

关于振动的配位,分子极化电位的改变或称电子云的改变量,是分子拉曼效应必定的结果。极化率的变化量将决定拉曼散射强度。该模式频率的改变是由样品的旋转和振动状态决定。

3. 量子理论的定性解释

当频率为 ν_0 的单色光照射在介质上,其散射光中包含了与入射光相同频率的瑞利(Rayleigh)散射光和一系列其它频率 $\nu_0 \pm \nu_1, \nu_0 \pm \nu_2 \dots$ 的拉曼散射光。拉曼光对称分布在瑞利光两侧,其强度比瑞利光弱得多,约为瑞利光的 $10^{-6} \sim 10^{-9}$ 。拉曼光中,频率低于瑞利光的谱线($\nu_0 - \nu_1, \nu_0 - \nu_2 \dots$)叫斯托克斯(Stokes)线,而频率高于瑞利光的谱线($\nu_0 + \nu_1, \nu_0 + \nu_2 \dots$)叫反斯托克斯(Anti-Stokes)线。

如图 1 所示,用分子散射的观点来说明这一过程:处于基态 E_0 的分子受入射光子 $h\nu_0$ 的激发跃迁到受激虚态,由于受激虚态不稳定,分子很快地又跃迁到回基态 E_0 ,并发射频率为 ν_0 的光子,这就是瑞利散射光(弹性碰撞),由于分子存在热振动和电子自旋,因此通常分子的能态附近都存在振动和转动能级。这样一来,跃迁到受激虚态的分子还可以跃迁到电子基态中的振动激发态 E_x 上,这时分子吸收了部分能量 $h\nu$,并释放出能量为 $h(\nu_0 - \nu)$ 的光子(非弹性碰撞),所产生的散射光为斯托克斯线。若分子处于激发态 E_x 上,受能量为 $h\nu_0$ 的入射光子激发跃迁至受激虚态后再回到激发态 E_x 上(弹性碰撞),则也放出瑞利散射光;处于受激虚态的分子若是跃迁回到基态(非弹性碰撞),放出能量为 $h(\nu_0 + \nu)$ 的光子(非弹性碰撞),即为反斯托克斯线。这时分子失掉了 $h\nu$ 的能量。如果受激虚态与分子本征态之一相符合,则此时拉曼散射被称为共振拉曼效应。

拉曼散射光谱具有以下明显的特征:第一,拉曼谱线的波数虽然随入射光的波数而不同,但对同一样品,同一拉曼频移与入射光的波长无关,只和样品的振动转动能级有关。第二,在以波数为变量的拉曼光谱图上,斯托克斯线和反斯托克斯线对称地分布在瑞利散射线两侧。第三,一般情况下,斯托克斯线比反斯托克斯线的强度大。另外,通常散射光的强度与入射光波长的四次方成反比($I \propto \lambda^{-4}$),所以用短波长的入射光激发所产生的拉曼散射光比用长波长要强得多。

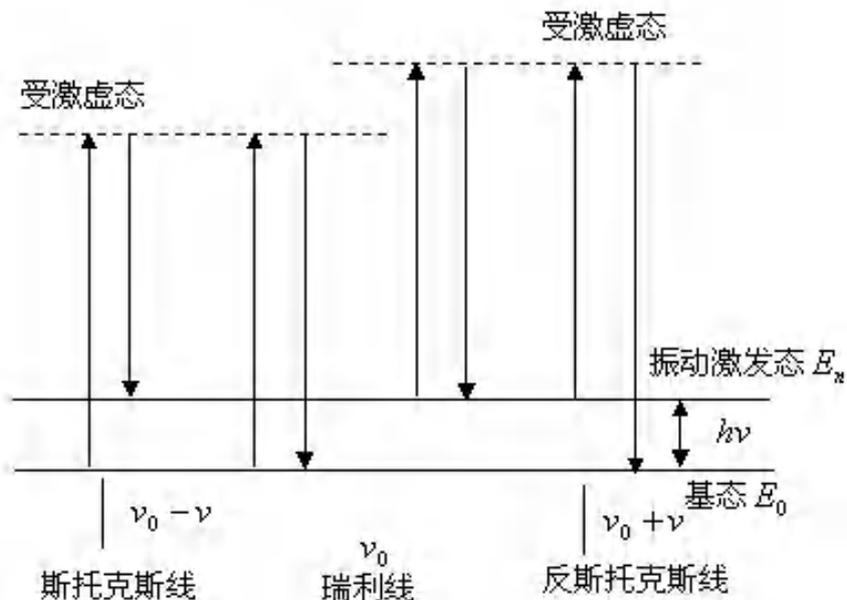


图 1 拉曼散射能级示意图

目前人们已经发展了几种重要的拉曼光谱分析技术。包括单道检测的拉曼光谱分析技术、以 CCD 为代表的多通道探测器用于拉曼光谱的检测仪的分析技术、采用傅立叶变换技术的 FT-Raman 光谱分析技术、共振拉曼光谱分析技术、表面增强拉曼效应分析技术。

本实验中，以四氯化碳的拉曼光谱为例，瑞利线的波数为 $\nu_0 = 18797.0\text{cm}^{-1}$ ($\lambda_0 = 532\text{nm}$)，拉曼线的的波数间隔为 $218,324,459,762,790\text{cm}^{-1}$ 。

三、实验仪器

拉曼荧光光谱仪通常由激光器、外光路、单色仪及检测和记录系统组成。总体结构如图 2 所示。

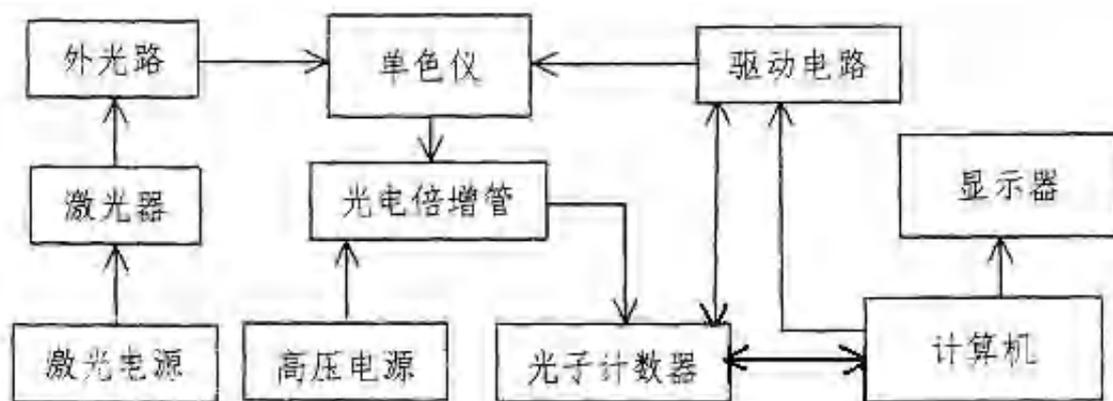


图 2 激光拉曼光谱仪的结构示意图

(一) 激发光源

激发光源通常采用连续波激光器，通常需要满足如下要求：单线输出功率稳定，工作在单横模 TEM00 模，寿命较长。功率通常要 10mW 以上。

(二) 外光路系统

激光器射出的激光束被 M_1 反射后，照射到样品上。为了得到较强的激发光，采用聚光镜 L_1 使激光聚焦，使在样品容器的中央部位形成激光的束腰。为了增强效果，在容器的另一侧放一凹面反射镜 M_2 ，使得样品在该侧的散射光返回，最后由聚光镜 L_2 把散射光会聚到单色仪上。

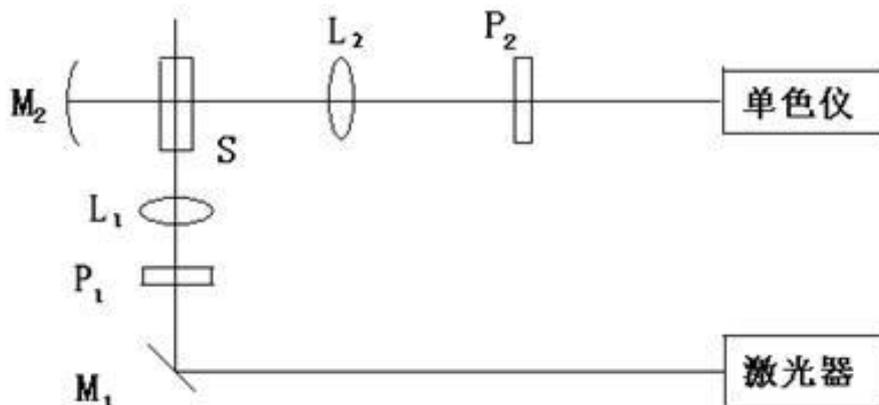


图 3 外光路系统示意图

(三) 单色仪

普通的单光栅单色仪的光学结构如图 4 所示。 S_1 为入射狭缝， M_1 为准直镜， G 为平面衍射光栅，衍射光束经成像物镜 M_2 会聚，平面镜 M_3 反射直接照射到出射狭缝 S_2 上，在 S_2 外侧接光电倍增管 PMT。当 G 转动时，光谱信号通过 PMT 转换成电脉冲，并由光子计数器放大、计数，进入计算机处理，就得到光谱曲线。

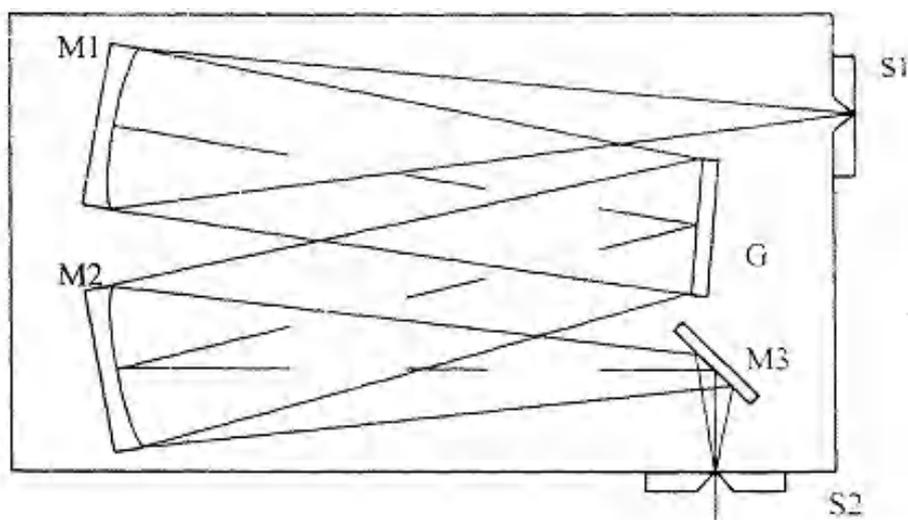


图 4 单色仪光路示意图

(四) 检测和记录系统

光子计数器的工作原理如图 5 所示。光电倍增管输出经前置放大后送入甄别器甄别，然后进入计数器计数，其结果可用数字直接输出至计算机处理；也可以由于数模转换器直接变为模拟量送 x-y 记录仪等仪表。

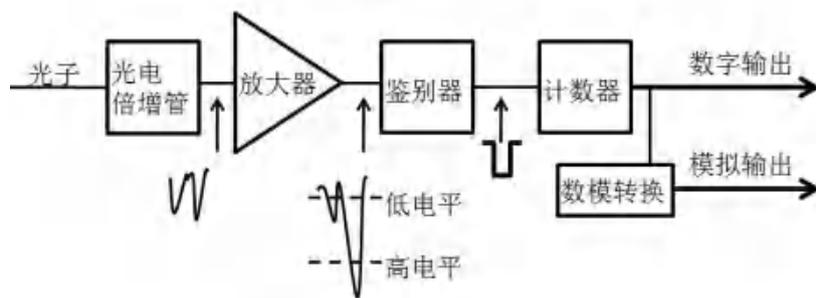


图 5 光子计数器框图

(五) 陷波滤波器

也称陷波滤光片，通常也被称作带阻或者带抑制滤光片。它可以透过绝大多数波长，但是将特定波长范围内（阻带）的光衰减到非常低的水平。基本上，陷波滤光片与带通滤光片相反，带通滤光片提供高的通带透射率，和优异带外抑制特性，从而只透射很小波长范围内的光。

