

# 基于磁镊与光镊的 DNA 动力学研究

路尚润<sup>1)</sup>

1) (中山大学物理学院, 广州, 中国 510275)

DNA (脱氧核糖核酸) 是携带遗传信息的分子, 其结构和功能在生命科学中具有重要意义。理解 DNA 的力学特性和动态行为对于揭示其在生物过程中扮演的角色至关重要。本研究基于磁镊和光镊, 对 DNA 拉伸曲线进行了研究, 利用 Labview 对磁镊数据进行拟合, 获得了 DNA 的各类参数, 并进行了统计分析, 同时还用光镊对 DNA 进行拉伸和荧光蛋白的附着情况进行了观测。

**关键词:** DNA, 磁镊, 光镊, 荧光蛋白

**PACS:** 87.14.Gg, 87.15.-v, 87.15.He

## 1 引言

DNA (脱氧核糖核酸) 作为遗传信息的载体, 其结构和功能在生命科学中占据核心地位。对 DNA 分子的力学特性及其在外力作用下的动态行为的研究, 不仅能够加深我们对生命过程的理解, 还对生物技术和纳米技术的发展具有重要意义。这方面的研究不仅涉及基础科学问题, 如 DNA 的力学性质、变形和断裂行为, 还在生物物理学、纳米技术和生物医学工程等领域具有广泛的影响<sup>[1]</sup>。

DNA 拉伸动力学研究的历史可以追溯到 20 世纪后期, 伴随着单分子操控技术的出现和发展, 如光镊、磁镊和原子力显微镜 (AFM), 科学家能够对单个 DNA 分子施加并测量极其微小的力。这些技术的进步使得在纳米尺度上研究 DNA 分子的力学特性成为可能, 并揭示了许多以前未知的现象<sup>[2]</sup>。

除了实验手段, 理论模型和计算模拟在 DNA 拉伸动力学研究中也发挥了不可或缺的作用。通过分子动力学模拟、统计力学模型和其他计算方法, 研究人员能够预测和解释实验观察到的 DNA 行为。这些理论工作不仅验证了实验结果, 还提供了关于 DNA 在拉伸过程中分子机制的深入理解。例如, 蠕虫样链模型 (WLC) 已经成功应用于描述 DNA 的拉伸行为<sup>[3]</sup>。

在应用方面，DNA 拉伸动力学研究对生物技术和医学领域有着广泛的影响<sup>[4]</sup>。了解 DNA 的力学特性有助于开发新的基因编辑工具、改进 DNA 测序技术以及设计新的纳米材料。此外，研究 DNA 在不同物理条件下的行为，还能够提供关于遗传疾病的机制和潜在治疗方法的宝贵信息。

在本实验中，我们首先制备了 DNA 样品，测量了样品浓度以及进行了电泳测量，接着利用光镊和磁镊对 DNA 的拉伸曲线进行了研究，并利用荧光蛋白标记法观测了 DNA 拉伸情况，利用一些已有模型进行拟合，探究了 DNA 的各类参数。

## 2 实验原理

### 2.1 DNA 基本性质

DNA（脱氧核糖核酸）是所有生物体内的主要遗传物质。其结构和功能的理解对于分子生物学、遗传学和生物技术的发展至关重要。

**基本组成单元：**DNA 是由一系列称为核苷酸的基本单位组成的。每个核苷酸包含三个部分：磷酸基团 (phosphate group)、脱氧核糖 (deoxyribose)、含氮碱基 (nitrogenous base)。其中含氮碱基有四种类型：腺嘌呤 (Adenine, A)、胸腺嘧啶 (Thymine, T)、鸟嘌呤 (Guanine, G)、胞嘧啶 (Cytosine, C)。

**双螺旋结构：**DNA 的分子结构是由詹姆斯·沃森 (James Watson) 和弗朗西斯·克里克 (Francis Crick) 于 1953 年提出的双螺旋结构。双螺旋结构是由两条反向平行的多核苷酸链螺旋缠绕而成的，每条链由核苷酸通过磷酸二酯键连接起来，如图1所示。

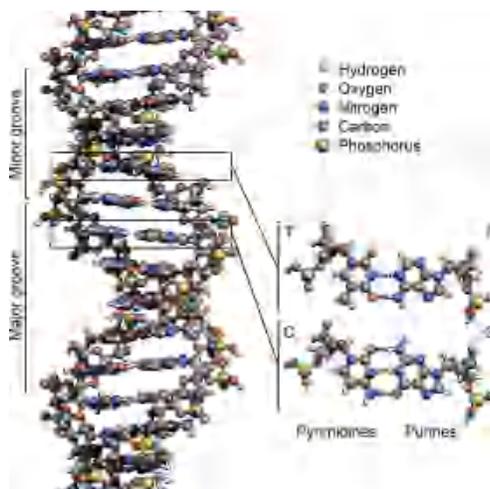


图 1 DNA 双螺旋结构

Fig. 1. Double Helix Structure of DNA

## 2.2 样品制备

进行物理实验时，样品制备是十分重要的，而在软物质实验中，没有样品是无法进行实验的，因此我们首先进行样品制备。

DNA 的常用制备方法即聚合酶链式反应 (PCR)，其主要由以下三个基本步骤组成：变性 (Denaturation)、退火 (Annealing) 和延伸 (Extension)，如图2所示。这三个步骤在一个循环中反复进行，通过每个循环的重复，特定的 DNA 片段可以被指数级地扩增。具体步骤如下：

**变性 (Denaturation)：**目的是将双链 DNA 分子加热到 94-98°C，使其变性为单链 DNA。是利用高温破坏 DNA 双螺旋结构中的氢键，使两条互补链分离，形成单链 DNA。

**退火 (Annealing)：**目的是将温度降低到 50-65°C，使特异性的引物 (Primer) 与单链 DNA 模板结合。引物是短的单链 DNA 片段，设计用来与目标序列的起始点互补配对。降低温度使引物可以与模板 DNA 配对结合，从而为 DNA 聚合酶提供一个起始点。

**延伸 (Extension)：**目的是在合适的温度 (通常为 72°C) 下，DNA 聚合酶从引物开始合成新的 DNA 链。Taq DNA 聚合酶 (源自热稳定细菌 *Thermus aquaticus*) 在适宜的温度下，从引物的 3' 末端开始，沿着模板链延伸，合成与模板链互补的新 DNA 链。

接着将这些步骤通常重复 25-35 次，通过每次循环的进行，目标 DNA 序列的数量以指数级增加。在最理想的情况下，每次循环后，目标 DNA 片段的数量大约翻一倍。

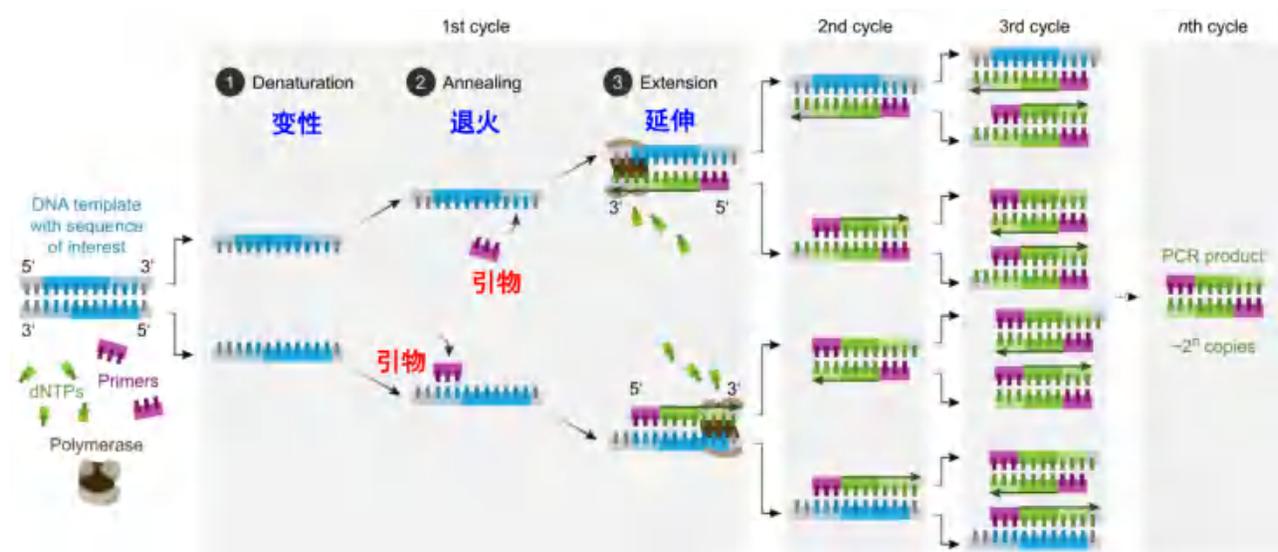


图 2 PCR 示意图

Fig. 2. Schematic Diagram of PCR

## 2.3 电泳检测

本实验采用的是琼脂糖凝胶电泳，基本原理是基于 DNA 分子的电荷特性和分子量差异，DNA 分子由于其磷酸骨架在中性和碱性条件下带负电荷，当在电场中时，DNA 分子会被吸引到正极（阳极）方向。

电泳示意图如3所示

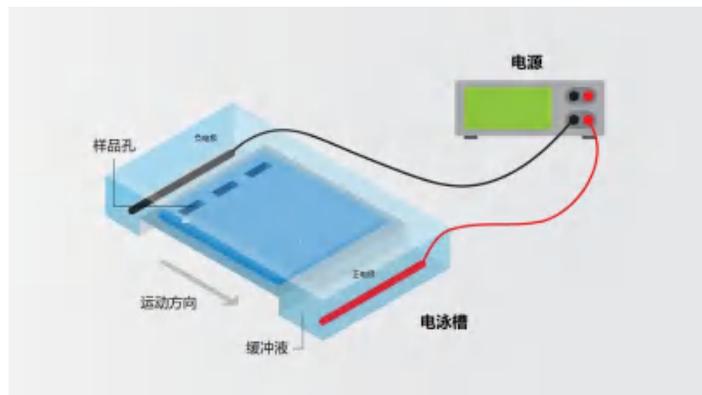


图 3 电泳示意图

Fig. 3. Electrophoresis Schematic

具体操作为：凝胶槽中加入缓冲液，以维持电场和 pH 值的稳定。将待分离的 DNA 样品与染料混合后加载到凝胶孔中，帮助观察电泳过程，并方便样品加载。施加电场，DNA 分子在电场作用下移动，较小的 DNA 片段在凝胶孔隙中移动得更快，而较大的片段移动得更慢。电泳结束后，通过紫外灯下观察凝胶中的染料标记，或者通过染色（如 EB 染色）来可视化 DNA 条带。可以与标准的 Marker 进行对比，从而观测样品中不同长度的 DNA 含量，如图4所示。

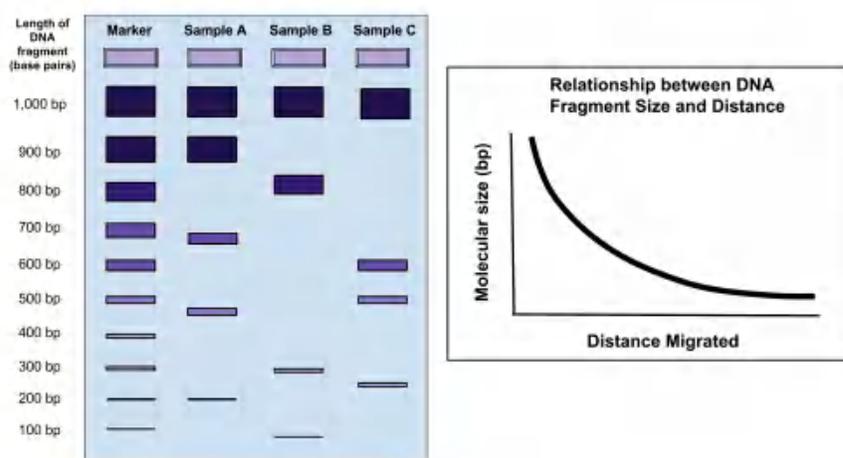


图 4 电泳结果示意图

Fig. 4. Schematic Diagram of Electrophoresis Results

## 2.4 力学性质

DNA 作为遗传物质，除了其生物化学性质外，其力学性质在许多生物学和物理学过程中也起着关键作用。

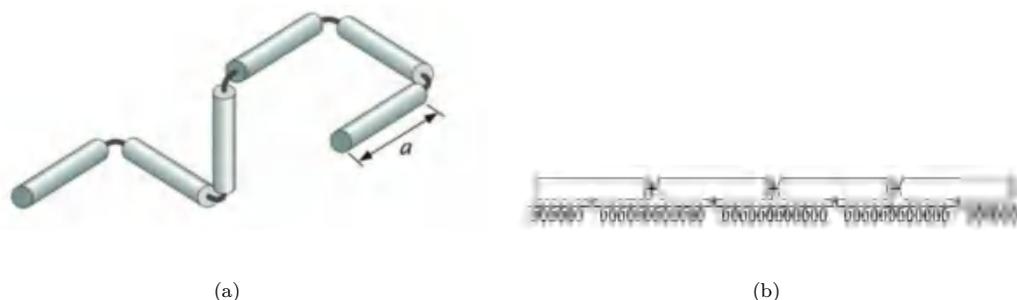


图 5 (a)FJC 模型 (b)WLC 模型

Fig. 5. (a)FJC Model (b) WLC Model

考虑两种不同的模型，分别是 FJC(freely jointed chain) 模型与 WLC(wormlike chain) 模型。前者将 DNA 分段，认为是自由短棒，如图5(a)所示。考虑热力学平衡态下的  $F - x$  关系，利用三维非格点随机行走模型，可以推出简单的解析解，但只能解决单链 DNA 的拉伸曲线，对与双链其并不吻合。

而 WLC 模型考虑到相邻短棒并不是完全自由的连接在一起，如图5(b)所示。各短棒之间取向相关性随短棒间距离指数衰减，对应的特征衰减距离称为驻留长度 (persistent length)。WLC 模型与实验测得的双链 DNA 的拉伸曲线都比较吻合。Marko-Siggia 在 1995 年给出了第一个 WLC 模型，其适用于低力空间，方程为

$$F = \left( \frac{k_B T}{L_p} \right) \left[ \frac{1}{4(1 - x/L_0)^2} - \frac{1}{4} + \frac{x}{L_0} \right] \quad (1)$$

同年，Odijk 给出了另一种 WLC 模型，其适用于高力空间，方程为

$$x = L_0 \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{k_B T}{F L_p} \right)^{1/2} + \frac{F}{K_0} \right] \quad (2)$$

FJC 模型的例子由 Smith 提出

$$x = L_0 \left[ \coth \left( \frac{2F L_p}{k_B T} \right) - \frac{k_B T}{2F L_p} \right] \left( 1 + \frac{F}{K_0} \right) \quad (3)$$

实验中使用磁镊进行拉伸测量。磁镊过程是把 DNA 分子一端固定在玻璃表面上，另一端固定在一个磁性微珠上。利用一组位置和旋转量可控的永久磁铁来移动和旋转微珠，通过磁场对磁球施加作用力从而

拉伸和扭转 DNA 分子，具体装置图如图6(a)所示。

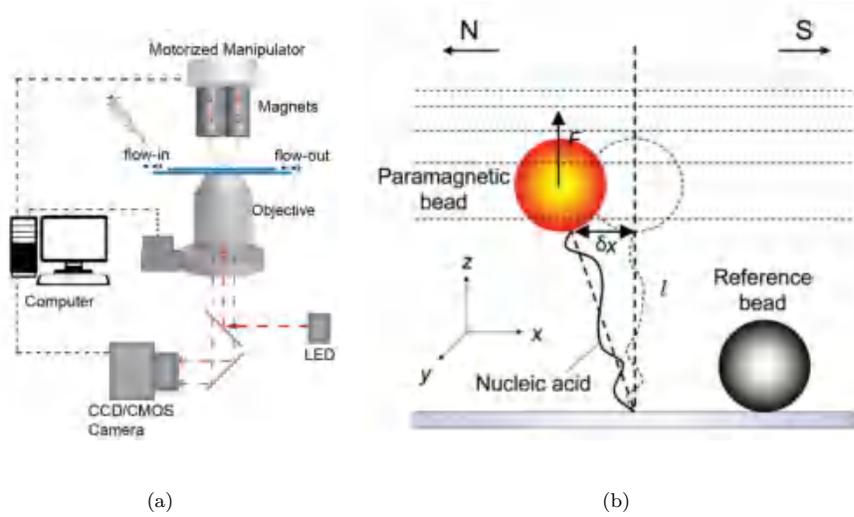


图 6 (a) 磁镊示意图 (b) 磁镊振动示意图

Fig. 6. (a) Schematic of Magnetic Tweezers (b) Schematic of Magnetic Tweezers Vibration

理论上讲，在平衡状态时，磁球在竖直方向上受到磁场给予的拉力和 DNA 给予的回复力大小相等。

磁球在外磁场中受到的力为 [5]

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) \quad (4)$$

当外磁场较弱时，可以认为此时线性磁化  $\mathbf{m} = V\chi\mathbf{B}/\mu_0$ ；当磁场较强时，磁化达到饱和强度  $\mathbf{m}_{sat}$ ，由此

$$F = \begin{cases} \frac{V\chi}{2\mu_0} \nabla |\mathbf{B}|^2, \text{弱场} \\ \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{m}_{sat} \cdot \mathbf{B}), \text{强场} \end{cases} \quad (5)$$

然而在实验测量当中，要直接确定磁场大小和小球磁矩十分困难，因此实验室中往往基于受牵引小球的布朗运动进行图像处理，从而计算力的大小。简单来说，我们是把 DNA 和磁球的这个体系看作是一个长度为  $l = (\langle z \rangle + r)$  受磁力  $F$  的振动,  $r$  为磁球半径。磁球的布朗运动会使得磁球偏离平衡位置，从而产生了一个横向的回复力，如图6(b)所示 [6]。体系的拉格朗日量为：

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} ml^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} k_x l^2 \sin^2 \theta \quad (6)$$

低能展开下利用能量均分定理，以及弹性系数  $k_x = F/l$ ，可得

$$F = \frac{k_B T l}{\langle \delta x^2 \rangle} \quad (7)$$

由此便可以确定微珠受力的大小

$$F = C_1 \left[ \exp\left(-\frac{d}{\gamma_1}\right) + C_2 \exp\left(-\frac{d}{\gamma_2}\right) \right] \quad (8)$$

其中  $C_1$  需要根据实验仪器磁珠位置进行标定。比如利用磁珠在某个特定距离下的受力进行计算，可以很好地对力进行标定。

### 3 实验过程及结果

#### 3.1 样品制备及检测

##### 3.1.1 样品制备

在样品制备及检测中，所使用的仪器为移液枪、PCR 仪、凝胶制备器、电泳仪、超微量核酸蛋白测定仪和凝胶成像分析仪，如图7所示。



图 7 (a) 移液枪 (b)PCR 仪 (c) 凝胶制备器 (d) 电泳仪 (e) 超微量核酸蛋白测定仪 (f) 凝胶成像分析仪

Fig. 7. (a) Pipette Gun (b) PCR Instrument (c) Gel Preparator (d) Electrophoresis Instrument

(e) Ultra-micro Nucleic Acid Protein Assay (f) Gel Imaging Analyser

实验中首先利用 PCR 进行 DNA 的制备，具体原料如表1所示

表 1 制备原料成分表

Table 1. Preparation of Raw Material Composition Table

溶液类型	初始浓度	体积/ $\mu\text{L}$	最终浓度
NTP (mM)	10	1	0.2
5Xtaqbuffer	5	10	1
HAF-new-5dig ( $\mu\text{M}$ )	10	1	0.2
HBR-new-multi-biotin ( $\mu\text{M}$ )	10	1	0.2
pUc19-yeasttRNApheplasmid (ng)	10	0.6	6
MgCl <sub>2</sub> (mM)	25	4	2
Taq (U/ $\mu\text{L}$ )	5	0.4	0.04
H <sub>2</sub> O	/	32	/
Total( $\mu\text{L}$ )	/	50	/

将上述溶液按照一定顺序混合 (先加水, 再按照表从上到下的顺序, 最后加酶), 放入 PCR 仪进行反应, 反应流程如图8所示



图 8 PCR 流程及条件

Fig. 8. PCR Process and Conditions

反应结束后, 需要进行提纯纯化, 其基本流程是:

1、加入绑定缓冲液: 向 PCR 反应液中加入适量的绑定缓冲液, 这些缓冲液通常含有盐, 使 DNA 能

够结合到硅胶膜或柱子上。

2、应用硅胶膜/柱子：将混合物转移到装有硅胶膜或硅胶柱的纯化装置中，通过离心或真空装置，使 PCR 产物与硅胶膜或柱子结合。

3、洗涤步骤：向柱子中加入洗涤缓冲液（通常含有乙醇），并通过离心或真空去除杂质和残留的反应组分，重复此步骤通常两到三次。

4、洗脱 DNA：向柱子中加入洗脱缓冲液，并通过离心或重力流使纯化的 DNA 从柱子上洗脱下来，收集洗脱液。至此，DNA 提纯完毕。

具体原理是：在高盐条件下，DNA 分子会通过静电相互作用和氢键结合到硅胶膜或柱子上的硅胶颗粒，这一步骤利用了 DNA 的磷酸骨架与硅胶表面的相互作用。洗涤缓冲液通常含有乙醇和其他成分，可以去除 PCR 反应中的酶、引物、dNTP 和其他杂质，而不会影响 DNA 与硅胶膜的结合。低盐缓冲液或无菌水可以破坏 DNA 与硅胶膜之间的相互作用，使 DNA 从硅胶膜上脱离，并被收集到洗脱液中。

### 3.1.2 纯度测量及电泳表征

将提纯后的 DNA 提取 1 $\mu$ L 滴加到超微量核酸蛋白测定仪，测量 DNA 浓度，最终实验结果为 102.3ng/ $\mu$ L，其曲线如图9所示。

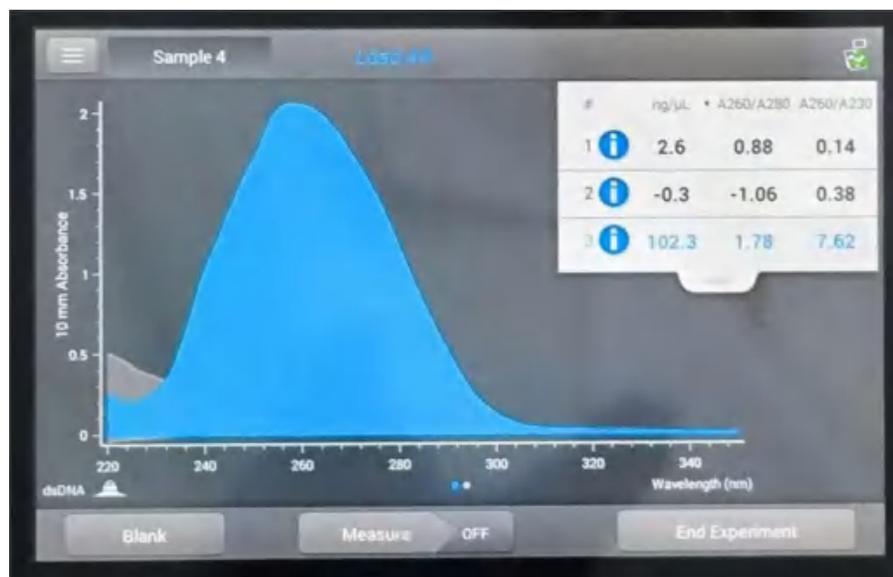


图 9 浓度检测结果

Fig. 9. Concentration Test Results

可以看出，DNA 浓度较高，但其 260/230 吸收峰强度约为 7，大于 3，说明 DNA 中含有一定的杂质，可能是由于提纯中操作不当、添加溶液量不够精确或由于接触杂质使得溶液被污染导致的。

接着, 我们利用电泳检测仪进行了电泳实验, 在 120V 电压下运行 35min, 实验结果如图10(a)所示, 所用 DNA 为 J 组制备的, 我们组制备的跑胶结果如图10(b)所示, 而标准条带对应的 DNA 长度如图10(c)所示。

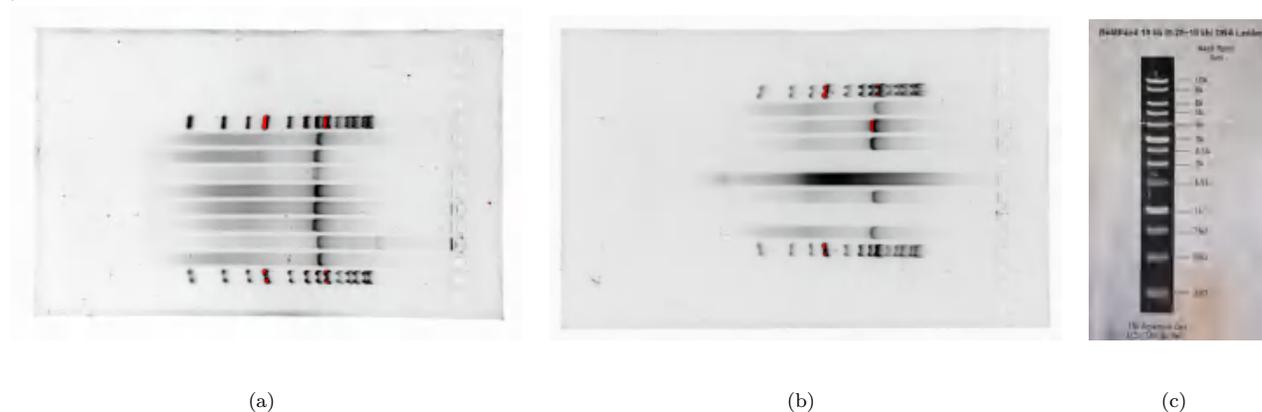


图 10 (a)J 组电泳 (b)K 组电泳 (c) 标准条带电泳

Fig. 10. (a) Group J Electrophoresis (b) Group K Electrophoresis (c) Standard Bands Electrophoresis

与两侧的标准条带进行对比, 可以发现结果基本与标准的 2.5k 条带基本一致, 与实验制备结果 2.8k 基本吻合, 但中间部分存在偏差。而我们组制备的跑胶结果中, 存在很多非正常的状况。

首先, 我制备的 DNA 是 K 组的第二条, 标记为 K1, 可以发现其与标准条带基本一致, 并且浓度很高, 但 K3、K4 中有一组并不存在条带, 同时 K4 在全空间均有分布, 可能是由于其镁离子添加过多导致的。

同时, J 组结果明显胶体中间的 DNA 移动速度快, 误差可能是由于不同位置凝胶浓度不同或者溶液内存在杂质等导致的, 虽然有一定的误差, 但整体实验效果较好。

### 3.2 磁镊实验

在磁镊实验部分, 我们利用实验装置进行了 DNA 拉伸实验, 实验装置如图11(a)所示, 细节探针图如图11(b)所示。

样品台中存在黄球和白球, 黄球表面黏连 DNA, 而白球则附着在玻片表面, 因此我们首先对焦白球, 在视野范围内寻找模糊的黄球, 此时黄球即离焦状态, 并保证视野中央存在一个离焦的黄球和聚焦的白球, 切换电脑进行观测。

在电脑中操控磁镊系统, 首先确定黄球上粘连单个 DNA。接着进行校准, 利用图像对黄球距离进行标定, 并得到前面分析中提到的常数 C1, 即利用磁镊距离载物台表面 2mm 时的标准受力进行换算, 从

而得到常数 C1，这在后面的 Labview 编程计算中使用到。

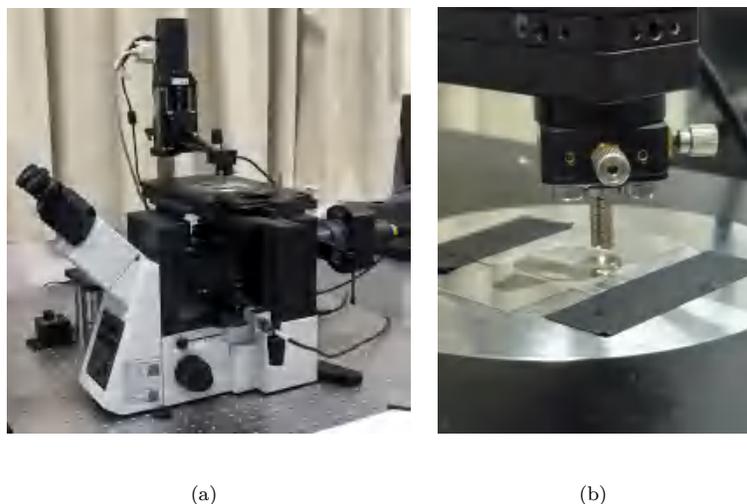


图 11 (a) 磁镊实验装置 (b) 磁镊探针细节图

Fig. 11. (a) Magnetic Tweezers Experimental Setup (b) Detailed View of Magnetic Tweezers Probe

接着进行测量，测量 10mm-0.6mm 的拉伸曲线，并利用 Labview 编程进行数据处理，利用前面提到的高力和低力部分的数据分别就进行拟合，数据处理程序框图如图12所示，前面板如13所示。

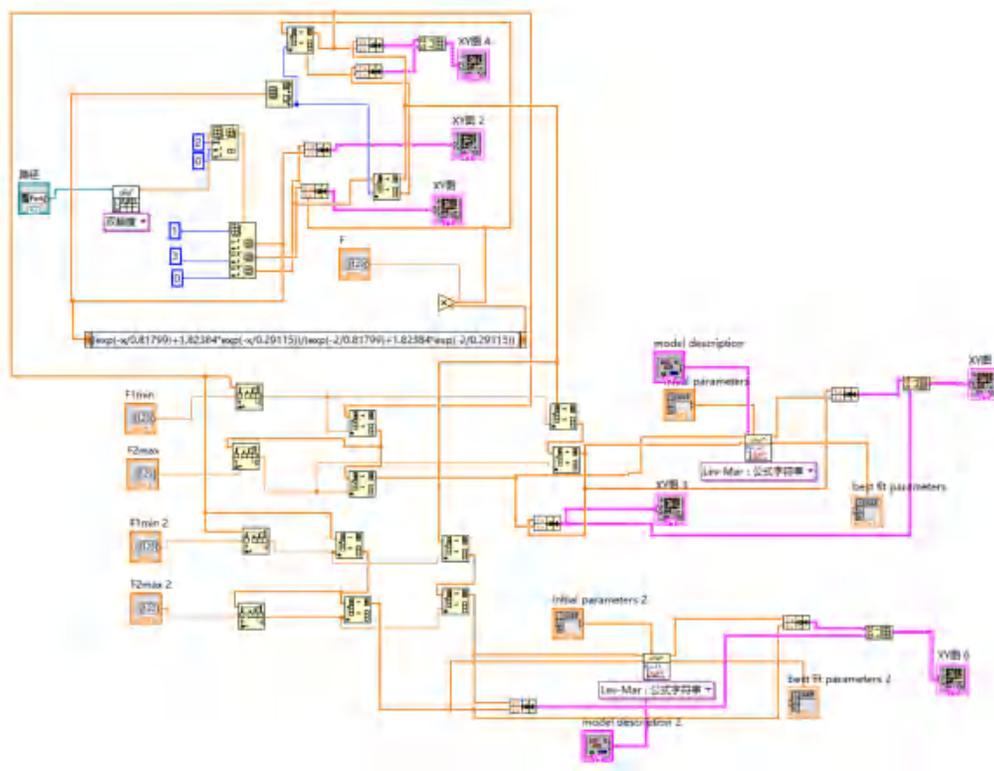


图 12 Labview 程序框图

Fig. 12. Labview Block Diagram

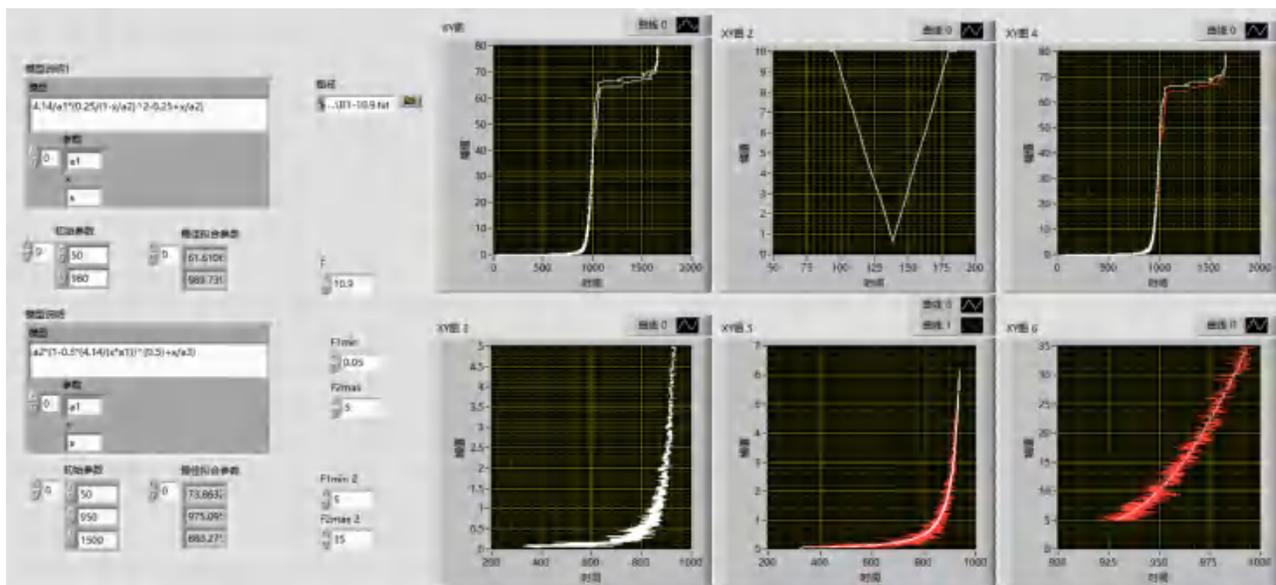


图 13 Labview 程序前面板

Fig. 13. Labview Programme Front Panel

首先我们对数据进行大致观测，可以发现有很好的实验结果，呈现出很好的拉伸曲线，并且有着相变平台，如图14(a)所示，在实验数据中均保留这种优良曲线，去除较差曲线。

实验中利用程序实现数据提取，分别进行拟合，图14(b)是分别对低力区间 (0-5pN) 利用 Marko-Siggia WLC 模型和中力区间 (5pN-35pN) 利用 Odijk WLC 模型进行的拟合。此图是较好的拟合结果，可以看到数据均匀地分布在拟合曲线周围，并且没有较大瑕疵，拟合参数偏差较小。

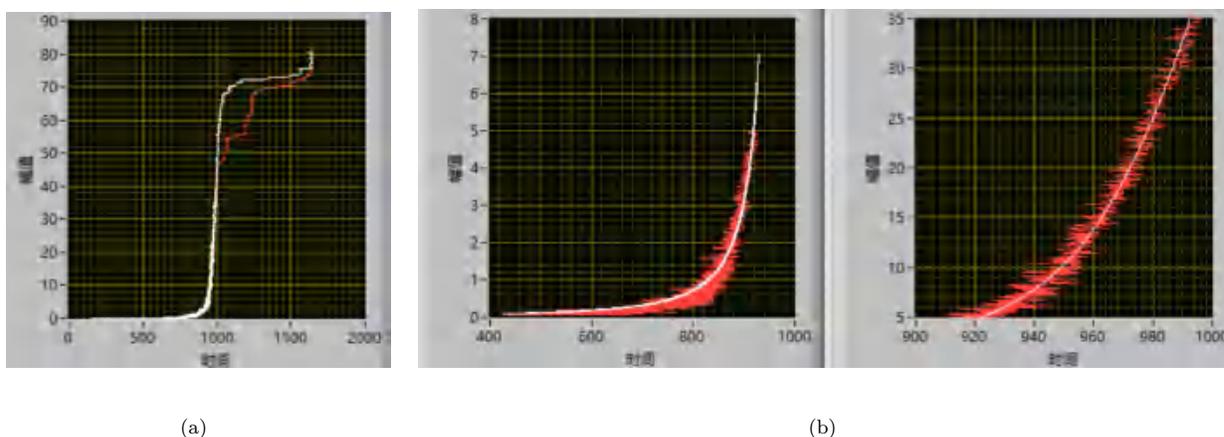


图 14 (a) 较好的实验数据 (b) 较好的拟合数据

Fig. 14. (a) Better Experimental Data (b) Better Fitting Data

单分子 DNA 拉伸实验中的滞回现象主要是由于拉伸和回复过程中存在非对称性及纽结的形成。在拉伸过程中，DNA 先后经历解螺旋、解堆叠和再拉伸三个步骤，而在回复过程中，由于无法精确控制微珠的