陷波滤波器的作用是滤除比拉曼散射强的瑞利光，进而提高仪器的检出精度，并能有效的保护光电倍增管。本实验中采用的陷波滤波器中心波长为 532nm，半宽度为 20nm。

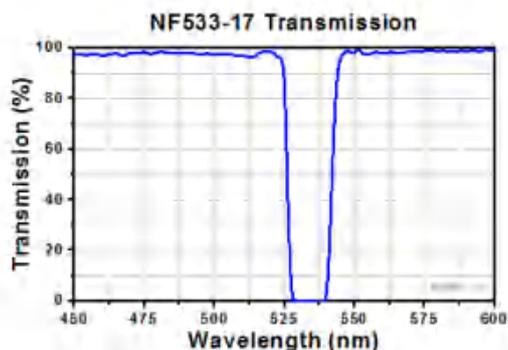


图 6 一款典型的陷波滤波器的光谱透过率

(六) 制冷型 CCD

随着 CCD 技术的不断进步，出现了高性能的科学级制冷 CCD 相机。它能够检测非常微弱的光信号和在微光条件下成像，在天文学、航空航天、生物和医学研究等许多领域获得广泛的应用。从 CCD 芯片到 CCD 驱动电路的设计，科学级 CCD 相机都与普通视频相机具有很大区别。科学级 CCD 芯片要经过严格的检测过程，每一个芯片都根据测量结果进行分级。

四、实验内容

1. 仔细阅读说明书，了解拉曼光谱仪的结构及使用方法。在开启各仪器电源前，先将单色仪的手动波长鼓轮转至样品已知的某一拉曼线的波长上，特别要注意避开激发线(同瑞利线)的波长，因瑞利线的光强比拉曼线大起码 10^6 倍，能损坏光电倍增管。按顺序开启激光器、倍增管的高压电源、光子计数器、函数记录仪等的电源。调好样品照明系统，使拉曼信号达到最强。绘制拉曼光谱图。将单色仪的波长数与它的电子控制器的波长数同步，然后预置扫描的范围，即可开动控制器使单色仪扫描，绘制拉曼光谱图。同时记出峰值波长，算出拉曼频移。

2. 测量四氯化碳的拉曼光谱图。
3. 测量不同浓度乙醇的拉曼光谱图，研究拉曼谱线和乙醇浓度的关系。使用 532nm 激光分别测量体积分数为 1%~100%的乙醇，得到拉曼光谱
4. 测量几种塑料结构的拉曼光谱图。使用 532nm 激光测量聚氯乙烯、聚乙烯和聚苯乙烯的拉曼光谱。

五、实验数据及分析

1. 测量四氯化碳的拉曼光谱

a. 汞灯定标

由于实验仪器并不精确，因此我们使用汞灯进行标定，以保证实验测量的准确性，通过测量，可以得到汞灯的光谱如图 7 所示。

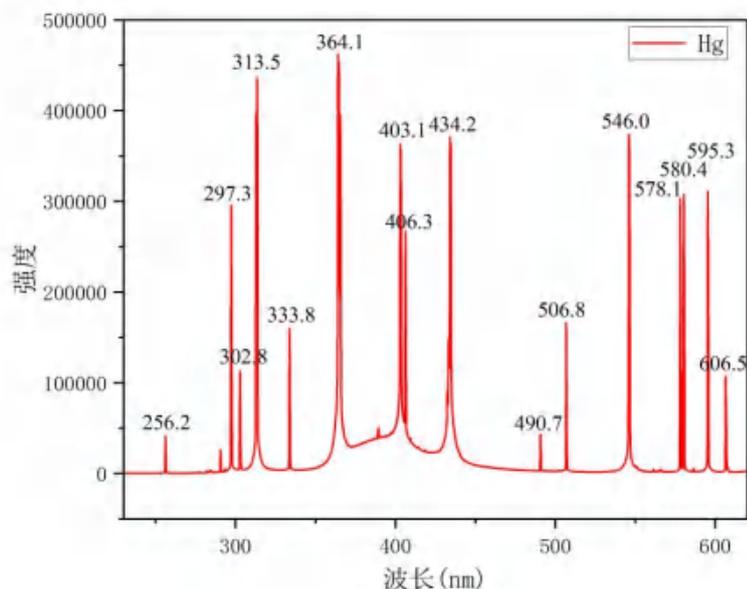


图 7 汞灯发射光谱

分别读取其谱线波长，可得实验结果与标准波长结果如表 1 所示。

表 1 汞灯发射光谱标准波长与实验波长

峰序号	标准波长/nm	实验波长/nm
1	334.148	333.8
2	365.015	364.1
3	404.656	403.1
4	407.78	406.3
5	435.83	434.2
6	491.61	490.7
7	506.65	506.8
8	546.07	546
9	576.96	578.1
10	579.07	580.4
11	594.77	595.3

为保证后面测量数据的准确性，在每次测量时我们可以利用瑞利线进行标定位置，但需要知道波长与步进电机的增长尺度之间的关系，在系统所给的软件中，其自动转换了步进电机位置与波长的关系，我们仅仅对其进行验证，以保证其转换的准确性。利用线性拟合，通过拟合实验值与标准值，可得

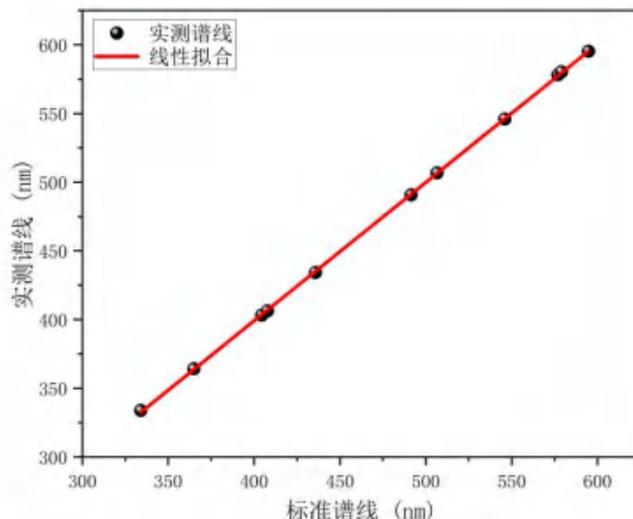


图 8 汞灯发射光谱实验值-标准值的线性拟合

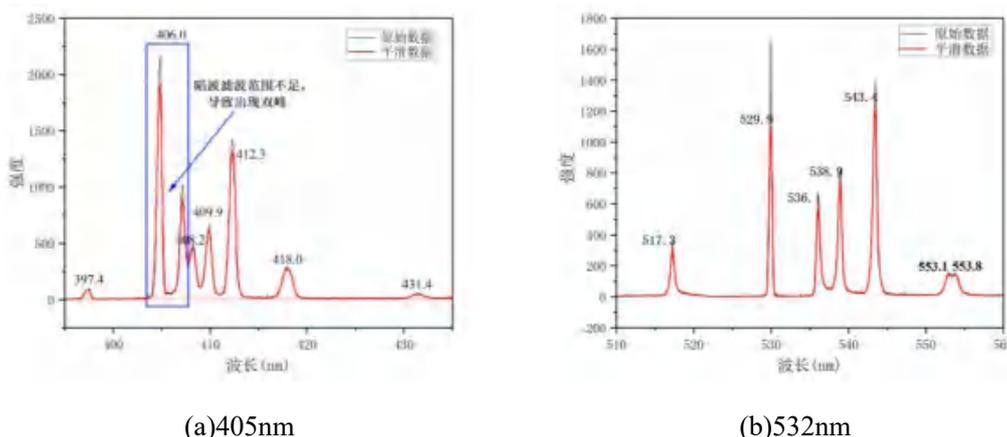
拟合评分 R-Square=0.99994，皮尔逊相关系数=0.99997，可见拟合效果极好，此时标准波长与实验波长之间的关系为

$$\lambda_{measured} = 1.009 \times \lambda_{standard} - 4 \tag{1}$$

在第一次实验结果中，我们均运用此式进行标准值的换算，从而去除仪器误差。

b. 四氯化碳的拉曼光谱

接着，我们测量了四氯化碳在两种激光波长下的拉曼光谱，实验结果如图 9 所示。



(a)405nm

(b)532nm

图 9 CCl₄ 在两种激光波长下的拉曼光谱

可其中灰色数据为原始数据，而红色数据是利用 FFT 滤波进行高频滤波后的谱线，可见此时其使得某些峰值的高度下降了，因为峰值的突变属于一种高频波，但此时峰值的波长并未产生明显变化。

可以看出，由于 405nm 光的陷波滤波器的带宽较小，因此瑞利被分为两个谱线，我们取其中间作为瑞利线的波长。

由于人为选定峰值位置会导致舍入误差的产生，因此我们采用高斯函数进行拟合寻峰的操作，得到各个峰值所对应的波长，其结果如图 10 所示。

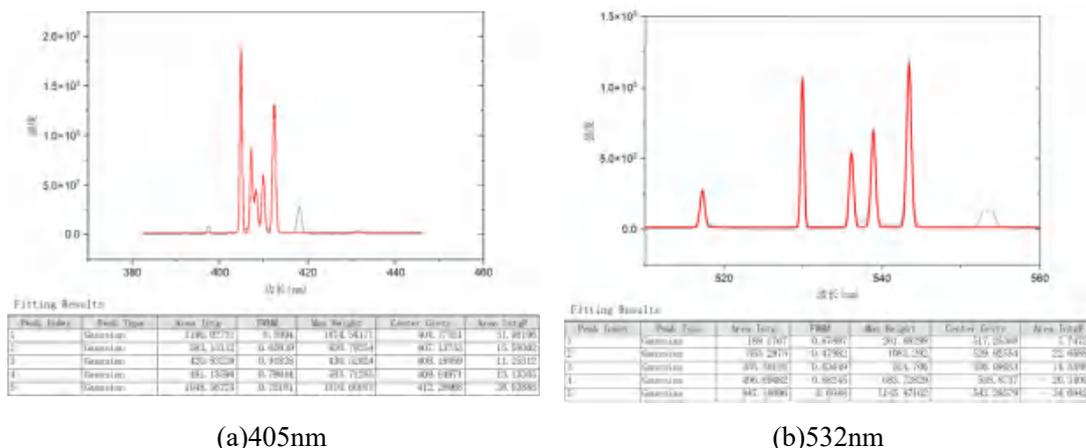


图 10 CCl₄ 在两种激光波长下的拉曼光谱高斯寻峰

图中红色曲线即为高斯寻峰所得的结果，能够直接读取函数峰值从而得到更精确的波长，避免由于测量数据点间隔的限制而产生的误差。

左侧的最小的谱线即为反斯托克斯线，而右侧的四条谱线为斯托克斯线，由四种分子不同的振动方式产生，左侧第二条谱线即为瑞利线，通过读取谱线波长，可得实验结果如表 2 所示。

表 2 CCl₄ 拉曼光谱瑞利线波长

参考波长	修正后波长	相对误差
532nm	529.1nm	-0.5%
405nm	406.3nm	0.3%

可见实验结果与实际值误差并不大，接着我们将所得到的斯托克斯线与反斯托克斯线波长读取并计算其波数差，可得实验结果如表 3 所示。

表 3 CCl₄ 拉曼光谱斯托克斯线波长实验值、理论值与相对误差

峰序号	紫光测得波数差/cm ⁻¹	理论波数差/cm ⁻¹	相对误差/%	绿光测得波数差/cm ⁻¹	理论波数差/cm ⁻¹	相对误差/%
-1	-455.0	-459	-0.87	-456.8	-459	-0.48
1	203.6	218	-6.61	216.9	218	-0.48
2	304.1	324	-6.13	313.3	324	-3.30
3	444.7	459	-3.12	466.1	459	1.54
4	772.0	790	-2.27	800.0	790	1.27

可见测量误差较小，但紫光的误差相对于绿光要大，这也能从其陷波滤波器所产生的双峰效果得出，由于其带宽较大，因此会单色性较差，故会产生更宽的光谱，使得测量误差增大。

经过查阅资料^[9]，CCl₄ 是正四面体结构，四种斯托克斯线代表了分子的四种振动模式，即为：

- (1) 4 个 Cl 原子沿垂直于各自与 C 的连线的方向运动并保持中心不变，两重简并，波

数为 218cm^{-1} 。

(2) 2 个 Cl 原子沿立方体一面的对角线做伸缩运动，另两个在对面做位相相反的运动，也是三重简并，其波数为 324cm^{-1} 。

(3) 4 个 Cl 原子沿各自与 C 的连线同时向外或向内运动(呼吸式)，波数为 459cm^{-1} 。

(4) C 原子平行于正方形的一边运动，4 个 Cl 原子同时平行于该边反向运动。分子重心保持不变，三重简并，但由于振动之间的耦合引起的微扰，使该振动拉曼线分裂成双重线，平均波数为 790cm^{-1} 。