旋转速率以匹配 DNA 的拉伸速率，DNA 分子上可能会形成纽结。这些纽结将 DNA 链分割成多个独立区段，每个区段分别经历堆叠的逆过程，导致回复曲线出现多个滞回平台。由于纽结较为稳定，DNA 分子在实验后通常不会回到原状态，需要足够长时间在外部扰动下恢复热力学平衡。

在实验中，每人进行了两组实验，得到了较多的数据，可以用于统计分析。但在实验数据中，我们发现有很多意外的结果，其中有些是无法使用的，而有些仍然有一定的可用性，如图15所示。

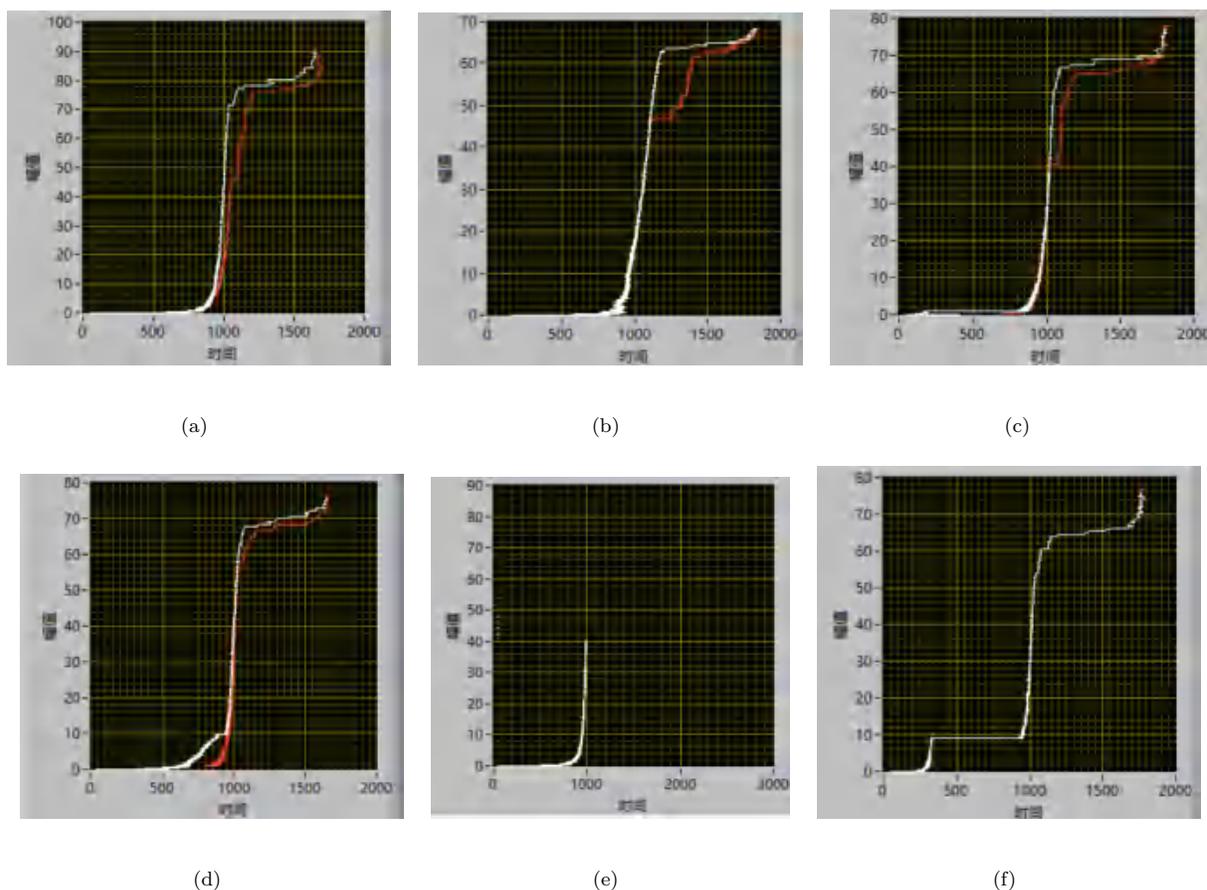


图 15 (a) 重合度低 (b) 低力瑕疵 (c)(d) 低力粘滞 (e)DNA 断裂 (f) 粘滞断裂

Fig. 15. (a)Low Overlap(b)Low Force Defects(c)(d)Low Force Sticking(e)DNA Breaks(f)Sticking Breaks  
分析:

- 1、图15(a)为拉伸和收缩曲线不重合，说明 DNA 表面含有某些附着物，此数据无法使用；
- 2、图15(b)为较低力时出现了很宽的数据分布，有较大的瑕疵，可能是拉伸过程中出现波动造成的；
- 3、图15(c)和图15(d)都是在低力时出现了拉力跃变，说明拉伸时某些附着物断裂，曲线无法使用；
- 4、图15(e)是在较低力是直接将 DNA 拉断，但其数据仍然是可用的，因为我们需要的是拉伸曲线的前半部分，其完全包含且曲线十分平滑；
- 5、图15(f)为 DNA 表面存在拉力较强的附着物，且对磁场敏感，在较大下即被拉断，从而 DNA 瞬间

边长，此时曲线也无法使用。

实验中进行数据处理，因为系统是经典系统，其数据应当满足正态分布。在实验中我们利用  $3\sigma$  准则，去除较大偏差的数据，并分析了拟合参量的平均值和标准差，结果如表2所示，注意标准差使用的是平均值的标准差，利用 Bessel 公式进行计算。

表 2 拟合结果

Table 2. Fitting Result

模型	参数类型	$L_0/\text{nm}$	$L_p/\text{nm}$	$K_0/\text{pN}\cdot\text{nm}^{-1}$
Marko-Siggia WLC	平均值	994.4	47.96	\
	标准差	1.66	1.78	\
Odijk WLC	平均值	990.8	36.79	1064
	标准差	3.33	2.29	62.8

可以看出，数据平均值的标准差较小，只有  $K_0$  的标准差较大，而标准差即反应其正态分布的宽度。

为表征其正态分布情况，我们利用 Origin 绘制了结果的直方图，各个参数及模型的结果如图16所示。

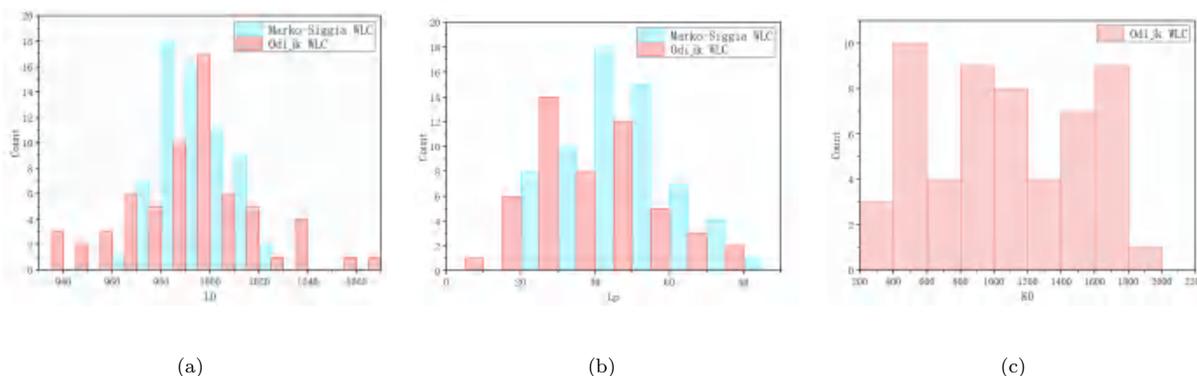


图 16 直方图统计结果 (a) $L_0$ (b) $L_p$ (c) $K_0$

Fig. 16. Histogram Results(a) $L_0$ (b) $L_p$ (c) $K_0$

可以看出，除了  $K_0$  外，两个模型的拟合参数基本符合正态分布，而这种偏差可能是由于数据量较少导致的，因此  $K_0$  结果不具有较强的参考价值，可信度较低。

参数在各个公式当中都具有具体含义，当  $F=0$  时，可以得到  $x/L_0 = 1$ ，也就是说  $L_0$  是不施加外力时 DNA 的长度。而一个碱基宽度约为 3.3 埃，对于我们制备的 DNA，一共约 2800 个碱基对，即  $L_0$  约为 952nm，可以看出，两个模型的拟合结果均在 990nm 附近，实验与理论拟合程度较高。

对于  $L_p$ ，代表驻留长度，即在模型中各由于短棒之间取向的相关性随短棒间距离指数衰减，其对应的特征衰减距离。两个模型的参考值均在 45nm 左右，而结果显示，低力模型的拟合效果较好，但高力模

型存在约 10nm 的偏差，这也是难以避免的，因为实验数据较少，统计性质较差。

但在已有的数据之上，我们还是能实现较好的分析结果，实验效果仍有一定的参考价值。

### 3.3 光镊实验

除了磁镊拉伸曲线的测量，我们还利用光镊系统进行了实验。光镊系统是生物力学研究不可或缺的工具，将支撑细胞力学、蛋白质与核酸相互作用、分子马达工作机制等多方向研究，促进了光学与软物质学科间的深度交叉。

在其之上可以开展蛋白质与 DNA 的相互作用、小分子及酶活性的研究、蛋白质折叠/去折叠动力学等多个研究，其工作原理即光压，利用激光控制小球，再利用小球表面的位点连接 DNA 等，从而实现 DNA 的操控，如图17(b)和图17(c)所示。

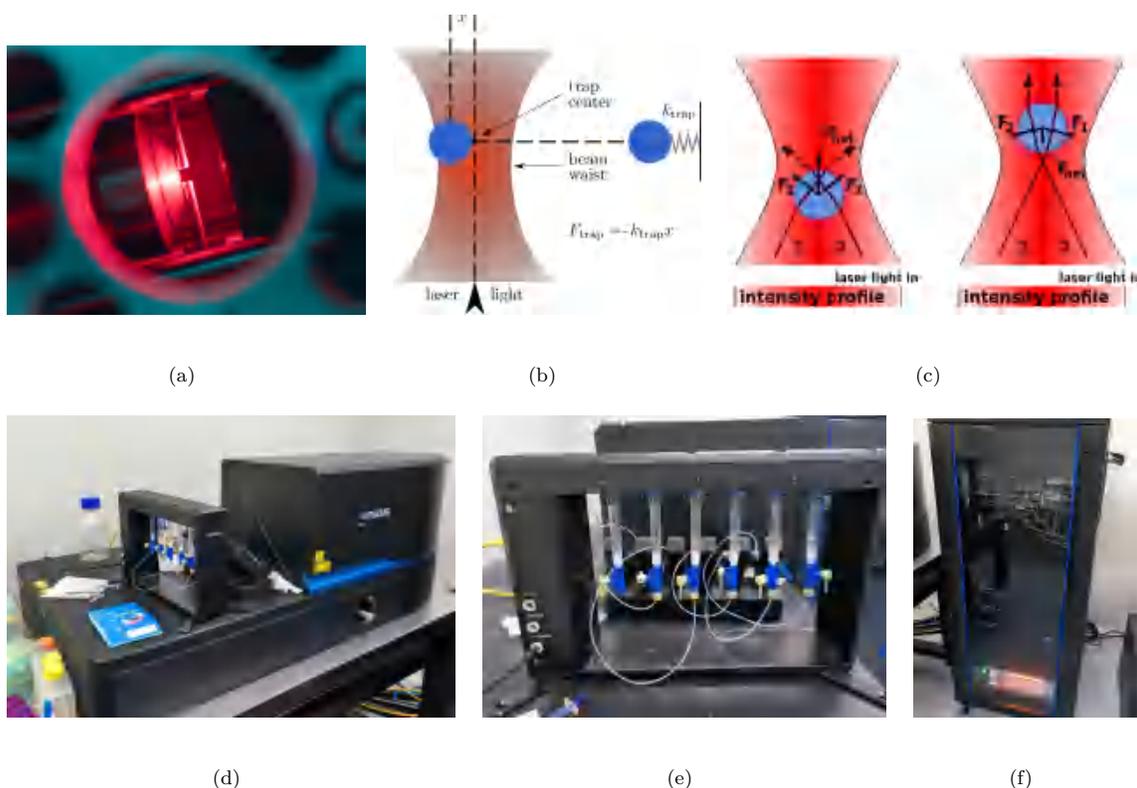


图 17 (a) 光镊实验演示 (b)(c) 光镊基本原理 (d) 光镊仪器 (e) 样品储存器 (f) 测控设备

Fig. 17. (a) Demonstration of the Optical Tweezers Experiment (b)(c) Principle of Optical Tweezers

(d) Optical Tweezers Apparatus (e) Sample Reservoir (f) Measuring and Control Equipment

激光囚禁小球的示意图如图17(a)所示，可以看到一个小白点被囚禁在激光束中央。实验中用到的光镊设备如图17(d)所示，图17(e)为各种样品的储存器，如小球、荧光蛋白、核酸链条等，而图17(f)是仪器的测控设备，用于调整仪器参数以及控制开关。

### 3.3.1 荧光检测

在实验中，通过 DNA 与荧光蛋白的结合，进行了荧光检测，实验中进行了多组观测，首先是静态直接照射，有两组结果，如图18所示。

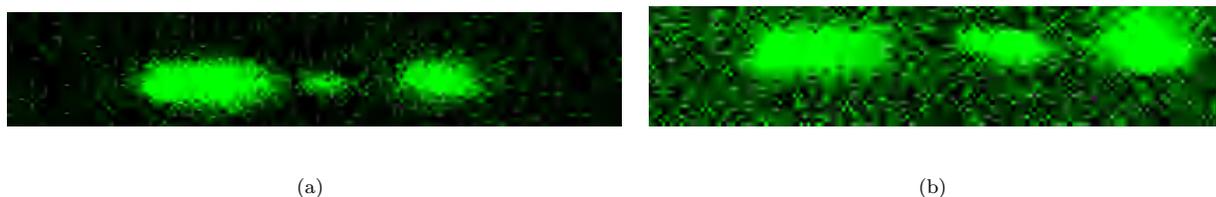


图 18 荧光检测静态结果 (a) 结果 1(b) 结果 2

Fig. 18. Fluorescence Detection Static Results (a) Result 1 (b) Result 2

可以看出，结果中大致出现了三个荧光点。中间较小的圆点为荧光蛋白与 DNA 结合导致的，可以看出其结合量有一定的差距，图18(b)更像是团聚体结合（多个蛋白结合），而图18(a)则更像是单个荧光蛋白的结合。两侧为球的荧光成像，可以看出其表面粘合了大量的荧光蛋白，当然有一部分可能是 DNA 表面粘连的，因为左侧球的形状十分扁平，可能在连接球的 DNA 末端处有一些荧光蛋白的结合，这在后面的拉伸曲线中能够得到较好的验证。

除了静态情形，我们还研究了其动态特性，首先在恒力模式下，在一段时间中持续观测荧光成像，尝试得到荧光蛋白由于相互作用在 DNA 表面的移动。实验结果如图19(a)和图19(b)所示。

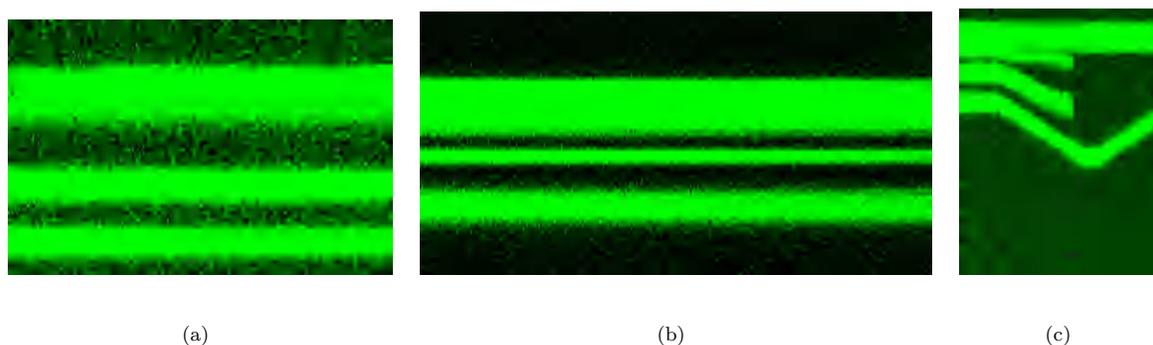


图 19 荧光蛋白移动结果 (a)(b) 恒力结果 (c) 拉伸结果

Fig. 19. Fluorescent Protein Movement Results (a)(b) Constant Force Result(c) Stretching Result

上图的横轴为时间，纵轴为图18中某一行的荧光检测情况。我们期待随时间的推移，图19中的荧光蛋白成像（中间的一行）能够上下移动。但实际实验中，可能是由于观测时间过短，或者荧光蛋白结合十分牢固，并未观测到荧光蛋白随时间的移动情形。

除了恒力模式下，我们还在拉伸时观测了荧光蛋白的移动情况，此时荧光蛋白应当随 DNA 的拉伸移动，而 DNA 被拉断的瞬间则会观察到荧光蛋白消失，实验结果如图19(c)所示。