2. 测量不同浓度的乙醇溶液拉曼光谱

a. 测量结果

在此部分，首先我们配了五种乙醇的溶液，分别为 5%、20%、50%、80%、100%，在缝宽为 $150\mu\text{m}$ 的条件下，分别测量了其在 532nm 波长激光下的拉曼光谱，通过去除本底噪声，可以最终画图得到

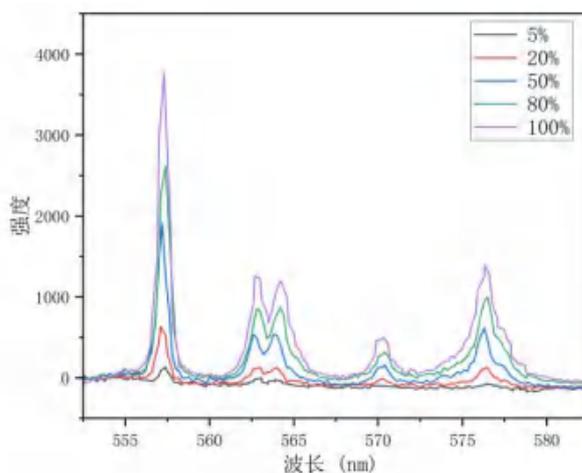


图 11 不同浓度下的乙醇溶液拉曼光谱

经过初步观测，可以发现拉曼光谱强度随着浓度的增大而增大，根据文献的结果^[4]，我们知道，其散射峰值与浓度近似呈正比，故我们后面读取出其峰值强度并分别进行拟合分析。

b. 计算波数差

首先我们验证其发生了拉曼散射，乙醇溶液的拉曼光谱文献测量图如图 12 所示。

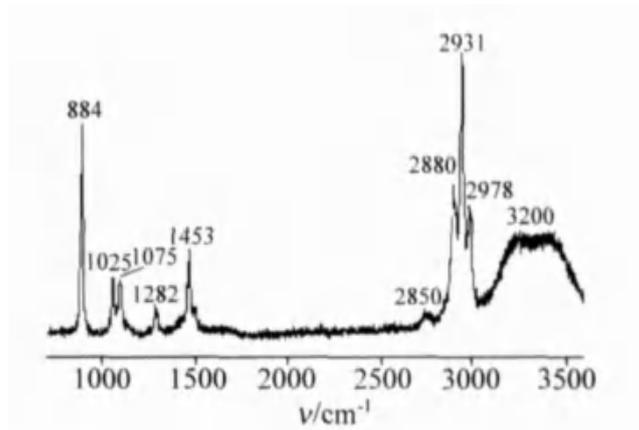


图 12 30%乙醇溶液拉曼光谱图^[4]

可以看出，我们的测量能够很好地展现出拉曼散射，理论上在我们的测量范围内应当由四个峰构成(一个双峰记为一个峰)，其具体产生机制为

- (1) 1453 cm^{-1} 附近的拉曼峰是由于 CH_3 不对称变形产生；
- (2) C-O-H 弯曲振动产生了 1300 cm^{-1} 附近拉曼特征峰；
- (3) C-C-O 面外伸缩产生了 1000~1100 cm^{-1} 附近拉曼特征双峰；
- (4) C-C-O 面内伸缩产生了 884 cm^{-1} 附近拉曼特征双峰。

我们将实验结果的峰值波长读取并计算波数差，可得

表 4 不同浓度乙醇拉曼光谱的峰值波长以及波数差

浓度/%	瑞利线波长/nm	序号	峰值波长/nm	修正波长/nm	波数差/ cm^{-1}
5%	530.9	1	557.4	558.5	892
		2	562.7	563.8	1060
		3	563.9	565.0	1098
		4	570.3	571.4	1296
		5	576.4	577.5	1481
20%	530.8	1	557.1	558.3	885
		2	562.8	564.0	1066
		3	564.0	565.2	1104
		4	570.3	571.5	1299
		5	576.5	577.7	1487
50%	530.6	1	557.2	558.6	895
		2	562.6	564.0	1066
		3	564.0	565.4	1110
		4	570.4	571.8	1308
		5	576.3	577.7	1487
80%	530.8	1	557.4	558.6	895
		2	562.8	564.0	1066
		3	564.2	565.4	1110
		4	570.4	571.6	1302
		5	576.5	577.7	1487
100%	530.7	1	557.3	558.6	895
		2	562.7	564.0	1066
		3	564.2	565.5	1114
		4	570.3	571.6	1302
		5	576.3	577.6	1484

则可计算各个峰值序号的波数差平均值，结果如表 5 所示。

表 5 乙醇拉曼光谱的峰值波数差平均值

峰值序号	波数差平均值	理论值
1	893	884 附近
2	1065	1000~1100
3	1107	1000~1100
4	1302	1300 附近
5	1485	1453 附近

可见，其均在理论值附近，误差可能是由于测量标定不精确，或者测量的间隔过大导致峰值并不是精确地位于某个数据点而是在数据点之间等导致的。

但在一定误差的范围内，可以看出实验效果较好，能够得出与理论十分近似的结果，证明了乙醇拉曼光谱测量结果的可信性。

c. 浓度影响

通过减除其本底噪声，读取各个浓度下的峰值强度，利用最左侧的高峰(波数差为 884cm^{-1} 附近)，可得结果如表 6 所示。

表 6 不同浓度乙醇拉曼光谱的峰值

浓度/%	峰值
5%	133
20%	632
50%	1907
80%	2614
100%	3764

理论上峰值强度与浓度呈正比，利用 Origin 进行线性拟合，可得

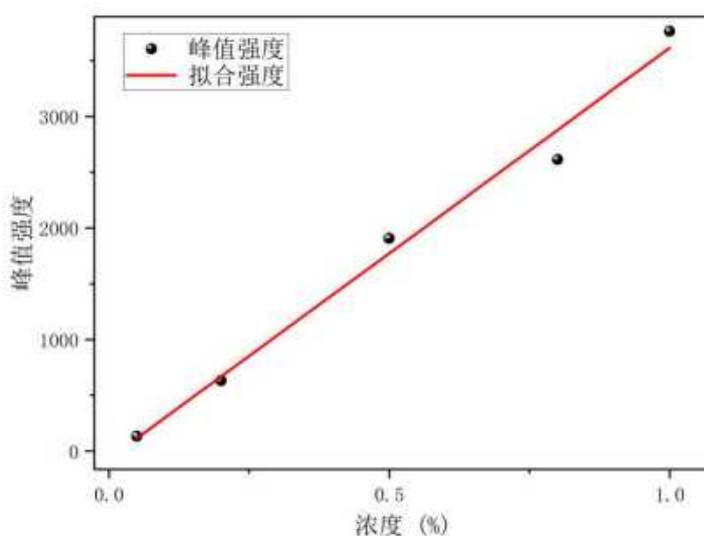


图 13 乙醇溶液拉曼光谱峰值与浓度的拟合结果

可得拟合结果为

表 7 线性拟合结果

参数名称	参数值	标准差
截距	-67.2	150.8
斜率	3680	243
皮尔逊相关系数 Pearson's r	0.99355	
拟合评分 R-Square	0.98714	

可见，其拟合评分较高，皮尔逊相关系数也较高，说明理论成立，浓度与拉曼散射峰值强度成正比。

d. 计算二锅头的浓度

利用先前的拟合，可以知道第一个峰值附近的强度与浓度的关系可以近似写为

$$I = 3680n - 67.2 \tag{2}$$

式中 n 为溶液浓度。

我们测量二锅头得到消除周边本底噪声的第一个峰值大小为 2119.2，带入上式并反解出 n 可知

$$n = 57.6\% \tag{3}$$

实验种使用的二锅头如图 14 所示。



图 14 二锅头标签图

可见其理论值为 56%，测量值偏大，相对误差为

$$e = 2.86\% \tag{4}$$

但这是与酒精挥发的结果相反的，说明拟合曲线并非完全精确，事实上这也是无可避免的，因为实验中由人操作的部分过多，导致实验测量会出现一定的偏差。

由于实验结果与 50%浓度的酒精相近，我们将二者绘图在一起，可得

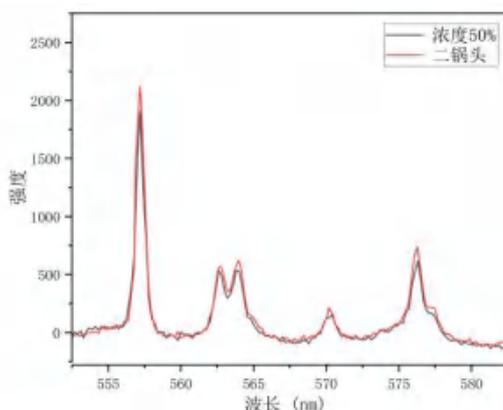


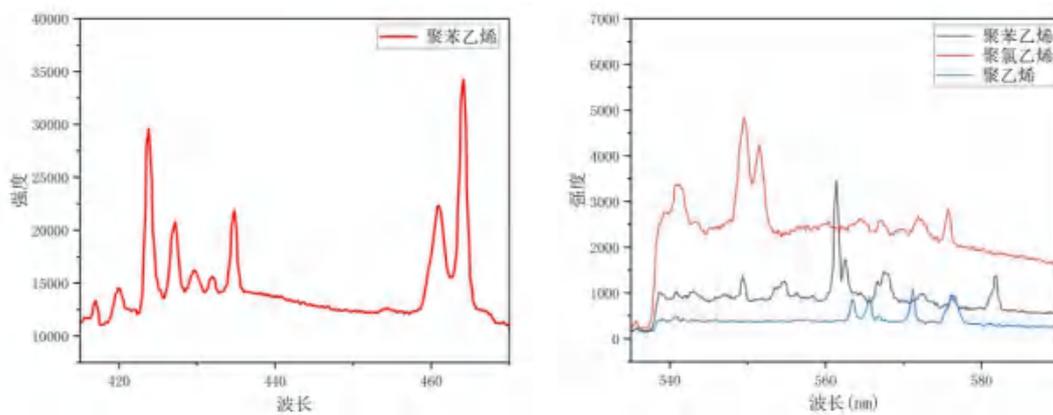
图 15 二锅头与 50%浓度乙醇溶液的拉曼光谱对比图

可见二锅头的强度比 50%浓度乙醇溶液略高，与理论结果一致。

3. 测量塑料结构的拉曼光谱

我们利用 532nm 激光测量了聚乙烯、聚苯乙烯和聚氯乙烯的拉曼光谱，以及用 405nm

激光测量了聚苯乙烯的拉曼光谱，实验结果如图 16 所示



(a)405nm

(b)532nm

图 16 多种塑料材质在两种激光波长下的拉曼光谱

图中均未展示瑞利线，因为其强度过大，导致斯托克斯线并不明显。同时，我们读取各个斯托克斯线与瑞利线的波长，并转换为波数差，与文献进行对比，并且将结果进行绘图，可得 532nm 的实验结果与参考值为

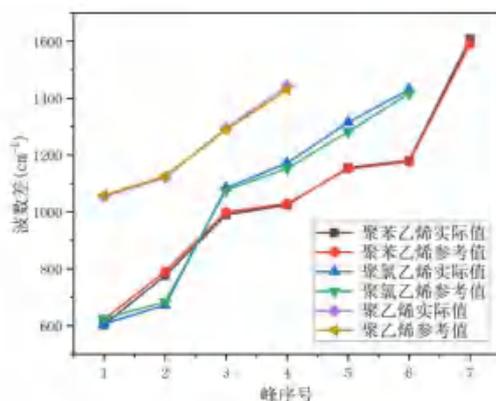


图 17 多种塑料材质在 532nm 激光下的拉曼频移

可见实验结果与参考值基本完全一致。同时，对聚苯乙烯我们利用 405nm 激光测量了其更远的散射双峰，但此时由于激光的单色性较差，因此在 532nm 处的第三四级双峰和第五六级双峰合并成了单峰，同样与标准值进行对比可得

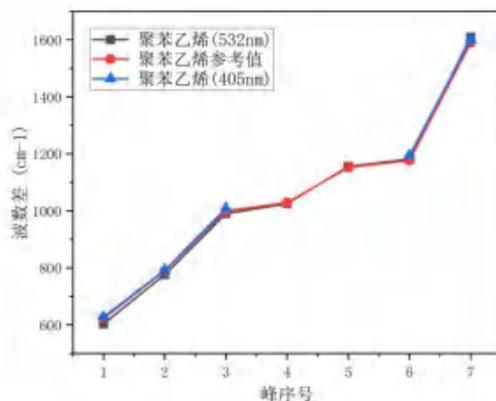


图 18 聚苯乙烯的拉曼频移

蓝色线为 405nm 激光下的结果，其中少两个数据点是由于双峰的合并。同时我们将聚苯乙烯的实验结果与标准结果进行对比，结果如图 19 所示。

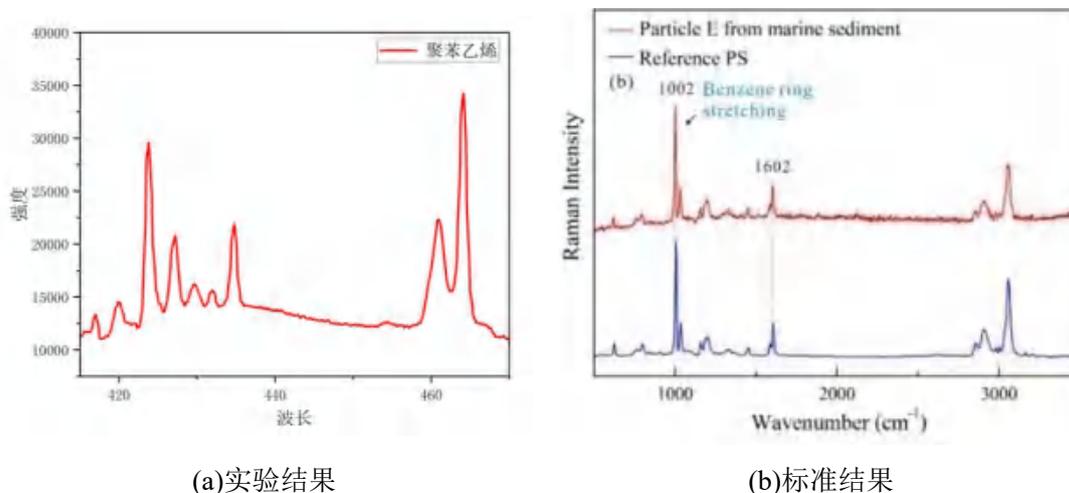


图 19 聚苯乙烯的拉曼光谱

可见，两者结果基本一致，右侧的双峰也很明显，只是部分双峰合并成了单峰，但总体结果一致。

六、实验总结与思考

误差分析：

(1)数据点测量存在间隔，产生舍入误差。在测量中可以发现，峰值并非为完全的尖峰，由于两个测量数据点之间存在间隔，因此峰值点不一定恰好位于测量点上，因此选定不同的峰值波长会产生误差，在第一部分中我们使用了高斯函数进行拟合寻峰，能够避免一定的误差。

(2)仪器标定存在误差，在测量中，我们利用汞灯进行了标定，能够看出虽然测量值和标准值之间拟合优度极高，但二者仍然有一个函数关系，因此实验仪器标定并不精确，测量中我们利用拟合曲线进行了仪器误差的消除，但不能保证其并不存在。

(3)在乙醇溶液测量部分，实验中需要人为配不同体积比的溶液，而此时使用的仪器是量筒，因为需要人为判断液面的凹面与刻度线重合，且量筒内部会有液体残留，故误差会较大，并且乙醇的挥发性也会导致溶液浓度发生变化，无法保证溶液的体积浓度是精确的。

实验总结：

在本次实验中，我们首先利用汞灯进行了仪器标定，从而去尽可能除了仪器所产生的误差；然后测量了 CCl_4 的拉曼光谱，计算了 405nm 与 532nm 激光入射条件下的拉曼光谱各个谱线的波数差，并与标准值进行了对比，误差较小；并且我们查阅文献并给出了四种斯托克斯线的产生机制。

接着，我们测量了体积浓度为 5%、20%、50%、80%、100% 的乙醇溶液拉曼光谱。首先计算了各个斯托克斯线的波数差，并与理论进行了对比，发现与理论基本一致，然后讨论了峰值强度与浓度之间的关系，线性拟合了峰值强度与溶液浓度，拟合评分 $R\text{-Square}=0.98714$ ，皮尔逊相关系数 $r=0.99355$ ，可见其线性度极高，二者呈线性关系。

并且我们利用浓度拟合测量了二锅头的浓度，测量值为 57.6%，而理论值为 56%，相对误差为 2.86%，可见误差较小，能够实现酒精溶液浓度的测量。

最后我们测量了多种塑料在 532nm 激光下的拉曼光谱，以及聚苯乙烯在 405nm 下的拉曼光谱，对比了实验值与标准值，二者基本一致，实验结果较为精确。

总的来说，在本次实验中，我们首先测量了 CCl_4 的拉曼光谱，然后测量了不同浓度乙醇溶液的拉曼光谱，讨论了其与浓度之间的关系，并测量了二锅头的酒精浓度，最后测量了多种塑料的拉曼光谱，实验结果与标准值基本一致，预测结果也十分精准，实验较为成功。

[思考题]

1. 拉曼光谱有哪些特点？从光谱上如何判别各谱线？

特点：

(1)非接触性：拉曼光谱不需要样品的破坏性处理即可实现样品的测量，保持样品的完整性和可重复性。

(2)高准确性：拉曼光谱对不同化学物质和分子结构具有较高的准确性，对不同的物质能够提供详细的化学和结构信息，是因为不同的分子或化合物在拉曼光谱中表现出独特的光谱特征，使得它们可以被准确地区分和鉴定。

(3)高灵敏度：拉曼散射强度通常比起始激发光的强度要小得多，但利用一些陷波滤光片等光学器件即可检测到微弱的拉曼散射信号，测量十分灵敏，能够实现准确的测量。

(4)丰富的信息：拉曼光谱提供了关于样品的分子结构、键的特性和分子振动模式的信息，通过分析拉曼频移和强度，可以得到样品分子构型、晶格振动信息等。

(5)只与材料有关：拉曼谱线的波数虽然随入射光的波数而不同，但对同一样品，同一拉曼频移与入射光的波长无关，只和样品的振动转动能级有关。

(6)在以波数为变量的拉曼光谱图上，斯托克斯线和反斯托克斯线对称地分布在瑞利散射两侧。第三，一般情况下，斯托克斯线比反斯托克斯线的强度大。

判别拉曼光谱谱线的主要方法包括以下几个方面：

(1)频率(波长)：拉曼散射光的频率与激发光的频率之间一般有着明确的差异。观察拉曼光谱图中的不同频率谱线可以对不同的化合物进行初步的区分。

(2)强度：不同谱线的强度反映了样品中不同化学键的存在和相对含量。根据拉曼谱线的强度，可以对样品的组成和分子结构进行分析。

(3)峰形和峰宽：不同的峰形和峰宽度可以指示分子的对称性、溶剂效应以及晶格振动等。

(4)谱图分析：通过利用计算机等进行谱图分析可以提取更多的分子特征和结构信息。

2. 怎样利用玻尔兹曼分布律来解释斯托克斯线与反斯托克斯线强度的不同？

由于在常温下，处于基态的分子数占绝大多数，处于激发态的分子数较少，是基态分子数 $\exp(-h\nu/kT)$ 倍， $h\nu$ 是能级差值，其中 k 是玻尔兹曼常数， T 是温度。

而斯托克斯线是基态的分子吸收一定的能量，跃迁到受激虚态，此时分子并不稳定，可能跃迁至激发态并放出频率比激光频率小的光子；而反斯托克斯线是由于激发态的分子吸收外界光子，跃迁至受激虚态，并跃迁至基态而放出的频率比激光频率大的光子。

而基态分子数较多，因此反斯托克斯线的强度比斯托克斯线弱得多，是斯托克斯线的 $\exp(-h\nu/kT)$ 倍。

3. 怎样用入射光子与散射介质分子的碰撞、能级跃迁的量子理论说明斯托克斯线与反斯托克斯线的频率相对瑞利线对称分布的现象。

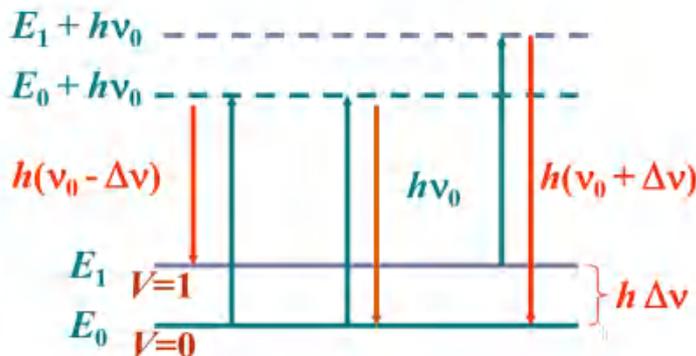


图1 拉曼散射示意图

我们在第二题中对两者的产生进行了叙述，在此进行重述并补充一些计算。

斯托克斯线是基态的分子吸收一定的能量，跃迁到受激虚态，此时分子并不稳定，可能跃迁至激发态并放出频率比激光频率小的光子，即 $\nu = \nu_0 - \Delta\nu$ 。

反斯托克斯线是由于激发态的分子吸收外界光子，跃迁至受激虚态，并跃迁至基态而放出的频率比激光频率大的光子， $\nu = \nu_0 + \Delta\nu$ 。

两者均有可能从受激虚态重新跃迁至原本的能级发出瑞利线，频率为激光频率 $\nu = \nu_0$ 。

综上所述，对于任意能级，其均能够对应发出两种谱线 $\nu = \nu_0 \pm \Delta\nu$ ，即斯托克斯线与反斯托克斯线，关于瑞利线 $\nu = \nu_0$ 对称。

4. 怎样计算(在实验中)四氯化碳 CCl_4 的拉曼频移，检测出多条拉曼光谱线的原因是什么？

实际上我们已经在实验中进行过分析，并计算，在此进行大致阐述。

对于拉曼频移，首先利用拉曼光谱中的最高峰读取瑞利线波长，然后读取斯托克斯线与反斯托克斯线的波长，将其转化为波数，并与瑞利线的波数作差，从而得到波数差，即反映了拉曼频移的程度。

测量出多个谱线的原因即为 CCl_4 分子的不同振动模式，其具有四种振动模式，且波数差最高的模式会在耦合下出现谱线的分裂：(参考文献[9])

(1) 4 个 Cl 原子沿垂直于各自与 C 的连线的方向运动并保持中心不变，两重简并，波数为 218cm^{-1} 。

(2) 2 个 Cl 原子沿立方体一面的对角线做伸缩运动，另两个在对面做位相相反的运动，也是三重简并，其波数为 324cm^{-1} 。

(3) 4 个 Cl 原子沿各自与 C 的连线同时向外或向内运动(呼吸式)，波数为 459cm^{-1} 。

(4) C 原子平行于正方形的一边运动，4 个 Cl 原子同时平行于该边反向运动。分子重心保持不变，三重简并，但由于振动之间的耦合引起的微扰，使该振动拉曼线分裂成双重线，平均波数为 790cm^{-1} 。

5. 谈谈拉曼光谱的应用范围和发展前景。

应用范围：

(1) 化学和材料科学领域：拉曼光谱可以用于化学物质和材料的结构分析和鉴定。可以

提供有关分子的化学成分、分子结构、键合信息以及晶体结构等方面的信息。它在材料科学、药物研发、聚合物研究等领域中被广泛应用。(参考文献[2][3])

(2)生命科学领域：拉曼光谱在生命科学领域中具有广泛的应用。可以用于生物分子的结构与功能的研究，如蛋白质、核酸、细胞等。此外，它还可以应用于生物体内药物的追踪、代谢组学、疾病诊断等方面。(参考文献[1][5])