可以看到荧光蛋白随着 DNA 的拉伸，逐渐移动，且最终消失，这是因为 DNA 被拉断了，而液体流动即将其吹走，从而消失在视野中。通过图可以看到，原本三个荧光点（两侧的球以及中间的荧光蛋白），在开始拉伸时，一端的球的荧光点分裂为两个，这说明有可能是球表面连接的 DNA 附着了荧光蛋白，而不是直接黏连在球表面，这也证实了我们在前面分析球处荧光蛋白形成的椭圆形状得到的结论。

### 3.3.2 拉伸曲线

除了荧光特性，光镊还能直接读取球的受力，以及激光束之间的距离（球之间的距离），从而可以得到拉伸曲线，实验中进行两次实验，将结果绘图如图20所示。

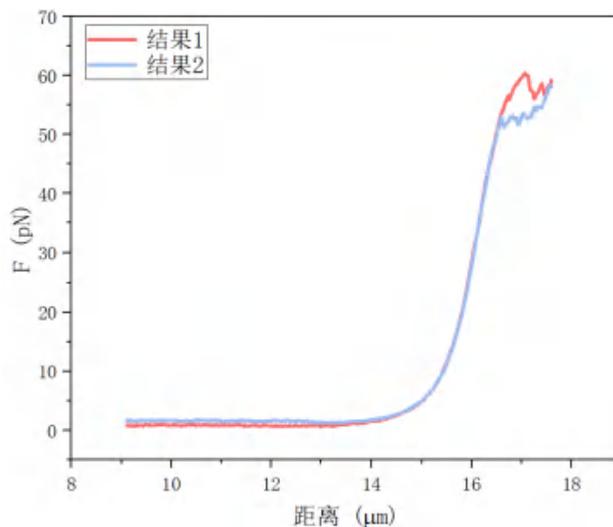


图 20 光镊拉伸曲线

Fig. 20. Optical Tweezers Stretching Curve

可以看出，其在 60pN 左右发生相变平台，而低力下的结果与磁镊部分十分相似，前面已经做过许多拟合分析，因此在此不再过多赘述。

## 4 讨论部分

### 4.1 结果分析

本次实验进行了较为完整的 DNA 拉伸动力学的实验流程，从样品制备、到磁镊光镊拉伸再到数据分析，实验结果十分完善。

实验中存在一定的误差，具体分析为：

- 1、DNA 样品制备中，人为操作占大部分，首先在样品添加时，采样器等表面可能存在杂质，以及可

能由于表面张力使得样品残留在采样器中，这会导致溶液中存在杂质以及配比不均的情况。

2、DNA 纯化是十分关键的步骤，在此步中，可能由于离心不充分、溶液添加过量等因素，都会对样品纯化产生影响，并且可能由于柱子与外界接触引入新的杂质产生误差，这些均可能在浓度测量中引起与标准曲线产生偏差。

3、在跑胶部分，胶体浓度的偏差以及 DNA 的长度偏差均会对结果产生影响，可以看出 J 组胶体内部浓度较低，DNA 速度明显更快。而 K 组的结果参差不齐，主要是由于 K3、K4 组的制备问题导致的。

4、在磁镊实验中，是否选定较好的球体是十分重要的，要保证其表面仅黏连单个 DNA，以及有较少的杂质进行粘连。实验中许多组的数据并不理想，这也说明实验数据存在着统计偏差。

5、在数据处理部分，剔除较大误差值的数据是十分有必要的，实验中因为单个球可能粘滞多个 DNA 甚至杂质，会导致拉伸曲线不理想，从而产生误差，需要剔除，然而人为选择剔除仍会导致一定的误差。同时数据集较少也会导致偶然误差较大，与理想情况产生偏差。

6、光镊实验中，本质上误差来源于磁镊基本一致，此时选取较好的小球（表面无杂质粘连）是十分必要的，并且也要保证两个小球之间仅仅存在单条 DNA，同时任何杂质的影响都会导致实验的不精确。

## 4.2 实验思考

实验中许多步骤所做十分粗糙，会引入一定的误差，但这也是初学者无法避免的，在熟练后应当可以更好地操作实验仪器，从而降低误差，保证较好的实验结果，但在一定的误差存在下，我们也得到了较好的实验结果，以及进行了较为全面的分析。

## 5 结论

在本次实验中，我们系统地研究了 DNA 拉伸动力学。

首先，利用 PCR 技术进行了 DNA 的制备，并进行了纯化，最终得到 DNA 浓度为  $102.3\text{ng}/\mu\text{L}$ ，浓度较高，但 260/230 的吸收峰强度为 7，说明其存在一定的杂质。同时我们进行了跑胶实验，通过与标准条带对比，发现结果基本与标准的 2.5k 条带基本一致，与预期值 2.8k 基本一致，实验结果较好。

接着我们进行了磁镊实验，利用磁镊进行了拉伸分析，利用 Labview 进行数据处理，分别对低力区间 (0-5pN) 利用 Marko-Siggia WLC 模型和中力区间 (5pN-35pN) 利用 Odijk WLC 模型进行拟合，分析拟合结果。最终可得 Marko-Siggia WLC 模型的  $L_0=994.4\text{nm}$ 、 $L_p=47.96\text{nm}$ ，基本符合预期，且统计效果

较好；而 Odijk WLC 模型的  $L_0=990.8\text{nm}$ 、 $L_p=36.79\text{nm}$ 、 $K_0=1064\text{pN/nm}$ ，后两者与预期有所偏差，且  $K_0$  分布类似均匀分布，与正态分布有着一定的差距，这在数据集较小的情况下是无法避免的。

最后，我们进行了光镊实验，观察了荧光蛋白与 DNA 的结合，以及 DNA 的拉伸曲线，并观测了荧光蛋白随 DNA 拉伸的移动，实验效果较好。

总的来说，本次实验研究完整，分析到位，虽然数据集较少，但仍能得到较为理想的结果，实验较为成功。

## 参考文献

- [1] Bustamante, C., Bryant, Z. Smith, S. Ten years of tension: single-molecule DNA mechanics. *Nature* 421, 423–427 (2003).
- [2] Smith, S. B., Cui, Y., Bustamante, C. (1996). Overstretching B-DNA: The elastic response of individual double-stranded and single-stranded DNA molecules. *Science*, 271(5250), 795-799.
- [3] Marko, J. F., Siggia, E. D. (1995). Stretching DNA. *Macromolecules*, 28(26), 8759-8770.
- [4] Zhou, H., Zhou, X. (2014). DNA nanotechnology and its applications in biomedical research. *Journal of Biomedical Nanotechnology*, 10(9), 1763-1782.
- [5] Lipfert, J., X. Hao, and N.H. Dekker, Quantitative modeling and optimization of magnetic tweezers. *Biophys J*, 2009. 96(12): p. 5040-9.
- [6] Vilfan, I.D., et al., Magnetic Tweezers for Single-Molecule Experiments, in *Handbook of Single-Molecule Biophysics*. 2009. p. 371-395.

# Study of DNA Dynamics Based on Magnetic Tweezers and Optical Tweezers

Shangrun Lu<sup>1)</sup>

1) (*Sun Yat-sen University, School of Physics, Guangzhou 510275, China*)

## Abstract

DNA (deoxyribonucleic acid) is a molecule that carries genetic information, and its structure and function are of significant importance in life sciences. Understanding the mechanical properties and dynamic behavior of DNA is crucial for revealing its role in biological processes. This study investigates the stretching curves of DNA using magnetic tweezers and optical tweezers. LabVIEW was used to fit the data obtained from the magnetic tweezers, allowing the extraction and statistical analysis of various DNA parameters. Additionally, the study involved stretching DNA with optical tweezers and observing the attachment of fluorescent proteins.

**Keywords:** DNA, Magnetic Tweezers, Optical Tweezers, Fluorescent Proteins

# 基于固相反应法的 YBCO 制备与表征

路尚润<sup>1)</sup> 赵宁<sup>1)2)</sup> 巩元昊<sup>1)2)</sup> 彭天健<sup>1)2)</sup>

1) (中山大学物理学院, 广州, 中国 510275)

2) (实验合作者)

本研究基于固相反应法, 采用单次烧结法制备了高温超导体 YBCO。利用四线法进行了电输运测量, 并进行了 X 射线衍射 (XRD) 表征, 对数据进行了精修。虽然结果显示并未超导, 需要进一步对实验方案进行优化, 但本实验进行了较为完整的凝聚态实验流程, 为初学者提供了帮助。

**关键词:** YBCO, 固相反应法, 高温超导, X 射线衍射

**PACS:** 61.05.C-, 61.43.Gt, 74.25.Fy

## 1 引言

超导性是一种特殊的物理现象, 即在低温下某些材料的电阻会突然消失, 电流可以无阻力地通过。在 1911 年, 荷兰物理学家海克·卡梅林极低温下首次发现汞的超导性<sup>[1]</sup>。然而, 早期超导体的超导转变温度 (临界温度, 即材料开始表现出超导性的温度) 通常极低, 限制了它们的实际应用。

高温超导体的出现改变了这一局面。1986 年, 瑞士 IBM 研究员卡尔·穆勒和乔治·贝德纳发现了第一种高温超导体——La-Ba-Cu-O 系统, 在液氮温度下 (约 77K) 表现出超导性<sup>[2]</sup>。这一突破性发现引起了科学界的巨大轰动, 并开启了高温超导体研究的新篇章。

Paul Ching-Wu Chu 领导的团队在 1987 年确立了 YBCO (钇钡铜氧) 的超导性质, 并确定了其超导转变临界温度 ( $T_c$ ) 为 93K<sup>[3]</sup>。这一发现使 YBCO 成为了高温超导体领域的一个重要代表, 并引起了科学界对高温超导性质的深入研究和广泛关注。

近些年来, 高温超导体的研究如火如荼。我国物理学家成功研制出镍基高温超导体<sup>[4]</sup>, 他们在高压条件下, 成功在镍酸盐中观察到了接近 80K 的超导性特征。该研究对于理解镍酸盐的特殊性质以及高压条件下新型超导体的发现具有重要意义。

在本实验中, 我们专注于高温超导体 YBCO, 对其进行制备及表征, 尝试验证高温超导体的性质。

## 2 固相反应法制备 YBCO

### 2.1 YBCO 简介

高温超导体 YBCO 是一种重要的超导材料，其全称是钇钡铜氧 (Yttrium Barium Copper Oxide)。YBCO 以其在相对较高温度下 (通常在液氮温度以下) 表现出的超导性能而闻名。相较于传统的低温超导体，高温超导体的发现引发了对超导技术的全新探索和应用前景的广泛兴趣，自 1911 年以来的超导体及转变温度如图1(a)所示 [5]。

YBCO 的超导临界温度 (临界温度是材料在该温度以下才会表现出超导性) 通常在 90K 左右 (-183°C)，这相对于低温超导体的液氮温度要高得多。这种相对较高的临界温度使得 YBCO 在实际应用中更加便利，因为液氮是一种相对廉价和易获得的冷却介质。

YBCO 的结构是复杂的，它是一种多相氧化物，其化学组成是  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ 。其中，钇 (Yttrium)、钡 (Barium) 和铜 (Copper) 的不同比例及氧的缺陷会影响材料的超导性能，其基本结构如图1(b)所示 [6]。

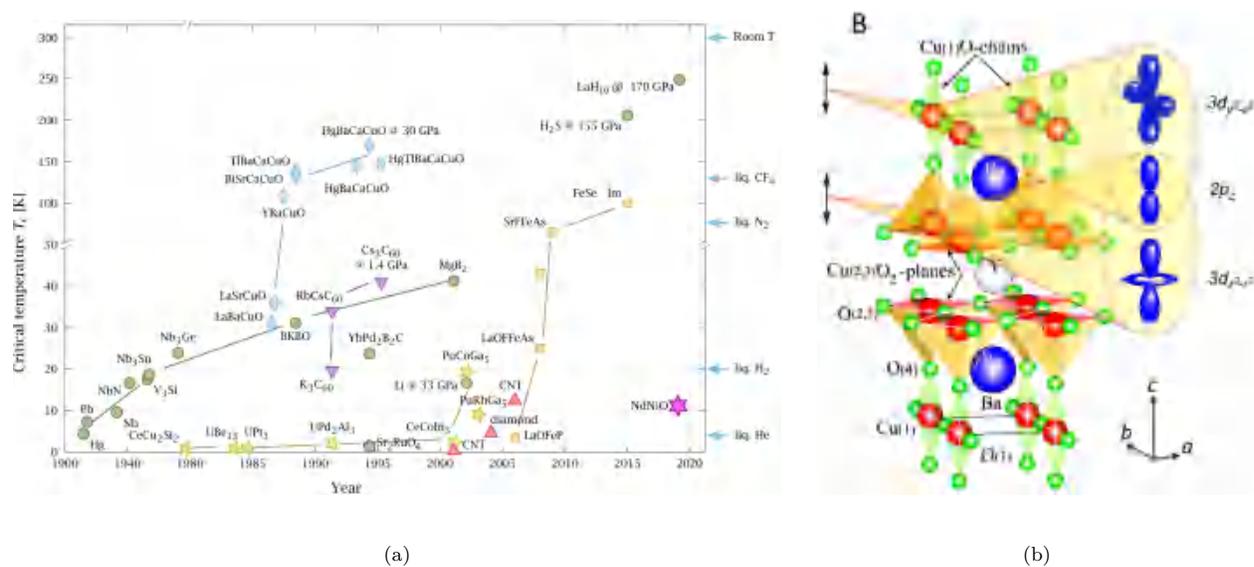


图 1 (a)1911 年以来的超导体及转变温度 (b)YBCO 原子结构

Fig. 1. (a) Superconductors and transition temperatures since 1911 (b) YBCO atomic structure

### 2.2 常用方法

制备 YBCO 的原料中，必然含有 Y、Ba、Cu，O 可以由氧气或空气提供，经过文献查阅，一般使用原料一般为  $Y_2O_3$ 、 $BaCO_3$ ( $Ba(NO_3)_2$ 、 $BaO$ )、 $CuO$ ( $Cu(NO_3)_2 \cdot 3H_2O$ ) [7,8]。

不仅制备原材料有多种选择，制备途径更是多种多样，比如有熔融法 [9]、脉冲激光沉积 (PLD) [10]、固相反应法 [8,11] 等。

## 2.3 实验方案及理论

在本次实验中，我们采用单次烧结的固相反应法进行实验。

### 2.3.1 实验仪器

在制备 YBCO 过程中使用到的仪器为压片机 (图2(a))、压片模具 (图2(b))、天平及研钵 (图2(c)) 和马弗炉 (图2(d))。

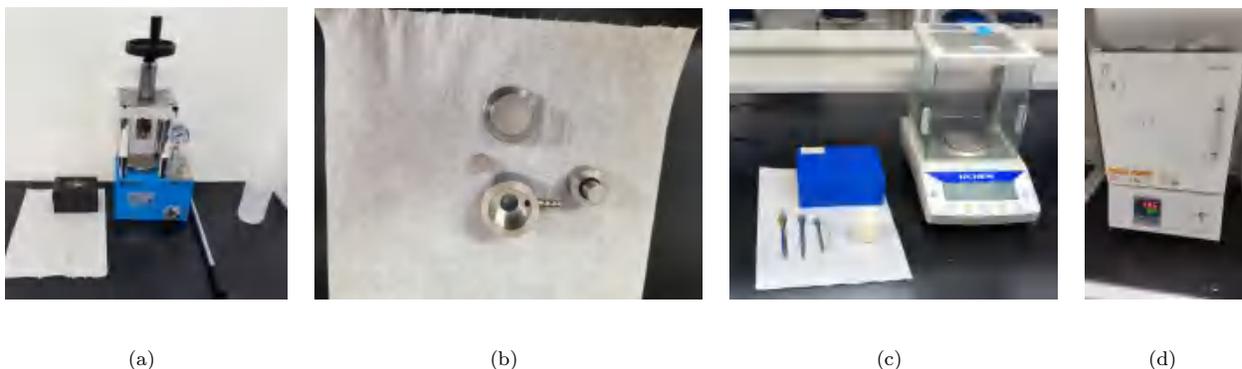


图 2 (a) 压片机 (b) 压片模具 (c) 天平及研钵 (d) 马弗炉

Fig. 2. (a) Tablet press (b) Tablet press mold (c) Balance and mortar (d) Muffle furnace

### 2.3.2 实验方案

首先，将原料进行配比，使用纯度为 99.9% 以上的  $Y_2O_3$ 、 $BaCO_3$  及  $CuO$ ，且按照  $Y : Ba : Cu = 1 : 2 : 3$  的摩尔比进行配比。在真实实验中，我们利用天平进行称量，配比量如表1所示，目标制备粉末总量为 1.5g。

表 1 各种材料的实验配比

Table 1. Experimental proportioning of various materials

类型	$Y_2O_3$	$BaCO_3$	$CuO$	总重
理论含量/g	0.2270	0.7933	0.4797	1.5000
样品 1 含量/g	0.2280	0.7940	0.4806	1.5026
样品 2 含量/g	0.2275	0.7934	0.4798	1.5007

接着，我们将称量好的原料放在玛瑙研钵中混合均匀，并充分研磨。首先氧化钇和氧化铜粉末放置在玛瑙研钵中进行充分混合研磨，直至粉末变成均匀的灰色。接着将碳酸钡加入研钵中，继续研磨直至使得粉末变成灰色且粒径分布较为均匀，此时不再出现黑色或白色的粉末痕迹，研磨持续时间应大于 1h。

将混合研磨后的粉末倒入压片模具，置于压片机中进行压片，将压力控制在 5MPa 并保持 2 分钟左

右，至此样品已经变成片状，可以进行烧结。

这里采用单次烧结法，将压片后的样品装入陶瓷坩埚，放入马弗炉中心，由于采用单次烧结，因此我们尽量延长烧制时间，升温 9.5h 至 935°C，恒温 20h，接着降温 3h 至 500°C 并恒温 5h，最后自然冷却，保证烧制更加充分。具体的烧制曲线如图3所示。