(3)食品监测：拉曼光谱可用于食品安全的检测和分析。例如农药残留、食品生产成分检测等，由于其非接触测量特性使得其得到广泛应用。(参考文献[6][7][8])

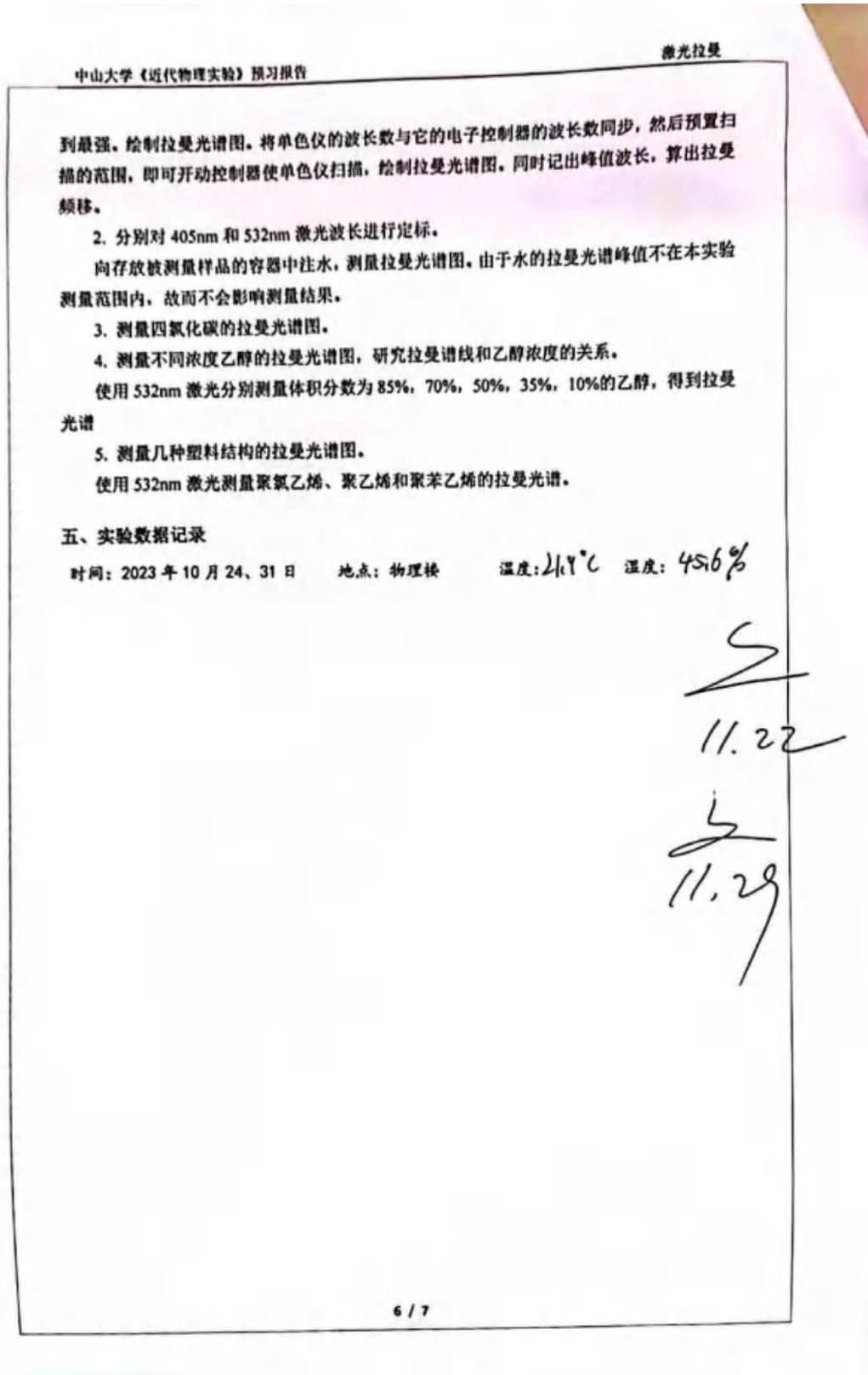
发展前景：

拉曼光谱已经在许多领域有了较好的应用，在各个领域的技术也在不断发展，在不断提升灵敏度、分辨率以及精确性，如今，表面增强拉曼技术以及与机器学习等计算机的结合使得其发展迅速，将在多领域继续发展。

[参考文献]

- [1] 周文,陈新,邵正中.红外和拉曼光谱用于对丝蛋白构象的研究[J].化学进展,2006,(11):1514-1522.
- [2] 田国辉,陈亚杰,冯清茂.拉曼光谱的发展及应用[J].化学工程师,2008,(01):34-36.
- [3] 吴娟霞,徐华,张锦.拉曼光谱在石墨烯结构表征中的应用[J].化学学报,2014,72(03):301-318.
- [4] 刘文涵,杨未,吴小琼等.激光拉曼光谱内标法直接测定乙醇浓度[J].分析化学,2007,(03):416-418.
- [5] 韩敏义.肌原纤维蛋白结构与热诱导凝胶功能特性关系研究[D].南京农业大学,2009.
- [6] 孙为正.广式腊肠加工过程中脂质水解、蛋白质降解及风味成分变化研究[D].华南理工大学,2011.
- [7] 周小芳,方炎,张鹏翔.水果表面残留农药的拉曼光谱研究[J].光散射学报,2004,(01):11-14.
- [8] 李晓婷,王纪华,朱大洲等.果蔬农药残留快速检测方法研究进展[J].农业工程学报,2011,27(S2):363-370.
- [9] 陆培民.CCl₄的激光拉曼光谱研究[J].物理与工程,2009,19(06):31-35.

[原始数据及签名]



《近代物理实验》课程实验报告

学院：物理学院

专业：物理学

年级：2021 级

实验人姓名（学号）：路尚润（21305127）

合作人姓名（学号）：巩元昊（21305179）

2023 年 12 月 20、27 日 下午

塞曼效应 实验报告

一、实验目的

- 1、掌握塞曼效应理论，测定电子的荷质比，确定能级的量子数和朗德因子，绘出跃迁的能级图；
- 2、掌握法布里—珀罗标准具的原理和使用；
- 3、观察塞曼效应现象，把实验结果和理论结果进行比较；
- 4、学会使用 CCD 和计算机获取实验图像和数据的方法。

二、实验原理

1. 引言

塞曼效应是由德国物理学家约瑟夫·塞曼在 1896 年首次观察到的，当时他对铷原子发射的光进行了精密的测量，并发现光谱线在外磁场的作用下发生了分裂。这一现象揭示了原子内部结构的微妙性质，为后来的原子理论提供了有力的实验证据。塞曼效应的具体应用涉及多个领域，主要与光谱学^[1]、磁共振^[2]和材料科学^{[3][4]}等相关。

在本次实验中，我们首先测量了亥姆霍兹线圈的电流与磁场特性，接着观测了汞灯的反常塞曼效应和正常塞曼效应，测量了比荷以及劈裂宽度，完整地探究了塞曼效应的现象，验证了理论的准确性。

2. 原子的总磁矩与总动量矩的关系

在原子中电子，由于绕原子核的轨道转动与自身自旋具有两种互拟角动量与磁矩：

$$\mu_L = \frac{e}{2m} P_L \quad P_L = \sqrt{L(L+1)} \frac{h}{2\pi} \text{ [轨道]} \quad (1)$$

$$\mu_S = \frac{e}{m} P_S \quad P_S = \sqrt{S(S+1)} \frac{h}{2\pi} \text{ [自旋]} \quad (2)$$

而对于原子核磁矩过小，我们认为原子具有的磁矩皆来自电子运动，且由原子总角动量与磁矩为零，我们只对原子最外层价电子的运动量进行累加。由于自旋的磁矩与角动量比值为轨道量的两倍，故合成的磁矩 μ 与总角动量 P_j 不在同一方向，仅有在 P_j 的投影量 μ_j 对外效果不为零，称为总磁矩。做矢量叠加有：

$$\mu_J = g \frac{e}{2m} P_J \quad \text{其中 } g = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} \quad (3)$$

外加磁场下，原子总磁矩 μ_J 受外场有力矩引起总角动量 P_J 的进动，有外场引起力矩及附加能量改变有：

$$M = \mu_J \times B \quad (4)$$

$$\Delta E = -\mu_J B \cos\alpha = g \frac{e}{2m} P_J B \cos\beta \quad \text{其中 } \alpha, \beta \text{ 为 } P_J, \mu_J \text{ 与外场方向夹角} \quad (5)$$

由于磁矩 μ_J 在磁场方向取向的量子化，等价于 P_J 在磁场方向分量的量子化，有 P_J 分量只能是 $\frac{h}{2\pi}$ 的整数倍，故亦有附加能量改变对应能级劈裂为与 B 和 g 有关的 $2J+1$ 个子能级：

$$P_J \cos\beta = M \frac{h}{2\pi} \quad (6)$$

$$\Delta E = Mg \frac{eh}{4\pi m} B \quad \text{其中 } M = J, J-1, \dots, 0, \dots, -J+1, J \quad (7)$$

2. 塞曼效应：选择定则与跃迁观察

对于外场作用下的两单能级分别劈裂为 $(2J_2 + 1)$ 和 $(2J_1 + 1)$ ，跃迁产生新谱线：

$$\Delta\nu = \nu' - \nu = \frac{1}{h}(\Delta E_2 - \Delta E_1) = (M_2 g_2 - M_1 g_1) \frac{e}{4\pi m} B \quad (8)$$

或以波数差表示为：

$$\Delta\tilde{\nu} = (M_2 g_2 - M_1 g_1) \frac{e}{4\pi mc} B \quad \text{其中 } \tilde{L} = \frac{e}{4\pi mc} B \quad (9)$$

能级跃迁发光需要满足如下的选择定则：

- (1) 仅在 $\Delta L = \pm 1$ 及 $\Delta M = 0, \pm 1$ 的两能级间能发生能级跃迁
- (2) 在 $\Delta M = 0$ 的跃迁中垂直磁场观察才有，光振动方向平行磁场，称 π 线
- (3) 在 $\Delta M = \pm 1$ 的跃迁中，光振动方向垂直磁场，分别有以磁场方向为正向的右/左旋圆偏振光。在平行的顺/逆磁方向所观察到的偏振光偏振向即正交相位差相反，在垂直磁场观察方向时有称 σ 线

对于原子单重态之间的跃迁，由于 S_1 和 S_2 皆为零，有上下能级均等间隔分裂，有谱线分立为三条，相邻谱线波数差正好为一个洛伦兹单位 \tilde{L} ，仅适用于没有价电子自旋的理想态，称“正常塞曼效应”。

而对于原子多重态跃迁， S_1 和 S_2 互不等不为零，上下能级分立间隔数目皆不等，谱线分裂为多条，波数裂距为洛伦兹单位 \tilde{L} 的简单分数倍，适用于考虑价电子自旋的一般态，称“反常塞曼效应”。在强磁场下，自旋轨道耦合被破坏，谱线总是分裂为三条，有反常塞曼效应向正常塞曼效应趋近的帕邢-巴克效应。

观察塞曼效应时谱线对应的塞曼分裂数量级在几个洛伦兹单位内，故需要高分辨的法布里-珀罗 (F-P) 标准具进行光谱的分辨。

3. 法布里-珀罗 (F-P) 标准具

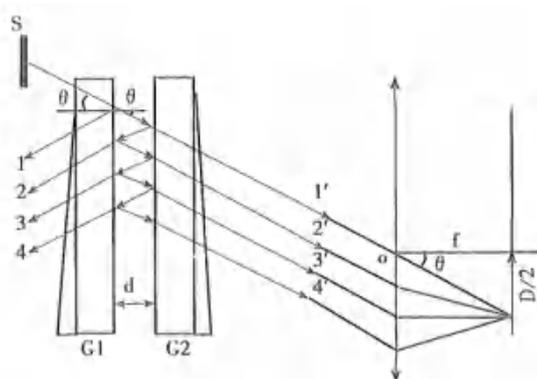


图 1 F-P 标准具内部光路

F-P 标准具的核心元件是表面镀有反射率高于 90% 的两块平面玻璃板，并夹有膨胀系数极小的间隔环以保证精确的平行间隔。入射光束在板间完成多次折反射，形成一系列平行且相邻光程差 Δl 固定的出射束经透镜汇聚于平面产生一序等倾干涉极圆环：

$$\Delta l = 2nd\cos\theta = N\lambda \quad [\text{极大值}] \quad (10)$$

$$\Delta l' = 2nd\cos\theta' = \left(N + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad [\text{极小值}] \quad (11)$$

不同的干涉序 N 对应不同入射角 θ ，干涉圆环为一组同心圆环。

对于 F-P 仪器关于入射光波长分辨的性能参数有如下：

(1) 自由光谱范围 $\Delta\lambda_F$ ：

有 $\lambda_2 > \lambda_1$ 对应 $\theta_1 > \theta_2$ 。若 λ_1 的 N 序与 λ_2 的 $N-1$ 序刚好重叠，则刚好满足关系：

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda_F = \frac{\lambda^2}{2d} \quad (12)$$

$\Delta\lambda_F$ 即为自由光谱范围，表整理使两套条纹不错序的最大光谱差，一般十分狭窄。

(2) 精细度 F ：

精细度是相邻两干涉序条纹间能被分辨的干涉条纹最大数目：

$$F = \frac{\Delta\lambda_F}{\delta\lambda} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (13)$$

有 $\delta\lambda$ 为能分辨的最小波长差，而 F 仅依赖于反射率，随其增大为增大。

(3) 谱线波长差公式：

将入射角-条纹直径关系联立干涉条纹位置-入射角关系有：

$$2d \left[1 - \frac{D^2}{8f^2} \right] = N\lambda \quad \text{即有序 } N \text{ 与条纹直径平方 } D^2 \text{ 的线性关系} \quad (14)$$

对同波长相邻序的条纹直径平方差表示为：

$$\Delta D^2 = D_{N-1}^2 - D_N^2 = \frac{4f^2\lambda}{d} \quad \text{有 } \Delta D^2 \text{ 与 } N \text{ 无关而为常数，可用此判断装置调节到位} \quad (15)$$

而不同波长同时产生两套的同序条纹，有波长差可表示为：

$$\lambda_a - \lambda_b = \frac{\lambda(D_b^2 - D_a^2)}{N(D_{N-1}^2 - D_N^2)} \quad \text{其中 } \lambda_a > \lambda_b \quad (16)$$

直接用极大序的中心条纹代替干涉序列 N 而有对关系：

$$\Delta\lambda = \lambda_a - \lambda_b = \frac{\lambda^2(D_b^2 - D_a^2)}{2d(D_{N-1}^2 - D_N^2)} \quad \text{其中有 } D_{a/b} = D_N \quad (17)$$

$$\frac{e}{m} = \begin{cases} \frac{2\pi c}{dB(g_2 - g_1)} \frac{(D_b^2 - D_a^2)}{(D_{N-1}^2 - D_N^2)} & \text{反常塞曼效应} \\ \frac{2\pi c}{dB} \frac{(D_b^2 - D_a^2)}{(D_{N-1}^2 - D_N^2)} & \text{正常塞曼效应} \end{cases} \quad (18)$$

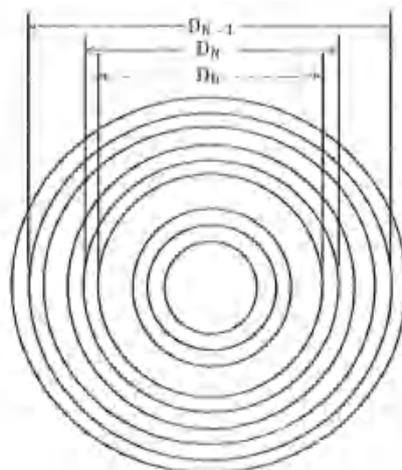


图2 塞曼能级分裂干涉环（此时有 \$D_N=D_A\$，\$D_A\$ 与 \$D_B\$ 满足最大分辨波长差下的同序）
 在本实验中，我们使用 CCD 采集标准具在不同磁场强度下的干涉花样，并传送电脑。

三、实验仪器

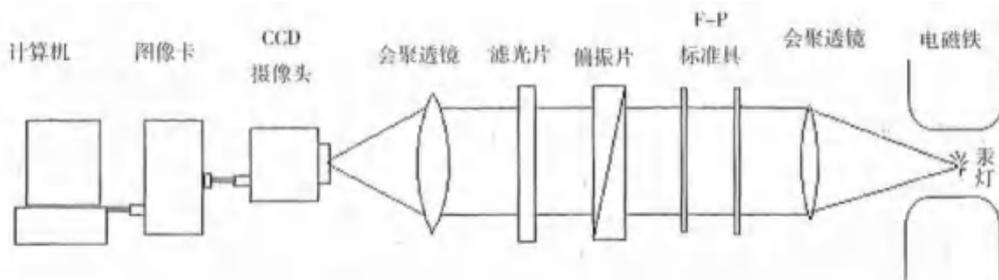


图3 实验装置示意图

研究塞曼效应的实验装置如图 6 所示。在本实验中，在电磁铁的两极之间放上一支笔型汞灯，\$N-S\$ 为电磁铁的磁极，电磁铁用直流稳压电源供电，电流与磁场的关系可用特斯拉计进行测量。会聚透镜用于使通过标准具的光增强。偏振片在垂直磁场方向观察时用以鉴别 \$\pi\$ 成分和 \$\sigma\$ 成分。在沿磁场方向观察时，用以鉴别左圆偏振和右圆偏振光。干涉滤光片将所观察的波长选择为 \$546.1nm\$。\$CCD\$ 作为光探测器。由于线阵 \$CCD\$ 比面阵 \$CCD\$ 具有高得多的分辨率，所以，本实验采用线阵 \$CCD\$ 采集 \$F-P\$ 标准具的干涉花样，传送到计算机上，实验者可使用专用的图像处理软件读取实验数据。

四、实验内容

- (1) 理论分析汞灯 \$546.1nm\$ (\$S_1^3 - P_2^3\$) 谱线的塞曼效应，有能级图如下：

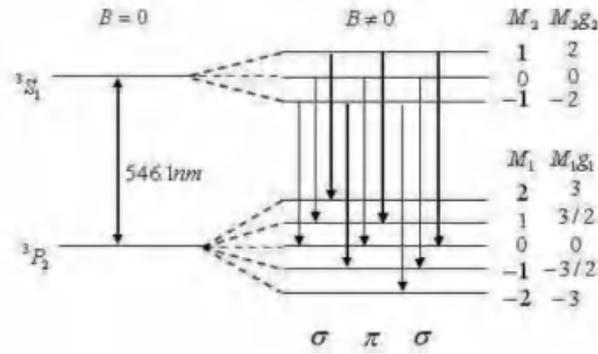


图 4 汞灯 ($S_1^3 - P_2^3$) 的跃迁谱线

故能观察到右/左旋 σ 光各三种, π 光三种, 共九种满足跃迁规则的谱线可见。

(2) 调整各部件至同轴。调节各取向螺栓, 至圆环在不同角度观察下仅有随圆心移动, 而无冒出与吞进。

(3) 反复调节测量望远镜, 直至目镜中干涉条纹细而尖锐。

(4) 开启直流稳压源至 3-4A, 用偏振片检测各分裂能级间跃迁谱线的偏振成分。

(5) 拿开望远镜, 推拉镜头至多个细锐干涉条纹在监视器上可见。

(6) 任取 2 个电流值对应不同外加磁场, 通过同序条纹间隔测量谱线分裂的波长差。重复五次以计算电子荷质比 e/m , 与推荐值 $1.75881962 \times 10^{11} \text{C/kg}$ 比较, 分析误差。

(7) 用特斯拉计测量中心磁场强度, 将霍尔探头平面平行磁极面移入待测磁场。转动探头过程中读出示数极大即为中心磁场强度值。

五、实验数据及分析

1. 汞灯 546.07nm ($S_1^3 - P_2^3$) 谱线的塞曼效应

根据计算, 汞灯的 546.07nm ($S_1^3 - P_2^3$) 谱线的塞曼效应分裂示意图如图 5 所示。

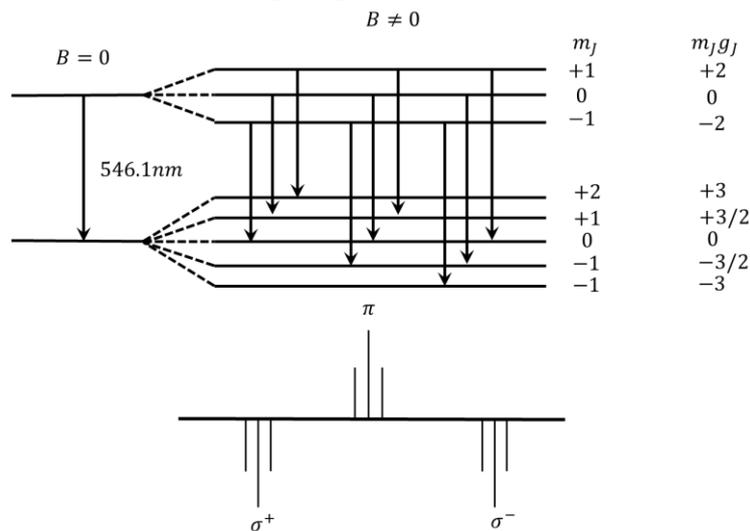


图 5 汞灯 546.1nm($S_1^3 - P_2^3$)谱线的塞曼分裂效应

2. 激励磁场的标定

在实验中, 由于电流饱和, 亥姆霍兹线圈的磁场与电流并非完全线性关系, 因此我们首先测量了其量程内的磁场与电流的关系, 结果如表 1 所示

表 1 磁场与电流的激励关系

I/A	B/mT	I/A	B/mT
0.0	7	2.6	862
0.2	63	2.8	918
0.4	125	3.0	989
0.6	199	3.2	1025
0.8	261	3.4	1063
1.0	350	3.6	1103
1.2	404	3.8	1139
1.4	474	4	1173
1.6	543	4.2	1203
1.8	611	4.4	1231
2.0	677	4.6	1263
2.2	741	4.8	1283
2.4	803	5.0	1305

电流较低时磁场与电流成近似线性关系，而电流较大时因为饱和从而其产生非线性，我们对较低磁场进行了线性拟合，拟合区间为 0-3A，结果如图 6 所示。

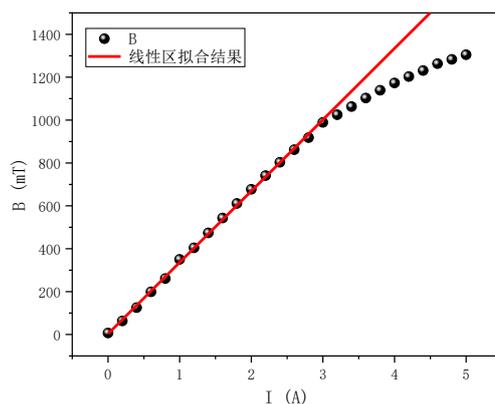


图 6 亥姆霍兹线圈磁场和电流的激励关系及直线拟合

其拟合结果如表 2 所示。

表 2 直线拟合参数及评分

拟合参数	斜率	截距
值	3.25	332.82143
误差	4.43746	2.69722
R-Square	0.99915	
Pearson's r	0.99957	

可见，在 0-3A 的激励电流下，即呈现较好的线性，而之后的数据点由于电流的饱和，线圈可能由于发热等原因导致磁场与线性发生偏移。

4. 反常塞曼分裂观测(546.07nm)

a. 无磁场下干涉圆环的观测

首先我们在不添加外磁场的情况下，调节 F-P 干涉仪，使得视野在晃动时干涉圆环不吞吐，然后利用 CCD 对焦读取干涉圆环，结果如图 7 所示。

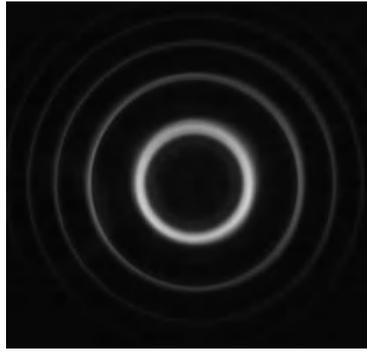


图 7 无磁场时塞曼分裂观测图(546.07nm)