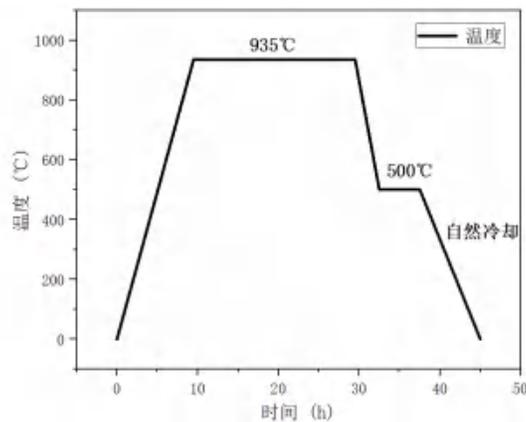


图 3 烧制曲线

Fig. 3. Firing Curve

在烧结过程中，反应物通过固相反应形成 YBCO 相，产生坚硬的黑色块状物。

### 2.3.3 制备理论

烧制的反应式为



在高温加持下，碳酸钡会转化为氧化钡，从而与氧化铜开始进行反应，反应相图如图4所示 [11]。

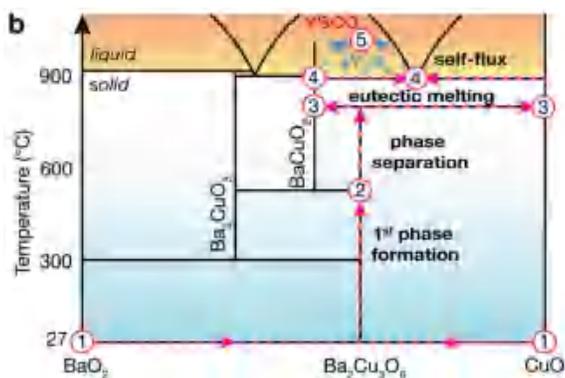


图 4 反应相图

Fig. 4. Reaction phase diagram

可以看到，当碳酸钡分解后，在不同温度下逐渐向 YBCO 进行合成，在大于 900°C 下以及合适的材料供应时能够合成 YBCO 高温超导体。

### 3 电输运测量

在制备好材料之后，我们将其敲碎，选取与长方体较为相似的块状材料，连接金丝，进而进行电阻测量，连接示意图如5(a)所示

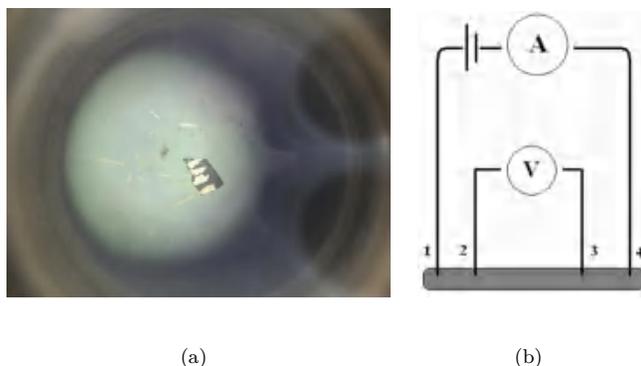


图 5 四线法测量电阻 (a) 实验图 (b) 原理图

Fig. 5. Measurement of resistance by four-wire method (a) Experimental diagram (b) Schematic diagram

根据图5(b)，四线法也称四端子开尔文检测或四点探针法，是一种电阻抗精密测量技术。

其基本原理是，用一对测试线接电流源，另一对测试线把被测电阻上电压降引入万用表进行测量。电流源与被测样品，测试线 1 和 4 构成回路，但送至万用表两端的电压包括被测样品中央的两端电压以及连接线 2 和 3 的电压，不过由于电压表本身内阻较高，因此连接线 2 和 3 对测量电压的影响很小，所以能够避免较大的测量电阻，大幅提高测量精度。

实验中利用低温测试仪对样品一进行了电阻测试 (因为样品二借给了其他组)，利用液氮进行循环制冷，实验结果如图6所示

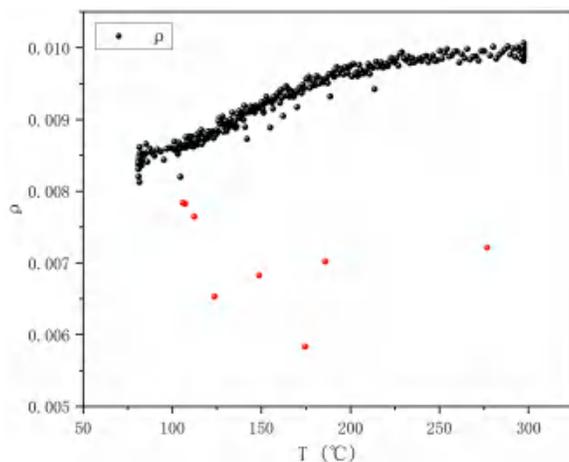


图 6 样品一电输运测量结果

Fig. 6. Sample 1 Electrical Transport Measurements

可以看到，随着温度的下降，电阻率逐渐降低，呈现出金属特性，但并未发生超导转变，这也是在我们意料之中的。因为实验中采用固相反应法，进行单次烧结，而这种方法难以保证材料具有较高的纯度，倘若采用我们在先前介绍的二次烧结，或许能够进行超导。

图6中的红色点为误差点，可以看出其已经远远偏离正常的测量曲线，可能是由于接触不良或者仪器的波动导致的，因为整体电阻较小，故小波动也会产生相对较大的误差。

## 4 X 射线衍射表征

在凝聚态物理中，X 射线衍射是一种材料检测的重要手段。实验中我们将电输运测量的剩余样品研磨成粉，装入模具中，利用 Empyrean 的智能 X 射线衍射仪，进行了 X 射线衍射表征，仪器如图7所示。

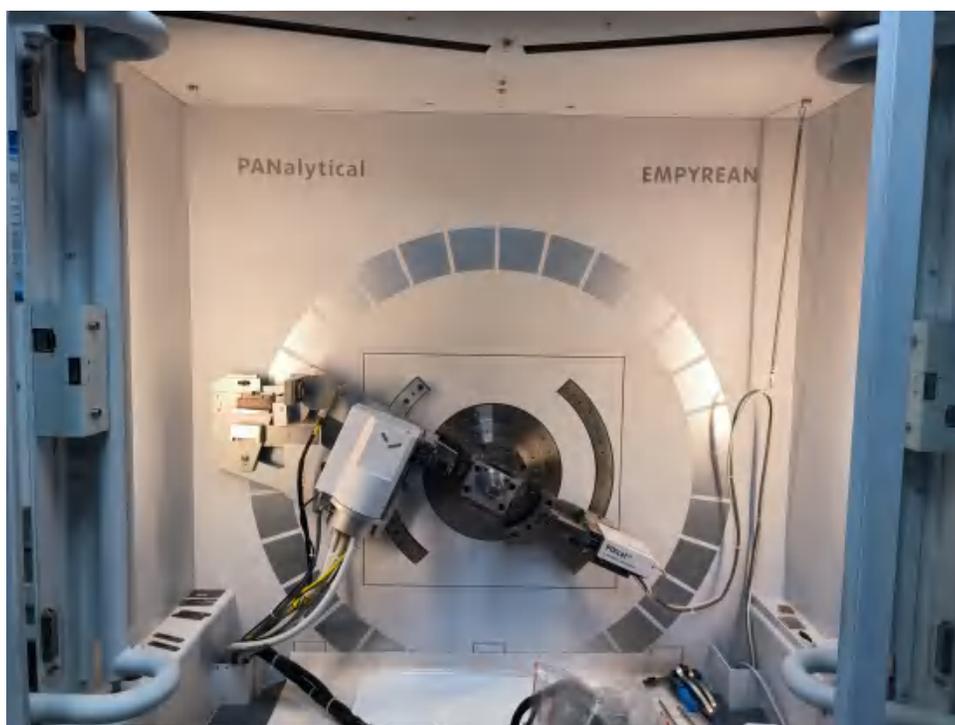


图 7 智能 X 射线衍射仪

Fig. 7. Intelligent X-ray Diffractometer

Bragg 衍射基于晶体中原子排列的周期性。晶体中的原子排列成规则的三维结构，形成一系列平行的晶面。X 射线照射到晶体时，一部分射线会被晶面上的原子反射。当这些反射波在某些条件下发生相干干涉时，就会形成明显的衍射峰。

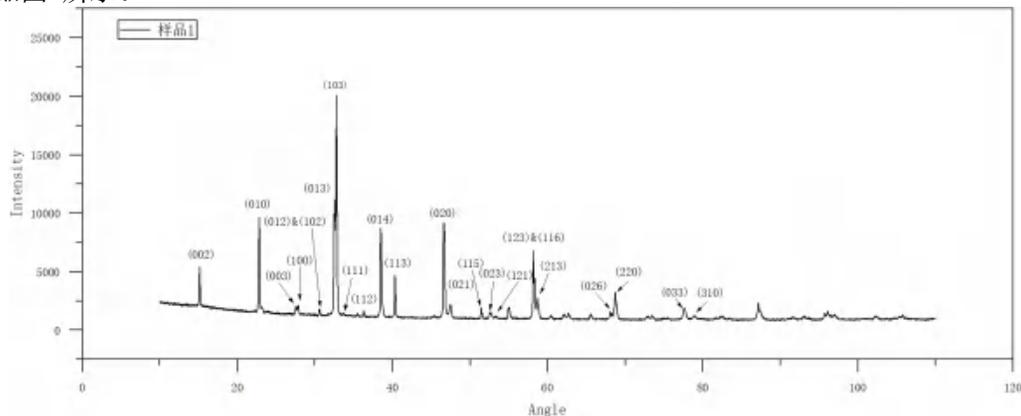
假设有两条平行晶面，面间距为  $d$ 。当一束波长为  $\lambda$  的 X 射线以入射角  $\theta$  入射时，波在第一个晶面上反射出射，并在第二个晶面上也发生反射。对于反射波彼此相干干涉，需要路径差为波长的整数倍。则

有

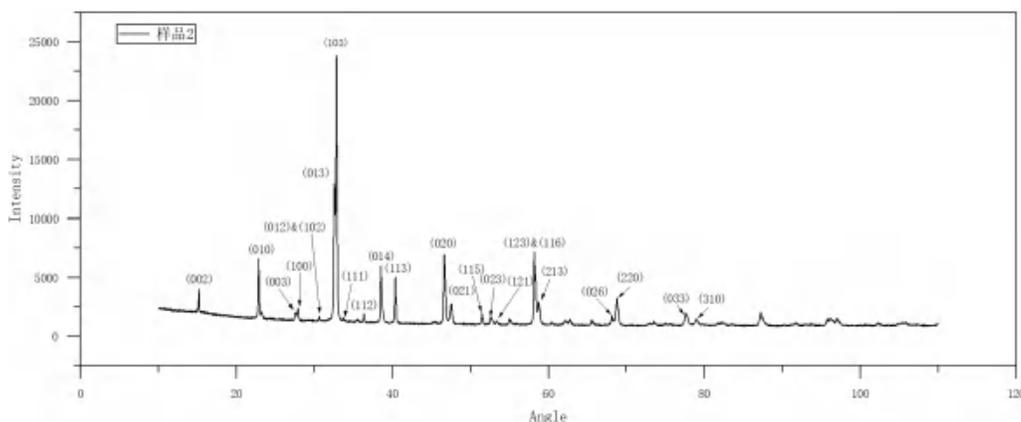
$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (1)$$

为 Bragg 公式。当 X 射线照射到晶体时，晶体内部的每一个晶面都可以看作是一个反射镜面。入射 X 射线被这些晶面反射，只有当这些反射波的路径差满足 Bragg 定律时，才会在空间中形成强烈的衍射峰。

首先我们进行物相表征，根据两篇文献中纯的 YBCO 样品 XRD 结果 [12,13]，标注衍射极强对应的晶面，结果如图8所示。



(a)



(b)

图 8 物相表征 (a) 样品 1(b) 样品 2

Fig. 8. Physical phase characterization (a) Sample 1 (b) Sample 2

其中某些小峰并未标出，有些是文献中不存在的，还有些是文献中并未标注的。这些未标注小峰部分可能是由于杂质产生的，而部分为衍射效果较小的晶面产生的，但经过对比可以看出，我们烧制的样品主成分应为 YBCO。接着我们进行精修，进而确定我们制备的物质成分。

我们利用 GSAS-II 软件对样品 1 进行精修，因为电输运测量也是对样品 1 进行的，这样可以保证数据统一。

通过网上下载仪器文件并导入相关 CIF 文件，接着拟合背景，并对晶格常数等进行精修拟合，注意选取球谐函数，不断重复精修拟合，直到参数达到最优化。最终拟合结果  $Rw = 5.166$ ,  $\chi^2 = 3.557$ ，拟合结果较好。其精修结果及晶格如图9所示

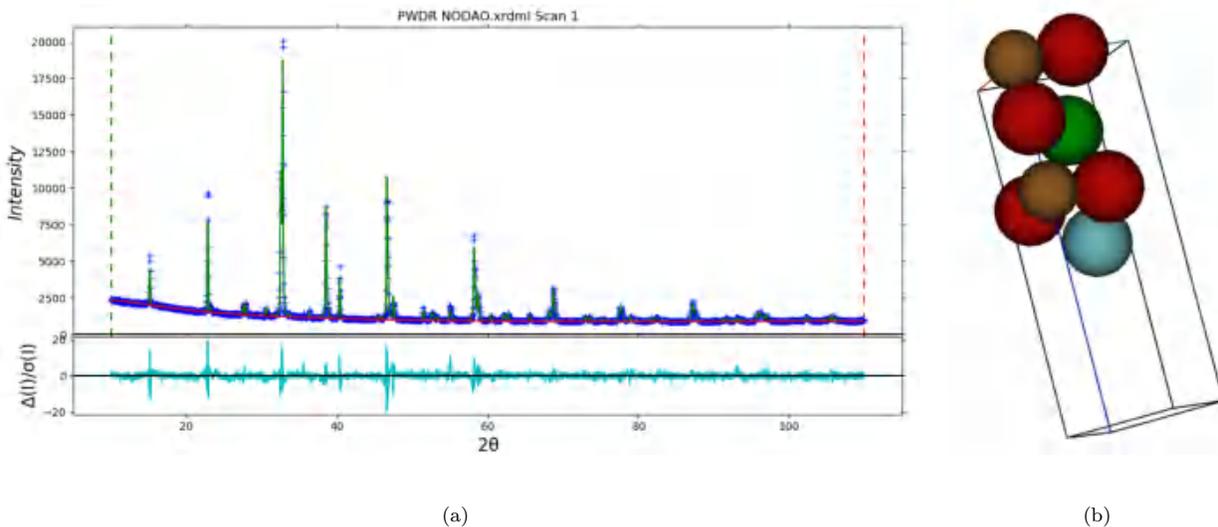


图 9 (a)XRD 精修结果 (b) 晶格样式

Fig. 9. (a) XRD refinement results (b) Lattice style

其晶格参数与标准值的对比如表2所示

表 2 晶格参数

Table 2. Lattice parameter

	精修数据	标准数据
晶格常数 (a b c)/Å	(3.82707 3.88485 11.67353)	(3.82000 3.88600 11.69600)
夹角/°	(90.0000 90.0000 90.0000)	(90.0000 90.0000 90.0000)
原胞体积/Å <sup>3</sup>	173.558	173.6215
晶体群	Pmmm	Pmmm

经过对比，晶格参数与标准值基本吻合，并且由图9可以看出，基本所有的峰值均被拟合，只是个别强度有所差别，这可能是由于杂质存在导致的，这也是实验中难以避免的。

经过 XRD 精修，我们可以基本认定制备材料的主要成分为 YBCO，但其并未超导的原因可能是由于杂质的存在或者是因为氧缺位不满足超导要求导致的。

## 5 讨论部分

### 5.1 结果分析

在本次实验中，我们所制备的 YBCO 样品并未超导，这可能是由很多潜在的问题导致的：

1、碳酸钡较难进行研磨，使用碳酸钡进行充分研磨一般需要 12h 以上<sup>[14]</sup>，而实验中仅仅研磨 1-2h，这显然是不够充分的，但由于 BaO 在空气中较难稳定，容易与水蒸气进行反应，因此为使用高品质的前驱物我们只能选取纯度较高的 BaCO<sub>3</sub>。

2、YBCO 的分解温度约为 1010°C，而 BaCO<sub>3</sub> 能够完全分解为 BaO 的温度约为 1400°C，尽管在实验中我们增大了保温时间，但也难以保证碳酸钡能够完全转变为 BaO 并参与固相反应。

3、实验中由于采用单次烧结，很难保证材料纯度较高，这在很多文献中都进行过说明，一般二次烧结能够大幅度提高样品纯度，从而获得所需样品。

4、实验中我们使用天平进行称量，称量结果难免与理论结果有差距，难以保证样品比例为理想值，这也造成样品的剩余，从而产生一定的杂质。并且仪器也有一定的波动，难以保证测量结果是完全精确的。

### 5.2 实验思考

实验还有很多改进点，如改进实验方案，采用合成纯度更高的方法，或者多次进行实验，摸索最佳实验条件，或同时进行多样品实验，消除一定的偶然误差。

## 6 结论

在本次实验中，我们采用单次烧结的固相反应法尝试制备高温超导体，并进行了电输运测量及 XRD 表征，完成了凝聚态实验的一个基本流程。

在电输运测量中，虽然结果并未超导，但仍然呈现出了很好的金属趋势，这可能是由于杂质过多导致的，且在 XRD 表征中，经过数据精修可以基本确定样品主要成分为 YBCO。

总的来说，本实验还有很多可以改进的方向，比如制备方法中的细节条件等，在今后若有机会还有很多可以探究。

## 参考文献

- [1] Onnes H K. Investigations into the properties of substances at low temperatures, which have led, amongst other things, to the preparation of liquid helium[J]. Nobel lecture, 1913, 4: 306-336.
- [2] Bednorz J G, Müller K A. Possible high Tc superconductivity in the Ba– La– Cu– O system[J]. Zeitschrift für Physik B Condensed Matter, 1986, 64(2): 189-193.
- [3] Wu M K, Ashburn J R, Torng C J, et al. Superconductivity at 93 K in a new mixed-phase Y-Ba-Cu-O compound system at ambient pressure[J]. Physical review letters, 1987, 58(9): 908.
- [4] Sun H, Huo M, Hu X, et al. Signatures of superconductivity near 80 K in a nickelate under high pressure[J]. Nature, 2023, 621(7979): 493-498.
- [5] Magnuson, M., Schmitt, T., Strocov, V. et al. Self-doping processes between planes and chains in the metal-to-superconductor transition of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>6.9</sub>. Sci Rep 4, 7017 (2014).
- [6] Niels Bohr , Structural investigation of  $La_{2-x}Sr_xCuO_{4+y}$  Following staging as a function of temperature. Faculty of Science, University of Copenhagen.(2015).
- [7] L.C. Pathak, S.K. Mishra, D. Bhattacharya, K.L. Chopra, Synthesis and sintering characteristics of Y–Ba–Cu-oxide superconductors, Materials Science and Engineering: B, Volume 110, Issue 2, (2004).
- [8] 张选民, 郭娟, 赵会仙, et al. 固相反应法制备高温超导材料 YBCO 实验的研究 [J]. 大学物理实验, 2011, 024(006):1-5.
- [9] 刘奉生 牟慧麟. 熔融法制取  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$  多晶超导体 [J]. 稀有金属材料与工程, 1989, (4).
- [10] Stangl, A., Palau, A., Deutscher, G. et al. Ultra-high critical current densities of superconducting  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$  thin films in the overdoped state. Sci Rep 11, 8176 (2021).
- [11] Miura, et al. Observing and Modeling the Sequential Pairwise Reactions that Drive Solid-State Ceramic Synthesis. Advanced Materials, (2021).
- [12] Howe, Brent A. Crystal Structure and Superconductivity of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub>. Minnesota State University, Mankato. (2014).
- [13] Alok K. Jha, Neeraj Khare. Strongly enhanced pinning force density in YBCO–BaTiO<sub>3</sub> nanocomposite superconductor. Physica C Superconductivity 469(14):810-813, (2009).

[14] P. Grant, in *New Scientist* (July 30 issue), 1987, p.36.

# Preparation and Characterization of YBCO Based on Solid-Phase Reaction Methodology

Shangrun Lu<sup>1)</sup> Ning Zhao<sup>1)2)</sup> Yuanhao Gong<sup>1)2)</sup> Tianjian Peng<sup>1)2)</sup>

1) (*Sun Yat-sen University, School of Physics, Guangzhou 510275, China*)

2) (Experimental Collaborators)

## Abstract

In this study, the high-temperature superconductor YBCO was prepared by single sintering based on the solid-phase reaction method. electrical transport measurements were carried out using the four-wire method, and X-ray diffraction (XRD) characterization was performed to refine the data. Although the results show no superconductivity and further optimization of the experimental protocol is needed, this experiment carries out a more complete condensed matter experimental procedure for beginners.

**Keywords:** YBCO, Solid-Phase Reaction, H-T Superconductivity, X-ray Diffraction

# 宇生 $\mu$ 子的寿命测量实验

路尚润<sup>1)</sup> 赵宁<sup>1)2)</sup> 巩元昊<sup>1)2)</sup> 彭天健<sup>1)2)</sup> 洪炫<sup>1)2)</sup> 赵锦涛<sup>1)2)</sup>

1) (中山大学物理学院, 广州, 中国 510275)

2) (实验合作者)

本实验旨在通过测量宇生  $\mu$  子的衰减特性并测量其寿命, 其具有高能量和强穿透能力, 广泛应用于粒子物理和宇宙线研究。在本次实验中, 利用两个闪烁体以及四个 SiPM 对  $\mu$  子进行探测并构建衰变事例, 观测到了真实存在的  $\mu$  子衰变事例。本实验为  $\mu$  子相关实验研究提供了基础支持, 并尝试提出了一些思考。

**关键词:** 宇生  $\mu$  子, 粒子衰变, 光电倍增管

**PACS:** 29.40.Cs

## 1 引言

宇生  $\mu$  子 (muon) 是高能宇宙射线与地球大气层中的原子核发生相互作用产生的次级粒子。 $\mu$  子是一种重子的同位素, 具有较大的质量和长的寿命, 因此在穿越大气层和其他物质时表现出显著的穿透能力。由于这些特性,  $\mu$  子在粒子物理、宇宙线研究以及各种应用科学领域中具有重要的研究价值<sup>[1]</sup>。

宇生  $\mu$  子的研究对于理解宇宙射线的性质和起源至关重要。 $\mu$  子还广泛应用于高能物理实验、材料透视和地质勘探等领域<sup>[2]</sup>, 其高穿透力使其能够穿透厚重物质, 提供内部结构的信息<sup>[3,4]</sup>。

本实验的目的是通过对宇生  $\mu$  子的探测和测量,

研究其衰变过程, 测定其寿命。通过对实验数据的分析, 我们希望能够深入理解宇生  $\mu$  子的产生机制和传播规律, 为未来的高能物理和宇宙线研究提供可靠的数据和理论依据。

## 2 缪子简介

### 2.1 缪子的发现

缪子 (英文为 Muon, 又称  $\mu$  子) 最初叫做 Mesotron, meso 取自希腊字母, 意为“中间的”, 即处于中间状态的粒子。由两位美籍物理学家 C.D. Anderson 和 S. Neddermeyer 于 1936 年在加利福尼亚理工学院的实验室发现<sup>[5]</sup>。他们在做宇宙线实验

时发现了一种前所未见的现象，带负电荷的粒子在磁场中的偏转与已知的粒子完全不同，即假设它带的电荷与电子相同，在相同速度下其弯转曲率半径要大于电子，但是比质子要小。这就意味着这种粒子的质量要比电子大，却比质子小。

因为质量介于质子和电子二者之间，一开始  $\mu$  子被叫做  $\mu$  介子。在粒子物理标准模型 (Standard Model, SM) 建立后，“ $\mu$  介子”被划归为轻子的一种，称为  $\mu$  子，静止时平均衰变寿命为  $2.2\mu\text{s}$  [6,7]。

## 2.2 缪子的产生

$\mu$  子的衰变特性使得其无法存在于自然界，目前只有两种产生  $\mu$  子的方式：宇宙射线和加速器。它们的本质是相同的，都是通过高能质子束轰击靶粒子获得  $\pi$  介子， $\pi$  介子衰变后得到  $\mu$  子。

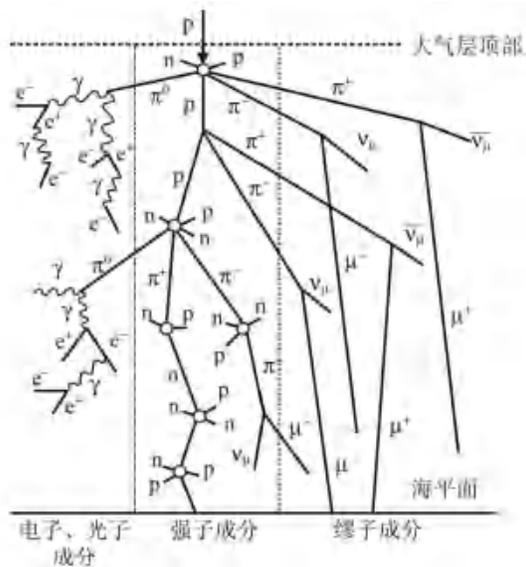


图 1 宇宙线缪子的产生原理

Fig. 1. The principle of cosmic ray muon production

从宇宙深处射来的粒子流中有质子，能量较高，到达地球时会与地球大气层中的原子核发生相互作用，产生  $\pi$  介子，继而衰变为  $\mu$  子和其他粒子， $\mu$  子会继续沿着质子来时的方向以相对论速度前行至地面，深入地下几十米甚至几百米深的地方，如图1所示。在海平面，每平方厘米每分钟平均会接收到一个  $\mu$  子。

## 2.3 衰变性质

设一种粒子在  $dt$  时间内的衰变数  $dN$  和粒子在此时刻  $t$  的粒子总数  $N(t)$  成正比 [8]，即：

$$-dN = \lambda N dt \quad (1)$$

或

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad (2)$$

其中， $\lambda$  称为衰变常数。上式是一个关于  $N$  的一阶微分方程，其通解为：

$$N(t) = N(0) \exp(-\lambda t) = N(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (3)$$

其中  $N(0) \equiv N(t=0)$  为在开始计时那一时刻的粒子总数； $\tau \equiv 1/\lambda$ ，称为粒子寿命。

事实上， $\tau$  并不是某个粒子的实际寿命，因为粒子何时衰变是一个概率问题，无法预知（路径积分的获取也是不可能的）。 $\tau$  是一个统计学上的特征时间，其物理含义是指大量粒子数量减少到原来的  $1/e$  所需的时间。此式可以转换为衰变概率，进而可以利用曲线拟合获得粒子寿命。

粒子的衰变方式一般不仅仅局限为一种， $\mu$  子

的衰变过程也是不唯一的，亦即  $\mu$  子可以衰变成不同的末态粒子，要想探测  $\mu$  子的衰变，就要去探测  $\mu$  子衰变形成的各种末态粒子。

通常把一种衰变过程称作一种衰变道 (decay channel)，同时也可以引入分支比。首先，衰变宽度  $\Gamma = 1/\tau$ ，一条衰变道对应一个衰变宽度，总的衰变宽度为  $\Gamma = \sum \Gamma_i$ 。进而可以定义分支比

$$B = \frac{\Gamma_i}{\Gamma} \quad (4)$$

其代表某个固定时间间隔  $t$  内，衰变道  $i$  的事例数在总的衰变事例数中所占的比例。表1给出  $\mu$  子的各种衰变道以及分支比。

表 1 缪子衰变道及对应的分支比

Table 1. Fitting Result

$\mu^-$ 的衰变道	分支比 $\Gamma_i/\Gamma$
$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$	$\approx 100\%$
$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu + \gamma$	$(6.0 \pm 0.5) \times 10^{-8}$
$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu + e^+ + e^-$	$(3.4 \pm 0.4) \times 10^{-5}$

### 3 实验装置及原理

#### 3.1 探测器的核心部件——塑料闪烁体

塑料闪烁体是一种用于探测和测量放射性粒子的材料。它通常由透明的有机塑料制成，当高能粒子通过时，会发出可见光。这种现象被称为闪烁 (scintillation)。

其主要特点有：

1、高光输出：塑料闪烁体能将高能粒子的能量转化为可见光，产生高强度的光输出。

2、快响应时间：闪烁体对粒子穿过的响应时间很短，通常在纳秒级，因此适合用于高速粒子探测。

3、机械强度高：塑料闪烁体具有较高的机械强度，易于加工和成型，可以制成各种形状和尺寸的探测器。

4、透明性质：材料本身具有良好的透明性，有利于光的传输和收集。

塑料闪烁体通常由一种或多种有机化合物（如苯乙烯或聚苯乙烯）和少量的荧光剂（如 PPO 和 POPOP）组成，荧光剂负责将高能粒子引起的激发能量转换为可见光。

当高能粒子（如电子、质子、伽马射线等）穿过塑料闪烁体时，会将能量传递给塑料分子，激发它们到高能态。这些分子随后返回基态，释放能量以光子的形式发出。这些光子被称为闪烁光，可以通过光电倍增管 (PMT) 或光电二极管 (PD) 等光探测器检测到。图2是实验室中使用的有机塑料闪烁体样本。

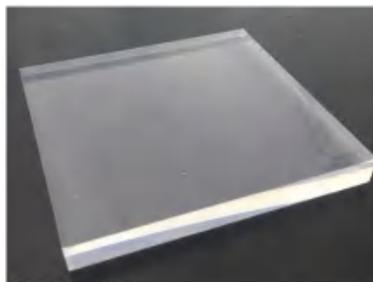


图 2 实验中使用的闪烁体

Fig. 2. The scintillator used in the experiment

#### 3.2 光电倍增管

光电倍增管 (Photomultiplier Tube, PMT) 是一种用于检测和放大微弱光信号电子设备。它能

够将光子转换成电子信号，并通过电子倍增过程将信号显著放大。光电倍增管广泛应用于高能物理实验、医学成像、天文学、核物理等领域。

光电倍增管的主要组成部分包括光电阴极、倍增器、阳极和玻璃管，如图3所示。光电阴极是光电倍增管的关键部分，当光子打在光电阴极上时，会释放出光电子。倍增器是一系列电极（称为倍增极）组成的系统，光电子在加速电场的作用下，依次打在这些倍增极上，每次碰撞会释放出更多的二次电子，从而实现电子倍增。阳极则负责最终收集所有的倍增电子，形成一个放大的电信号。这些内部结构通常封装在一个真空玻璃管内，以确保电子在真空中自由运动，避免空气分子的干扰。



图 3 光电倍增管实物图

Fig. 3. Photomultiplier tube real object image

光电倍增管的工作原理可以分为几个步骤：首先是光电效应，当入射光子打在光电阴极上时，光电阴极材料吸收光子的能量并释放出光电子。这些光电子在电场的作用下被加速，撞击第一个倍增极，释放出多个二次电子。这些二次电子继续被加速，依次撞击后续倍增极，每次碰撞都会产生更多的电子。

通常一个光电子通过多个倍增极后，最终会产生数百万个电子，所有这些倍增的电子最终被阳极收集，形成一个放大的电流信号，这个信号与入射光子的强度成正比。

闪烁体发光强度较小，而利用光电倍增管，可以将闪烁体发出的微弱光收集，并进行放大，进而可以被电子设备读取，实现事例的构建。本实验使用 Si 光电倍增管进行光放大，实现衰变信号的读取。

## 4 实验结果

### 4.1 光电倍增管增益测量

为探测光电倍增管地增益，我们将其放在完全无光的情况下，此时光电倍增管的暗计数完全由热电子发射引发，则我们能通过统计光电倍增管产生信号的电压以及时间进行积分从而得到放大后的电荷量，进而计算光电倍增管的放大系数。

实验中通过采集数据，绘制出数据直方图，并利用 Gauss 拟合拟合出其放大信号的中心平均值，结果如图4所示

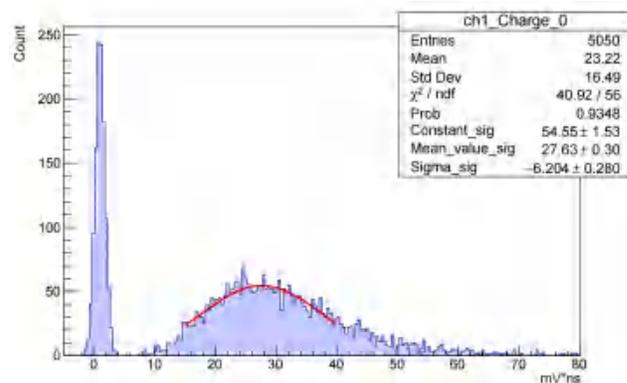


图 4 光电倍增管测试结果

Fig. 4. Photomultiplier Tube Test Results

读出其电子捕获后放大电压的中心值，为

$$Mean_{sig} = 27.63mV \quad (5)$$

则利用换算公式可知，光电倍增管的放大倍数，即增益为

$$Gain = \frac{Q}{e} = \frac{Vt}{eR} = 3.45 \times 10^6 \quad (6)$$

可以看到其量级为  $10^6$ ，能够实现较好的放大效果。需要注意的是，这里测量的光电倍增管为已有的样品，并非我们后面仪器中所使用的。

## 4.2 仪器构建及测试

实验中我们一步步搭建仪器，首先焊接了光电倍增管的读入读出器件，其被固定在长条形闪烁体的两侧。其基本原理是硅光电倍增管接收到光子后，输出峰值电压。

读出的 PCB 板如图5所示



图 5 光电读取器件

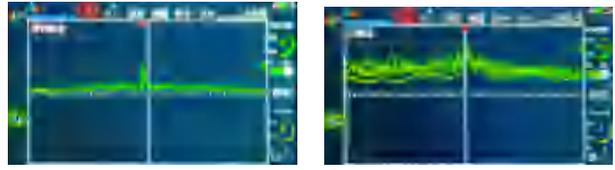
Fig. 5. Optoelectronic reader device

焊接好后，我们对其光放大特性进行测量，分别测量了单个板的两个输出端口的有噪声输出和单光子输出，结果如图6所示



(a)

(b)



(c)

(d)

图 6 光电探测信号输出结果 (a)1 通道单光子 (b)1 通道多光子 (c)2 通道单光子 (d)2 通道多光子

Fig. 6. Output results of optoelectronic detection signals (a) Single-photon in 1 channel (b) Multi-photon in 1 channel (c) Single-photon in 2 channels (d) Multi-photon in 2 channels

可以看出，不同通道的信噪比有着一定的差距，图6(a)和图6(b)均为 1 端口，其输出信号相对噪声更强，效果较好，且在多光子时也能清晰地分辨出放大的电信号。而对于接口 2，可以看出其信噪比较低，在多光子接收时甚至无法明确分辨实验中所需的电信号。

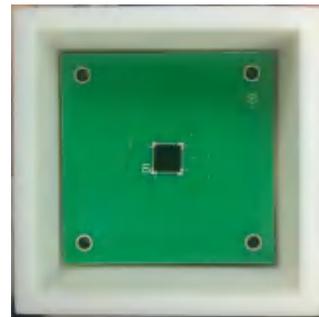


图 7 模具中的硅光电探测器

Fig. 7. Silicon photodetector in the mold

接着我们 PCB 装入模具，在硅光电倍增管表面涂上硅油，安装到模具中，如图7所示。同时将闪烁体两侧安装光电探测器，并进行密封，成品如图8所示

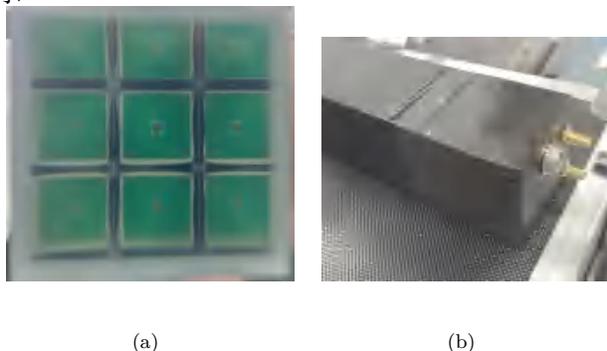


图 8 成品 (a) 单侧安装后通过闪烁体的观测图 (b) 安装好光电探测设备闪烁体

Fig. 8. Finished product (a) Observation diagram through the scintillator after single-sided installation (b) Scintillator with installed optoelectronic detection equipment