可以看出，前三级的圆环观测十分清晰，进而可以用于之后的分裂观测。

b. 不同偏振角度的观测

在加入磁场后，通过调节电流为 4A，此时磁场为 1173mT，在不同的偏振角度下记录此时的干涉圆环，可得实验结果如图 8 所示。

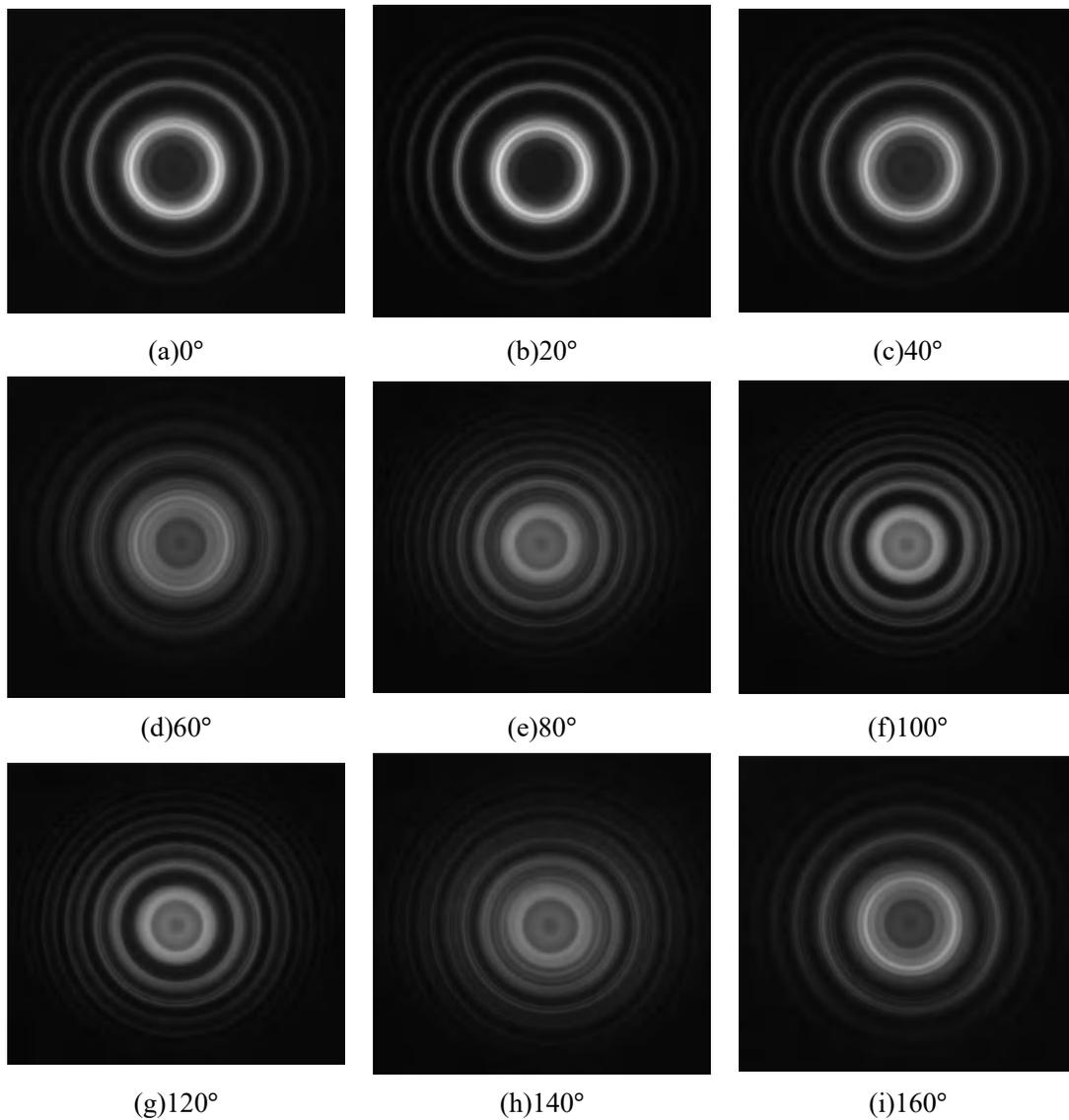


图 8 有磁场下的不同实际偏振角度塞曼分裂观测图(546.07nm)

可以看出，此时有十分明显的周期性，周期为 180° ，我们提取特殊偏振夹角，结果如图 9 所示。

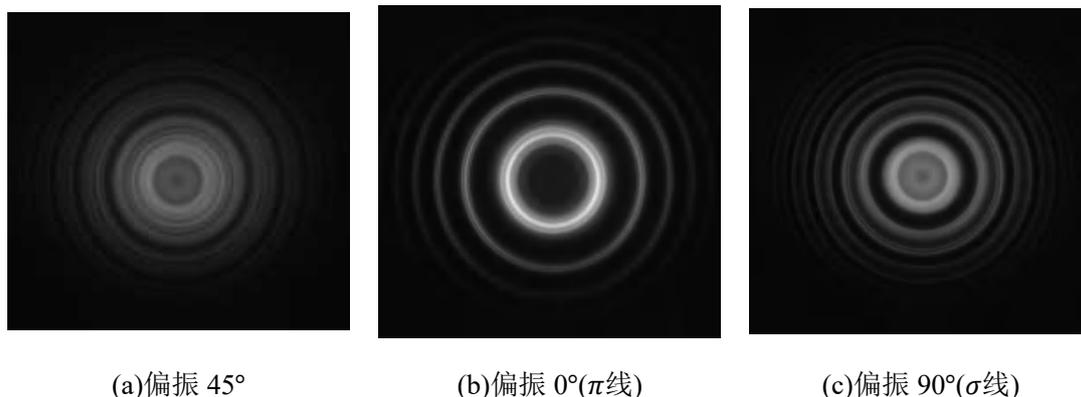


图 9 有磁场下的特殊偏振角度塞曼分裂观测图(546.07nm)

根据图 5 可知，此时塞曼分裂所产生的谱线有 9 条，其中 3 条为 π 线、3 条为 $\sigma+$ 线，3 条为 $\sigma-$ 线， π 线的偏振方向平行于磁场方向， σ 线的偏振方向垂直于磁场方向，两者偏振方向夹角为 90° ，可以通过旋转偏振片相应转动 $\pi/2$ 角过滤掉其中一组谱线。

而图 9 中即观测到了上述的现象，在图(a)中观测到了 9 条偏振谱线，是 π 线与 σ 线的叠加，而偏振 0° 与偏振 90° 时即可以通过偏振滤掉某些谱线，从而观测 π 线与 σ 线，后面我们专注于研究 π 线的分裂，因为三条谱线较为容易观测。

c. g 因子的计算

首先将偏振片旋转，使得视野中仅留下三条锐利的 π 线，此时偏振片的实际角度为 0° ，通过测量三种磁场下的 π 线间距，即可计算比荷，实验观测现象如图 10 所示。

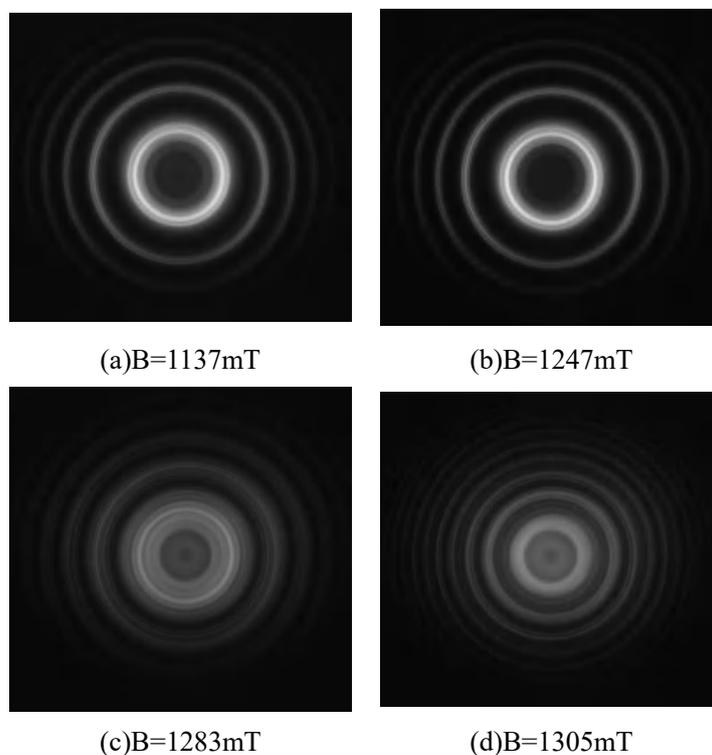


图 10 不同磁场下反常塞曼效应观测图(546.07nm)

由理论可知，有

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi c}{dB(g_2 - g_1)} \frac{(D_b^2 - D_a^2)}{(D_{N-1}^2 - D_N^2)} \tag{19}$$

且 $g_2 = 2$, $g_1 = 3/2$, 因此读出干涉圆环的相邻两环直径并读出一条的内径即可计算出电子比荷，计算结果如所示。

表 3 反常塞曼效应比荷计算结果

磁场(mT)	比荷(10^{11}C/kg)	相对误差
1173	1.78	1.1%
1247	1.80	2.3%
1305	1.84	4.5%

可以看出，相对误差较小，通过取平均值可得最终测量结果为

$$(1.81 \pm 0.6) \times 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \tag{20}$$

与参考值较为接近，但存在一定的误差，我们在实验总结部分再进行叙述。

5. 正常塞曼分裂观测(579.06nm)

a. 无磁场下的干涉圆环观测

由于汞灯在 579.06nm 附近有两条谱线，我们加入带通滤波片后进行调整，使得仅出现一个圆环，观测结果如图 11 所示。



图 11 无磁场时塞曼分裂观测图(579.06nm)

可以看出，前三级的圆环观测十分清晰，进而可以用于之后的分裂观测。

b. 不同偏振角度的观测

我们加入偏振片，与之前一样，观测特殊位置的偏振现象，在磁场为 1305mT，观测结果如图 12 所示。

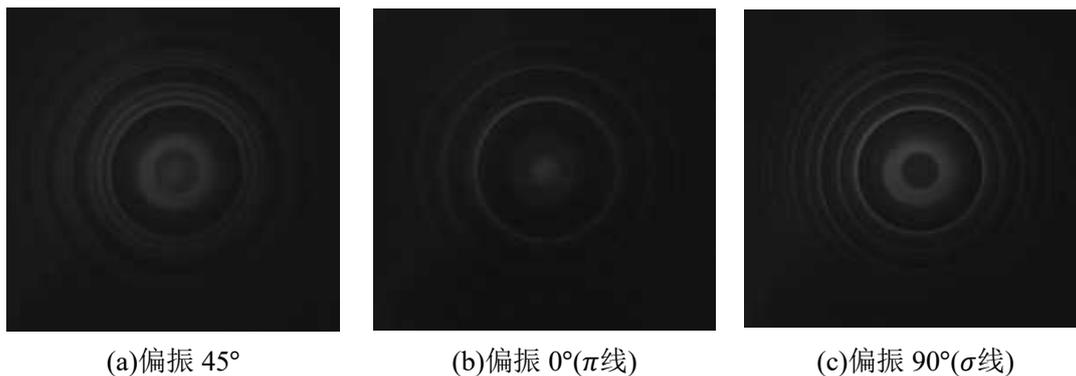


图 12 有磁场下的特殊偏振角度塞曼分裂观测图(579.06nm)

此时相当于 $^1D_2 \rightarrow ^1P_1$ 的跃迁，为正常塞曼效应，故为三条谱线，如图 12(a)所示，可以看到清晰的三条谱线，外侧为 σ 线，因为其相对于无磁场下发生了移动。由图(b)可以看出，在 0° 偏振下，可以清晰地看到一条 π 线，图(c)也可以清晰地看到两条清晰的 σ 线，验证了正常塞曼效应。