最后，我们将两个探测器叠加在一起，且方向摆正，保证其发生较少的反射从而减少由于介质界面导致的损耗。同时将探测器两侧四个端口分别接入计算机进行记录。

### 4.3 数据分析

在实验中，我们将较大的闪烁体放于底部，而较小的闪烁体放在顶部，增大对倾斜入射的  $\mu$  子探测概率。同时，我们也将一块铅板放于闪烁体下侧。由于铅具有较大的质量以及很高的密度，射线难以透过，故对于一些  $\mu$  子，当其经过两块闪烁体后，大概率会被铅板阻挡，从而停留进行衰变。

而衰变后的电子回抵达下侧闪烁体，从而被检测到。则我们可以利用上下两侧闪烁体均发出一个高峰以及下侧闪烁体发出一个矮峰出现的信号构建  $\mu$  子衰变事例。

在实验中，我们一共进行了四次数据记录，其结果如图9所示

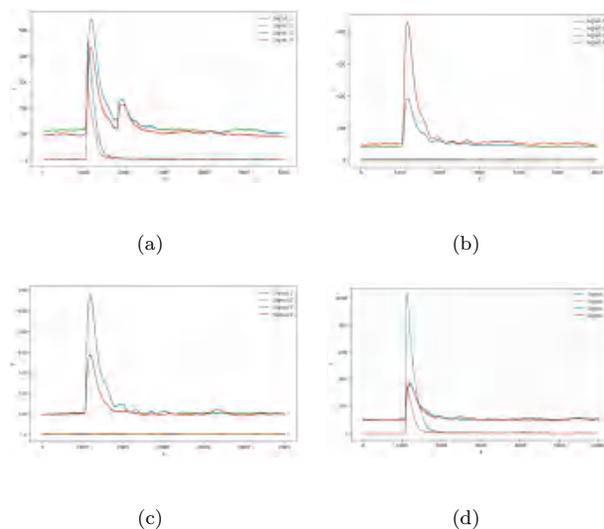


图 9  $\mu$  子衰变事例数据 (a)1(b)2(c)3(d)4  
Fig. 9. Muon decay data (a)1(b)2(c)3(d)4

对于这些事例，数据 1 是真正的缪子衰变事例，其信号产生过程为：

缪子穿过上侧闪烁体，从而在通道 1 与通道 2 中产生信号；接着再次穿过下侧闪烁体，在通道 3 与通道 4 中产生信号，然后被铅板阻隔，停留一段时间后衰变放出电子，再次被下侧闪烁体捕捉，从而在通道 3 与 4 中产生较弱的信号。根据通道 3、4 中信号产生的时间间隔，进行统计分析，即可估算缪子寿命。但在本实验中由于时间有限，我们只捕捉到了有限的衰变事例，故不再进行统计分析。

除了如数据 1 所示的缪子衰变事例，实际上我

他们还捕捉到其他的许多事例，显然其并非缪子衰变而产生的，有可能是宇宙中的其余高能粒子或者电子产生的信号，或者是由于缪子斜向入射穿出闪烁体从而未被铅板捕获而产生的信号。

## 5 讨论部分

### 5.1 结果分析

在本次实验中，我们很好地建立了缪子探测器，并且探测到了缪子衰变事例，实验十分完整，倘若有时间构建更多的事例进行统计分析则本次实验会更有价值。

### 5.2 实验思考

实验中布置了三道思考题，我们在此进行解答。

#### 1、测量缪子寿命有什么意义和应用？

首先，缪子属于基本粒子，对基本粒子标准模型的验证有价值。同时由于缪子的衰变是弱相互作用，可以利用寿命确定费米常数。

其次，缪子在实际应用中有许多价值。在材料学中，由于缪子的大质量和携带单位负电荷，可以测量缪子在磁性材料中的磁共振谱进而确定材料性质，比如内场。

不仅在材料学中其有应用，其在成像领域也有很多应用价值。比如利用透射测量物品的内部结构，进行瑕疵检测或者不可见区域的勘测。

#### 2、缪子和电子的穿透深度对比？

缪子的穿透深度大于电子的穿透深度，这归因

于他们的质量和相互作用形式：

首先，缪子的质量约为电子的二百倍，其与原子的相互作用相对较弱，不会发生大角度散射，保证了其轨迹的不变性。

其次，能量损失方式不一致，电子相比于缪子，与原子作用的能量损失方式除了激发到高能态，还可以被减速而放出光子，这也是韧致辐射产生 X 射线的方式，这种作用会导致电子损失更多的能量，减小穿透深度。

最后，电子与原子核相互作用会有较强的库伦散射，而缪子并不会散射，因此电子运动轨迹较短且弯曲。

3、焊接中遇到的两个复杂元件是什么？有没有更好的选择？

首先，标号 681 的元件为电感，其数值为  $68 \times 10^1 \mu\text{H}$ ，即  $680 \mu\text{H}$ 。其次，右侧标有 330VFTB03 的元件为电解电容，其大小为  $33 \times 10^0 \mu\text{F}$ ，即  $33 \mu\text{F}$ 。

元件大小应当由电路结构进行分析，电容和电感可能是为了滤波，也可能有其他用途。由于我们并没有电路结构，因此在此不再过多赘述。

## 6 结论

在本次实验中，我们首先搭建了缪子探测装置，利用闪烁体捕获缪子，并将其闪烁出的光子利用光电倍增管捕获，利用四通道输出构建缪子衰变事例，分析了现象，实验十分完整。

## 参考文献

- [1] 陈羽, 杜希尔, 罗光, 等. 缪子探测及其多学科应用 [J]. 物理实验, 2019, 39(10): 1-15. DOI: 10.19655/j.cnki.1005-4642.2019.10.001.
- [2] Accettura C, Adams D, Agarwal R, et al. Towards a muon collider[J]. The European Physical Journal C, 2023, 83(9): 864.
- [3] 于百蕙. 宇宙线缪子成像图像重建与成像质量分析方法研究 [D]. 清华大学, 2016.
- [4] 王炜, 常劲帆, 刘湘, 等. LHAASO 缪子探测器阵列读出电子学系统研制 [J]. 核电子学与探测技术, 2015, 35(05): 452-456.
- [5] Neddermeyer S H, Anderson C D. Cosmic-ray particles of intermediate mass[J]. Physical Review, 1938, 54(1): 88.
- [6] Nagamine K. Introductory muon science[M]. Cambridge University Press, 2003.
- [7] Eidelman S, Hayes K G, Olive K A, et al. Review of particle physics[J]. Physics letters B, 2004, 592(1-4): 1-5.
- [8] Jegerlehner F, Nyffeler A. The muon  $g-2$ [J]. Physics Reports, 2009, 477(1-3): 1-110.

# Lifetime Measurement Experiment for Ubiquitous Muons

Shangrun Lu<sup>1)</sup>   Ning Zhao<sup>1)2)</sup>   Yuanhao Gong<sup>1)2)</sup>   Tianjian Peng<sup>1)2)</sup>  
Xuan Hong<sup>1)2)</sup>   Jintao Zhao<sup>1)2)</sup>

1) (*Sun Yat-sen University, School of Physics, Guangzhou 510275, China*)

2) (Experimental Collaborators)

## Abstract

The aim of this experiment is to measure the decay properties and lifetime of the Ubiquitous Muon, which is widely used in particle physics and cosmic ray research due to its high energy and strong penetrating ability. In this experiment, two scintillators as well as four SiPMs are used to detect the muons and construct the decay cases, and real-life muon decay cases are observed. This experiment provides fundamental support for muon-related experimental research and tries to put forward some thoughts.

**Keywords:** Ubiquitous Muon, Particle Decay, Photomultiplier Tubes

# 微波光学与金属波导及光子晶体实验

路尚润<sup>1)</sup>

1) (中山大学物理学院, 广州, 中国 510275)

本研究使用微波光学实验验证了折反射、偏振、布儒斯特角、布拉格衍射和双缝干涉等基本光学现象, 对微波波长进行了测量, 验证了微波光学实验的有效性; 同时本文研究了矩形波导的电场分布以及截止频率, 且利用理想边界条件和散射边界条件进行了仿真, 对比发现理想边界条件与理论基本一致, 而散射边界条件由与实验基本一致; 最后研究了光子晶体的能带和电场分布。

**关键词:** 微波光学, 金属波导, COMSOL 仿真, 光子晶体

**PACS:** 42.25.-p, 42.25.Bs, 42.70.Qs

## 1 引言

微波光学是研究微波 (频率介于 300MHz 和 300GHz 之间的电磁波) 在各种介质中传播、反射、折射和干涉等现象的学科, 其波长较长, 因此微波实验不需要使用微纳加工, 具有直观、低成本、操作简易的优势。微波光学的理论与技术在电气<sup>[1]</sup>、电子<sup>[2]</sup>、化学等领域有着广泛的应用<sup>[3]</sup>。

金属波导是一种用金属制成的空腔, 能够在其中传输电磁波, 并且能够限制电磁波的传播方向和模式。金属波导的特点是低损耗、高传输效率和良好的抗干扰性能, 广泛应用于微波和毫米波频段的通信系统、雷达系统和射频电子设备中<sup>[4]</sup>。现如今, 波导量子电动力学的研究也如火如荼<sup>[5,6]</sup>。

光子晶体是一种具有周期性结构的光学材料, 其具有禁带结构和光子能带等特殊光学性质<sup>[7]</sup>。光子晶体的研究领域涵盖光学通信、光子集成电路、光子器件和传感器等领域<sup>[8]</sup>, 并且在光学通信、光子计算和量子信息等领域具有广泛的应用前景<sup>[9]</sup>。

本实验利用微波实验方法, 研究了电磁波的驻波、折反射、干涉、衍射以及偏振等特性, 并且研究了波导中的电磁场分布和传播特性, 对比理论推导以及 COMSOL 仿真结果, 同时, 我们研究了光子晶体, 利用 COMSOL 仿真光子晶体平板的体能带, 测量了空气、光子晶体平板、角态的  $E_z$  电场分布以及部分能带图。

## 2 实验原理

### 2.1 微波光学实验

微波光学实验主要有 7 个部分，分为幅度测量、反射、折射、偏振、布儒斯特角、布拉格衍射和双缝干涉，我们给出其各自理论。

#### 2.1.1 驻波

微波喇叭既能接收微波，也能反射微波。因此，从发射器发射的微波在传播过程中会反射多次，经过发射喇叭和接收喇叭之间的来回反射，振幅逐渐减小。

当发射源到达检波点的距离等于波长的整数倍的一半时（即  $N\lambda/2$ ），经过多次反射的微波与最初发射的波相位相同，满足相干相长条件，从而此时信号振幅达到最大值，电压表读数显示为极大值。

#### 2.1.2 反射与折射

反射与折射定律可以由电磁场的边界条件导出<sup>[10]</sup>，假设电磁波为平面波，即振幅加相因子的形式，代入边界条件，假设  $\mathbf{n}$  为法向

$$\mathbf{e}_n \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0, \quad (1)$$

可以解得

$$k_x = k'_x = k''_x. \quad (2)$$

即延平面方向的波矢分量大小相等，利用简单的三角函数将波矢映射到平面，并带入波矢  $\mathbf{k}$  的表达式可得

$$\begin{cases} \theta = \theta' \\ n \sin \theta = n'' \sin \theta'' \end{cases} \quad (3)$$

即折反射定律。

#### 2.1.3 偏振与布儒斯特角

定义在无限大空间的 Helmholtz 方程的解就是平面电磁波，且解为横波，即此时电场和磁场分量总在一个垂直于传播方向的平面内振动，定义电场分量的振动平面的峰值指向即为偏振方向。由于电场的矢量特征，可以选取不平行的两个方向进行分解，若某一偏振片方向与偏振方向夹角为  $\theta$ ，那么由马吕斯定律

$$\begin{aligned} E_\theta &= E_0 \cos \theta, \\ I_\theta &= I_0 \cos^2 \theta. \end{aligned} \quad (4)$$

利用不同方向的偏振特性，根据电场的振动方向与入射面的关系，定义垂直偏振 (s 波) 和平行偏振 (p 波)，利用磁场和电场在绝缘介质的边界条件，即平行分量相等，可以导出不同的偏振方向的反射波、折射波的电场强度与入射波满足不同的关系，这一系列关系被称为菲涅尔公式，对反射电场有

$$\frac{E'_s}{E_s} = -\frac{\sin(\theta - \theta'')}{\sin(\theta + \theta'')},$$

$$\frac{E'_p}{E_p} = \frac{\tan(\theta - \theta'')}{\tan(\theta + \theta'')}. \quad (5)$$

当  $\theta + \theta'' = \pi/2$  时，p 入射波没有反射波，此时反射波只有 s 反射波，代入边界条件 (电场与介质的平行分量在两侧相等) 可得

$$\theta_{Brewster} = \tan^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right), \quad (6)$$

其中  $n_1, n_2$  分别为入射和出射介质的折射率。这个角度就称为布儒斯特角，即起偏振角，利用这个特性可以计算材料的折射率，或者获得偏振光。

#### 2.1.4 布拉格衍射

布拉格衍射示意图如图1所示

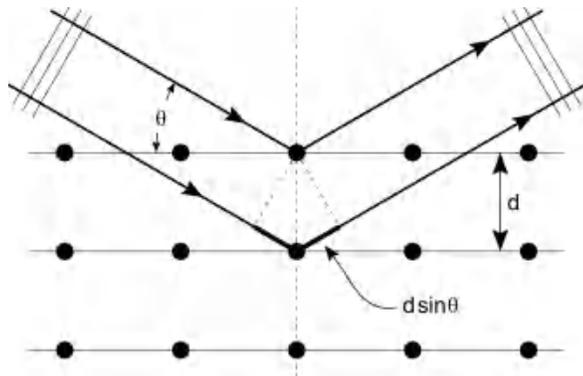


图 1 布拉格衍射

Fig. 1. Bragg Diffraction

1913 年，英国物理学家布拉格父子在研究 X 射线在晶面上的反射时<sup>[11]</sup>，得到了著名的布拉格公式

$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad (7)$$

其中， $d$  为晶面间距， $\theta$  为衍射角。

#### 2.1.5 双缝干涉

两束传播方向不一致的波相遇后将会在空间相互叠加，在空间中形成波谱。

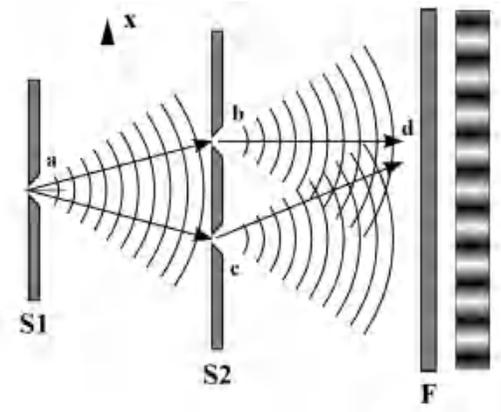


图 2 双缝干涉实验示意图

Fig. 2. Double-Slit Interference Experiment Diagram

双缝干涉指的是两束同频率、有同向分量、相位差相同的光穿过两个窄缝，在背后的屏幕上呈现明暗相间的条纹，这一现象就称为双缝干涉。双缝板外波束的强度随探测角度变化而变化。两缝之间的距离为  $d$  接收器距离双缝屏的距离大于  $10d$ ，亮度出现极大值，当且仅当探测器的角度满足

$$d \sin \theta = n\lambda. \quad (8)$$

其中  $\lambda$  为入射波的波长， $n$  为整数。

## 2.2 金属波导扫场实验

图3展示了横截面形状为矩形的金属波导管，它将被导引的电磁波完全封闭在金属管内沿轴向（ $z$  方向）传输。

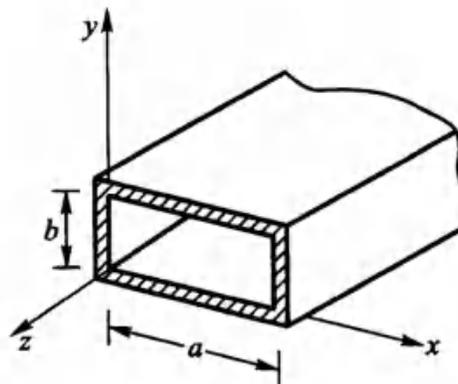


图 3 矩形波导示意图

Fig. 3. Rectangular Waveguide Diagram

根据矩形波导的结构特点，采用直角坐标系  $(x, y, z)$ 。根据电场和磁场是否横切（在  $xy$  平面内）波

模的传播方向 (z 方向), 把波模分为横电波 (TE), 和横磁波 (TM)。

对于横电波 (TE),  $E_z = 0, H_z \neq 0$ , 对于横磁波 (TM),  $H_z = 0, E_z \neq 0$ 。因此我们可以用  $H_z$  和  $E_z$  分别表示 TE 波和 TM 波。由于波模沿 z 轴传播, 所有波模都应该有传播因子  $\exp(ik_z z - i\omega t)$ , 因此我们把  $E_z$  和  $H_z$  分别取为

$$\begin{aligned} E_z(x, y, z) &= E_z(x, y)e^{ik_z z}, \\ H_z(x, y, z) &= H_z(x, y)e^{ik_z z}. \end{aligned} \quad (9)$$