此时虽然仅有三条谱线，但事实上每条谱线均为三重简并，是因为没有自旋， g 因子均为 1，故谱线分裂大小一致。

c. g 因子的计算

我们在三种磁场下观测了正常塞曼效应的干涉圆环，在不加偏振片的情况下，实验结果如图 13 所示。

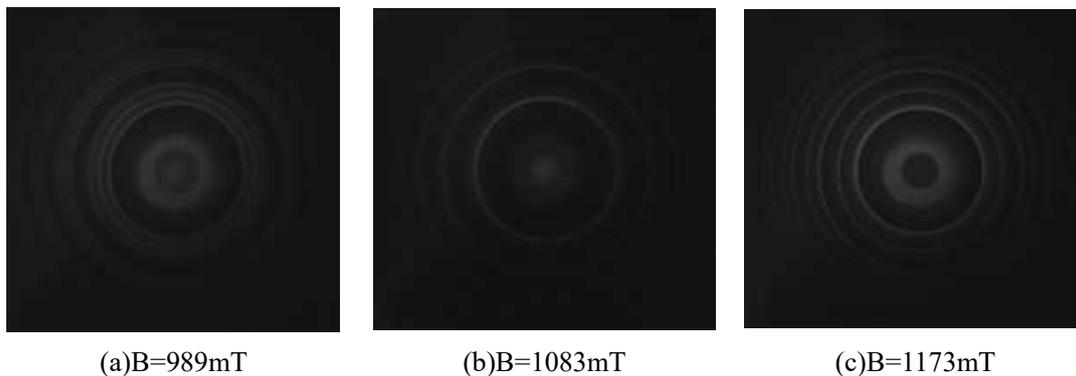


图 13 不同磁场下的塞曼分裂(579.06nm)

根据原理有

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi c}{dB} \frac{(D_b^2 - D_a^2)}{(D_{N-1}^2 - D_N^2)} \tag{21}$$

则计算后的比荷结果以及能级间隔如所示

表 4 正常塞曼效应能级间隔及比荷计算结果

磁场(mT)	能级间隔(10^{-23} J)	比荷(10^{11} C/kg)	相对误差
989	0.92	1.98	12.5%
1083	1.00	1.79	1.7%
1173	1.09	1.84	4.5%

可以看出，除了磁场较低的一组外，其余的测量结果较好，可能是由于实验中调节参数不合适导致的，或偏心差等，我们在总结中再进行论述。

六、实验总结与思考

误差分析：

实验中需要人为调节的部分较多，因此误差可能的来源较多，具体如下：

(1)实验中我们采用 CCD 进行图像读取，分辨率有限，在反常塞曼效应中，能级间距较小，因此像素点对实验结果的影响是不可完全忽略的。

(2)在读取数据时，圆心位置也是人为选取，因此难免会产生误差，可能导致直径均偏小，或产生偏差。

(3)实验中用人眼判断圆环的位置，可能存在较大的人为读取误差，但我们已经尽量选取边缘位置，从而保证测量位置一致。

(4)实验中光路的准直和 F-P 干涉仪的两面平行是十分重要的，以及 CCD 的对焦也会导致圆环的粗细，故实验调节会对观测产生影响，从而对读取数据增大难度，进而产生误差。

(5)实验中光强会产生很大的影响，光强过大会导致谱线宽度较大，产生重叠，并且汞灯有一定的部分直接射入了光路，虽然我们进行了遮挡，但也是无法避免地产生一定的误差。

实验总结：

在本次实验中，我们首先测量了亥姆霍兹线圈产生的磁场与电流的关系，可以发现在电流较大时其发生了饱和，并非呈现出电流较低时的良好线性。

接着我们观测了汞灯 546.07nm 谱线的反常塞曼效应，利用偏振片观测了其不同的偏振谱线，并且计算了比荷，最终平均结果为 $(1.81 \pm 0.6) \times 10^{11} \text{C/kg}$ ，与理论值较为接近，具体误差也已经进行了分析。

最后，我们观测了汞灯 579.06nm 谱线的正常塞曼效应，同样观测了不同的偏振谱线，并且计算了能级间距以及比荷，最终结果如下表：

磁场(mT)	能级间隔(10^{-23}J)	比荷(10^{11}C/kg)	相对误差
989	0.92	1.98	12.5%
1083	1.00	1.79	1.7%
1173	1.09	1.84	4.5%

除了第一组的误差较大之外，实验结果皆十分可观。

本次实验完整探究了塞曼效应的分裂，并定量计算验证了理论的正确性，实验较为成功。

[思考题]

1、在观察横向（纵向）塞曼效应时，当磁场由 0 逐渐增大时，谱线有什么变化？

根据理论中给出的公式：

$$\Delta E = h\Delta\nu = M_j g_j \mu_B B$$

其中 $M_j = j, j - 1, \dots, -j$ ，因此谱线的劈裂宽度正比于磁场强度，但由于选择定则，其最终跃迁产生的光频率取值只能为 $\nu_0, \nu_0 \pm \Delta\nu$ 。

在磁场为 0 时，能级全部简并，在逐渐增大后，能级逐渐劈裂并且间距逐渐增大，而 F-P 标准具会产生圆环，进而观测到圆环的分裂。首先 π 线与 σ 线会分开，因为其光频率是不等的，如果其还有更加精细的结构(反常塞曼效应)，会分裂成更多条，并且间距均会随着磁场的增大而增大。

2、计算 $d = 2 \text{ mm}$, $R = 95\%$ 的 $F - P$ 标准具在波长 500 nm 的自由光谱范围、精细度和可分辨的最小波长差。

(1)自由光谱范围:

若 $\lambda_2 > \lambda_1$, 则 $\theta_1 > \theta_2$, 倘若 λ_1 的 N 序恰好与 λ_2 的 $N-1$ 序重叠, 此时即恰好不可分辨, 自由光谱范围即

$$\Delta\lambda_F = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda^2}{2d} = 6.25 \times 10^{-11} \text{ m}$$

(2)精细度:

精细度为相邻干涉序条纹能被分辨的干涉条纹的最大数目, 即

$$F = \frac{\Delta\lambda_F}{\delta\lambda} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \approx 61.24$$

(3)可分辨的最小波长差:

$$\delta\lambda = \frac{\Delta\lambda_F}{F} = 1.02 \times 10^{-12} \text{ m}$$

3、怎样用塞曼效应来确定原子能级的 J 量子数和 g 因子?

(1)对于正常塞曼效应: $J = L$, 即 $g = 1$, 因此无需进行测量。

(2)对于反常塞曼效应: 我们在之前是计算其比荷, 对 J 与 g 事实上也可以测量。

我们可以不失一般性地将 σ 光滤掉, 仅仅研究 π 光, 从而可知其相邻谱线的频率差为

$$\Delta\nu = \frac{1}{h}(g_2 - g_1)\mu_B B$$

其中 g_2 、 g_1 为跃迁前后的朗德因子, 其一般不等, 故代入 F-P 标准具的参数可知, 有

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi c}{dB(g_2 - g_1)} \frac{(D_b^2 - D_a^2)}{(D_{N-1}^2 - D_N^2)}$$

若比荷已知, 那么利用磁场强度和干涉圆环的直径即可计算朗德因子之差。接着, 我们还需要确定其具体的 g 因子是多少, 此时可以不加偏振, 从而同时利用 π 光与 σ 光, 利用其之间的频率差, 即

$$\Delta\nu = \frac{1}{h}g_1\mu_B B$$

从而利用仪器(干涉仪、光谱仪)测出频率差即可得到 g_1 , 再利用先前的朗德因子差值, 即可计算出两者各自的朗德因子。最后再利用朗德因子的公式

$$g = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$$

即可反解出 J 的值, 进而实现了测量。

倘若我们已知其能级, 即可很快地利用理论算出, 但这显然不是我们想要的结果, 因为并不需要什么测量。

4、画出汞谱线 $404.7 \text{ nm}(6S7S^3S_1 \rightarrow 6S6P^3P_0)$ 和 $435.8 \text{ nm}(6S7S^3S_1 - 6S6P^3P_1)$ 的塞曼分裂能级图以及谱线的裂距、偏振态。

(1) $^3S_1 \rightarrow ^3P_0$

首先计算出其 g 因子, 可知对于 3S_1 态, $g=2$, 而 3P_0 并不会发生分裂, 因此有

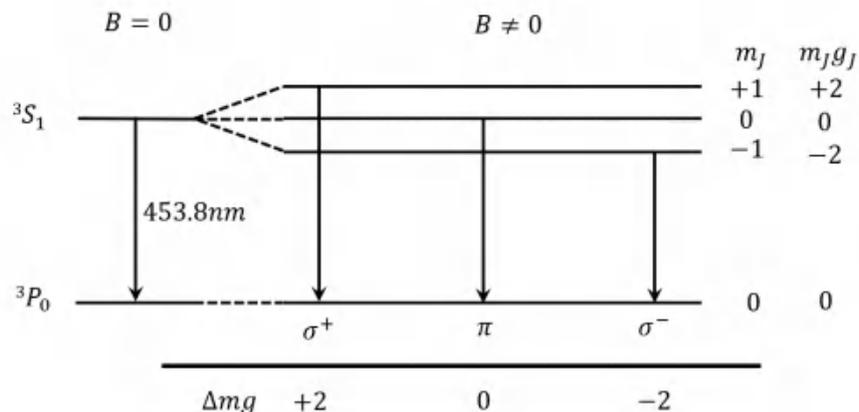


图 1 $^3S_1 \rightarrow ^3P_0$ 的塞曼分裂

(2) $^3S_1 - ^3P_1$

同样计算其g因子，前者我们已经计算过了， $g_1=2$ ，后者同样计算有 $g_2=3/2$ ，则有

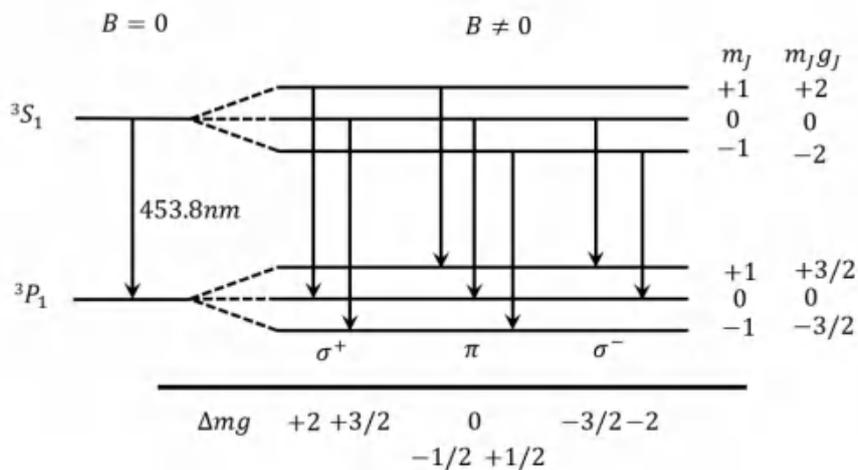


图 2 $^3S_1 \rightarrow ^3P_1$ 的塞曼分裂

[参考文献]

[1] 罗磊,马超,段小燕.LUMEX 电热—塞曼效应原子吸收光谱法测定化妆品中汞含量分析[J].干旱环境监测,2023,37(02):55-58.

[2] 唐京武.Rb~(87)基态超精细塞曼能级跃迁的偏振激发特性[J].大学物理实验,2004,(01):5-8.

[3] 周聪.硝酸作基体改进剂塞曼石墨炉原子吸收法测定海水中的铅和镉[J].光谱学与光谱分析,1996,(04):68-71.

[4] 王丽晖,严永茂,赵改丽等.塞曼效应石墨炉原子吸收法测定铬镍钢中痕量砷和硒[J].兵器材料科学与工程,2007,(04):67-69.

[原始数据及签名]

中山大学《近代物理实验》预习报告		塞曼效应	
B	1级	2级	
5.1A	左 -1 952 0 935 +1 912	左 -1 819 0 807 +1 789	
	右 0 1719 +1 1737 -1 1700	右 -1 835 0 849 +1 862	
4.8A	左 -1 952 0 933 +1 916	左 -1 819 0 806 +1 793	
	右 -1 1701 0 1721 +1 1739	右 -1 836 0 849 +1 862	
4.5A	左 -1 951 0 934 +1 917	左 -1 812 0 804	
	右 -1 1702 0 1720 -1 1738	右 -1 0 +1	
B	1级	2级	
4A	左 -1 956 0 939 +1 922	左 823 811 798	
	右 -1 1698 0 1715 +1 1733	右 1832 1844 1858	
4.5A	左 -1 960 0 942 +1 926	左 826 814 802	
	右 +1 1642 0 1711 -1 1729	右 1828 1842 1854	
5.0A	左 -1 961 0 944 +1 925	左 827 814 801	
	右 -1 1691 0 1710 +1 1728	右 1828 1842 1856	

Σ
12.20

Σ
12.27