电磁波在良导体的边界上满足

$$\hat{n} \times \bar{E} = 0, \hat{n} \cdot \bar{B} = 0. \quad (10)$$

### 2.2.1 TE 波

对于 TE 波, 其本征方程及边界条件为:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\partial_x^2 + \partial_y^2) H_z(x, y) + (k^2 - k_z^2) H_z(x, y) = 0 \\ \partial_x H_z(x, y)|_{x=0, a} = 0 \\ \partial_y H_z(x, y)|_{y=0, b} = 0 \end{array} \right. \quad (11)$$

可以用分离变量法进行求解, 设

$$H_z(x, y) = H_0 \cos(k_x x + \phi_x) \cos(k_y y + \phi_y), \quad (12)$$

其中  $H_0$  是振幅常数, 而  $k_x, k_y, \phi_x$  和  $\phi_y$  由边界条件来确定, 可得

$$\begin{aligned} \phi_x = 0, k_x &= \frac{m\pi}{a}, \\ \phi_y = 0, k_y &= \frac{n\pi}{a}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中 m 和 n 取值  $0, 1, 2, \dots$ 。任何一对 m n 对应一个基本波函数, 称之为  $TE_{mn}$  波。但 m 和 n 同时为 0 时, 可由电磁波方程算出  $H_z = 0$ , 因此 m 和 n 不能同时为 0。TE 波的基本解为

$$H_z(x, y) = H_{mn} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{ik_z z}. \quad (14)$$

可算得本次实验要测量的电场分量, 即  $E_y$  为

$$E_y(x, y) = E_y \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{ik_z z}, \quad (15)$$

其中  $k_z = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$ ,  $k$  为空气中电磁波的波数, 它由激发频率  $\omega$  决定。

当  $k_z$  是实数时, 传播因子  $e^{ik_z z}$  表示波模沿  $z$  方向传播。当  $m$  和  $n$  比较大导致  $k_z$  为虚数时,  $e^{ik_z z}$  变成沿  $z$  方向的衰减因子, 在这种情况下波模不往  $z$  方向传播。因此对应于给定的  $m$  和  $n$  时, 能够让波模在波导内传播的最低频率  $\omega_c$  称为波模的截止频率。通过  $k^2 > \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$  可以算出  $TE_{mn}$  波的截止频率是

$$\omega_{c,mn} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}. \quad (16)$$

### 2.2.2 TM 波

对于 TM 波, 同样有

$$\begin{cases} (\partial_x^2 + \partial_y^2) E_z(x, y) + (k^2 - k_z^2) E_z(x, y) = 0 \\ E_z(x, y)|_{x=0,a} = 0 \\ \quad \quad \quad |_{y=0,b} = 0 \end{cases}. \quad (17)$$

可以解得 TM 波的基本解为

$$E_z(x, y, z) = E_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{ik_z z}. \quad (18)$$

$TM_{mn}$  波的截止频率公式和  $TE_{mn}$  波的一样, 不同的是对于 TM 波,  $m$  和  $n$  都不能为 0。

## 2.3 光子晶体实验

不同维度的光子晶体如图4所示<sup>[12]</sup>, 不同颜色代表具有不同介电常数的材料, 其最大的特征便是介质材料沿着一个轴或者多个轴周期排列。

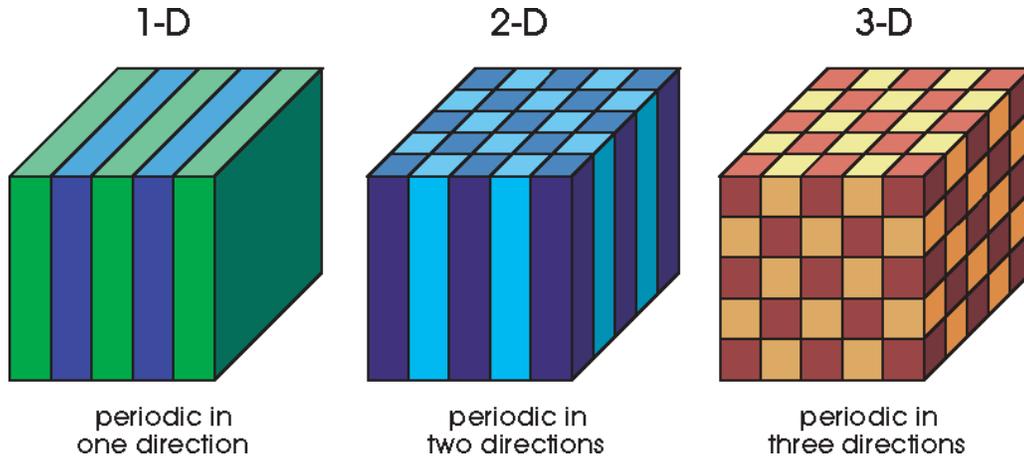


图 4 不同维度光子晶体示意图

Fig. 4. Schematic Diagram of Photonic Crystals of Different Dimensions

在光子晶体中, 通常以拥有不同介电常数的宏观介质代替晶格中的原子或分子, 以周期的介电常数 (折射率) 替代周期势, 如果晶体中材料的介电常数差异足够大, 并且材料对光的吸收很小, 那么来自不同

界面的反射与折射可以使光子表现出类似于周期势中电子的行为。因此光子晶体是控制和操控光的一种方法。

特别的，可以设计并构造具有光子带隙的光子晶体，来阻止光以特定频率在特定方向传播。同时，光子晶体可以操纵光，使其以反常而有用的方式传播。

### 3 实验装置

在本次实验中，我们主要使用了三个实验装置，微波光学实验包括两个可移动、旋转的微波频段电磁波发射和接收装置，两条滑轨和一个带刻度的可旋转底座。其中一对微波发射器、接收器近似构成了一个微波波导管。

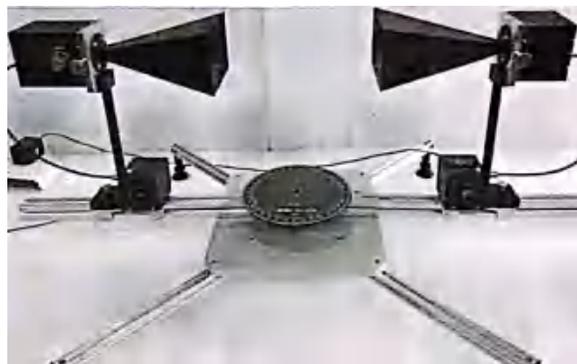


图 5 微波光学实验仪器

Fig. 5. Microwave Optical Experimental Instruments

波导扫场实验装置。包括矢量网络分析仪、控制电箱、控制软件、二维平移台、垂直升降台、线缆与探针和实验工具箱 [13]。

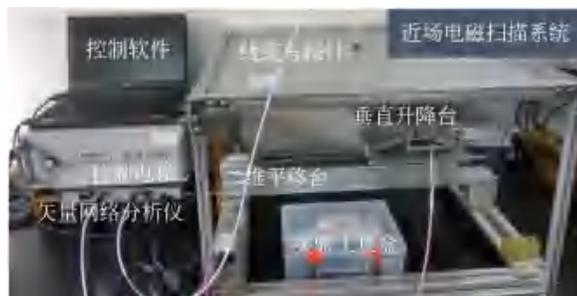


图 6 金属波导扫场测量系统

Fig. 6. Metal Waveguide Scanning Measurement System

波导仿真实验所用到的仪器仅有安装 COMSOL 软件的计算机。

光子晶体实验主要包含仿真软件、机械臂、激发探针、扫场探针、两个 PEC 底板和光子晶体平板样

品 (由陶瓷圆柱插入泡沫底板的矩形孔构成)。

## 4 实验内容及结果

### 4.1 微波光学实验

#### 4.1.1 幅值特性

首先在初始距离为 40cm 的条件下, 通过每次位移接受喇叭 0.5cm, 测量幅值随距离的变化关系, 利用 Origin 进行三次样条差值, 实验结果如图7(a) 所示, 同时我们测量了距离为 70cm 下的接受幅值与接受喇叭旋转角度的关系, 并用 sin 函数进行拟合, 实验和拟合结果如图7(b) 所示。

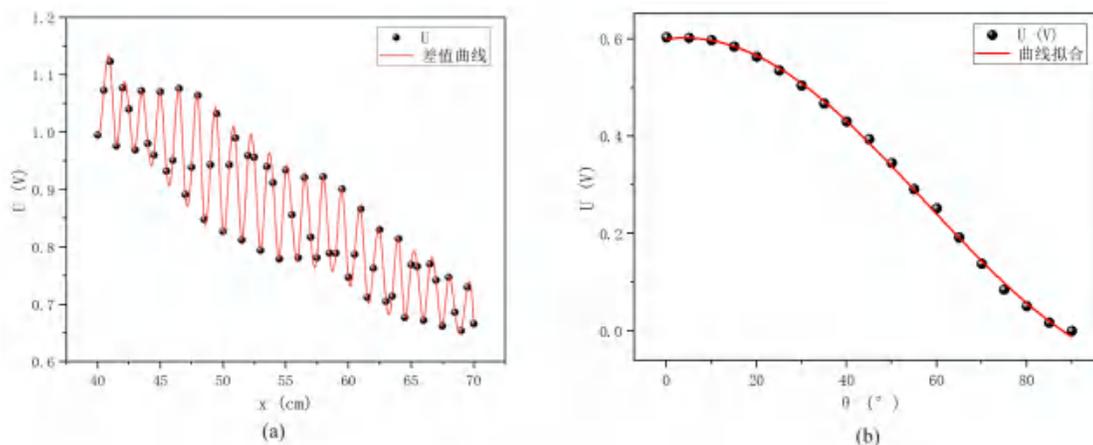


图 7 幅值变化曲线 (a) 随距离变化 (b) 随角度变化

Fig. 7. Amplitude variation curve (a)with distance variation (b)with angle variation.

从图 (a) 中可以看出, 发射器和接收器之间的微波光场形成了驻波场, 随着距离的增大, 幅值呈现周期性变化; 同时由于距离增大, 微波场的耗散增强, 因此信号随距离的增大而逐渐衰减, 可以看出其近似线性降低, 这与常规的球面波呈  $1/r^2$  衰减并不相同, 说明其发射波并非是完全的球面波, 但由于变化距离较小, 故无法完全确定, 在此不再过多分析。

对于幅值随角度的变化, 由于接收器所接受的电磁场是固定方向的, 因此旋转操作实际上对应着偏振操作, 只接受了微波场在一定方向上投影的大小, 其应当与角度满足马吕斯定理, 即

$$\begin{aligned} E &= E_0 \cos(\theta), \\ I &= I_0 \cos^2(\theta). \end{aligned} \tag{19}$$

故我们利用  $A \sin(\omega\theta)$  函数 (三角函数可以相互换算) 对其进行拟合, 拟合评分 R-Square=0.99913, 拟合

优度极高，与理论符合。此时曲线并非满足  $0-90^\circ$  为恰好极大值到极小值，因为显然曲线初始阶段有大幅度上升，且曲线终止阶段也并未出现近似平底的现象。这很可能是由于探测器角度并未标定导致的，因为在实际测量中，我们发现刻度为  $0$  时发射器和探测器方向也并非完全重合，因此产生了小角度偏差，只有在二者方向重合时才能探测到极大值，但这对现象观测并没有较大影响。

我们并不知道微波测量设备的基本原理，因此难以判断测量到的是光强还是场强，并且三角函数的拟合对二者并无区别，因此我们再利用  $\cos(\theta)$  和  $\cos^2(\theta)$  与幅值进行线性拟合，拟合结果如图8所示。

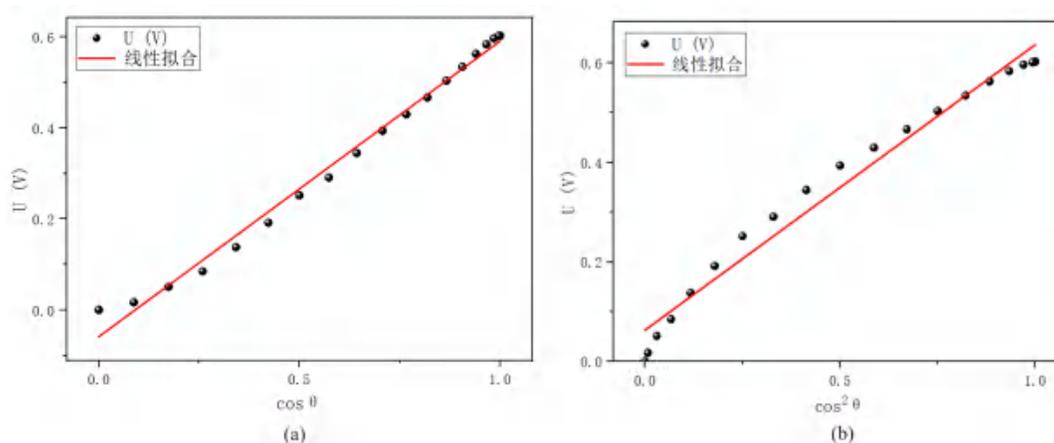


图 8 幅值变化曲线 (a) 随  $\cos(\theta)$  的变化曲线 (b) 随  $\cos^2(\theta)$  的变化曲线

Fig. 8. Amplitude variation curve (a) as a function of  $\cos(\theta)$  (b) as a function of  $\cos^2(\theta)$ .

可以看出  $\cos(\theta)$  与幅值基本呈线性关系，拟合评分 R-Square=0.9909，其非线性的原因应当是因为初始相位不为  $0$ ，而  $\cos^2(\theta)$  与幅值的拟合效果较差，拟合评分 R-Square=0.9761，可知实验中测量的是电场强度，在接下来的分析中我们将默认测量的是电场。

#### 4.1.2 反射

在接收器与发射器之间放置反射板，调整入射角，测量反射信号在一定范围角度内的幅值。本实验设置入射角分别为  $20^\circ$ 、 $40^\circ$  和  $60^\circ$ ，我们将三者均绘制在图中如图9所示 ( $20^\circ$  无法测量更小的角度，故设置角间隔较小)

经过测量，对应的反射峰值分别为  $20^\circ$  ( $18^\circ$  也为极大值，但我们认为这是转盘不稳导致的，故仍然取  $20^\circ$  为反射角)、 $40^\circ$  和  $58^\circ$ ，可见测量有一定的误差，但基本满足反射定律，即公式 (3)。

误差来源应当为转盘，在测量中，我们发现旋转转盘会导致平台倾斜，并且向不同方向旋转转盘，其倾斜角度相反，这会导致测量角发生较大的偏转甚至并非水平出射，导致振幅的浮动，但我们仍然可以得出较为准确的结论。

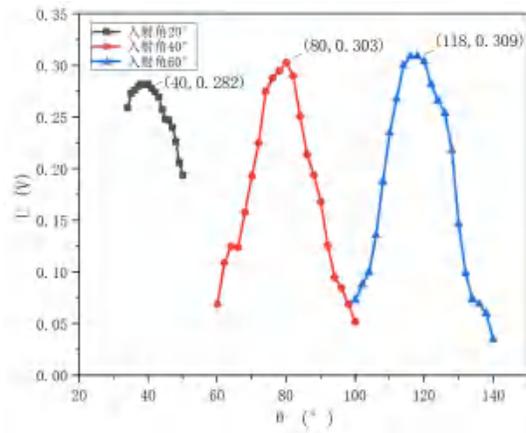


图 9 反射幅值与角度的变化曲线

Fig. 9. The curve of reflected amplitude with respect to angle variation.

#### 4.1.3 折射

更换反射板为塑料棱镜，将入射平面垂直入射方向，此时出射平面的法线沿着另一侧  $150^\circ$  方向，则此时棱镜内的入射角为  $30^\circ$ ，通过记录不同折射率大小的幅值变化，绘制曲线如10所示

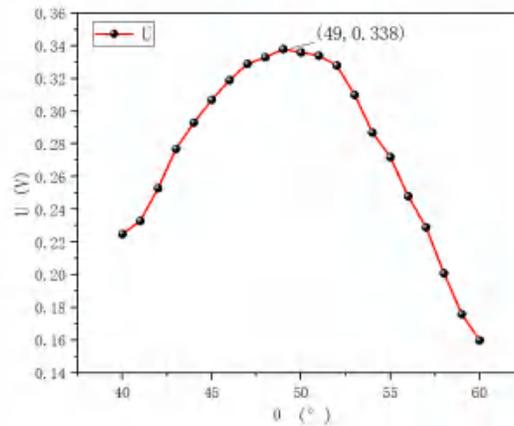


图 10 折射幅值与折射角的变化曲线

Fig. 10. The curve of refracted amplitude with the change of refracted angle.

经过测量，折射角也能够当为  $49^\circ$ ，则利用空气折射率为 1，以及折射定理 (公式 (3))，可得  $n_{plastics} = 1.509$ 。经过查阅资料，塑料折射率一般在 1.4-1.7 之间，故实验结果是可信的，倘若知道具体材料可以进一步进行验证。

#### 4.1.4 偏振

将塑料棱镜换为偏振板，分别调节偏振方向与竖直方向的夹角，测量无偏振板、偏振  $45^\circ$  和  $90^\circ$  三种情况，其接收器幅值与接收器旋转角度的关系如图11所示。

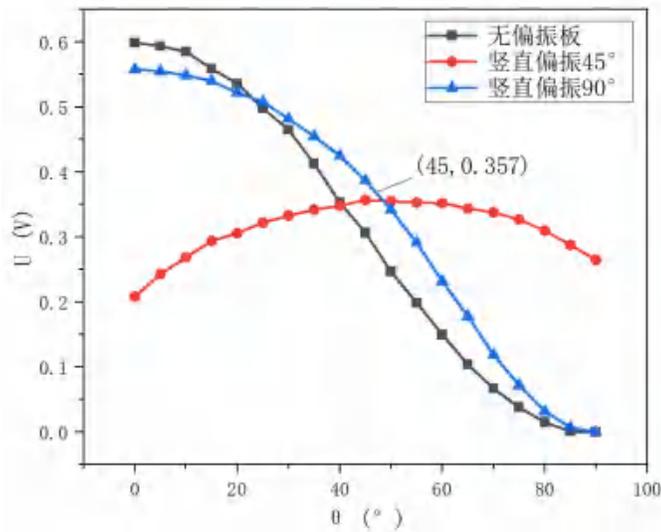


图 11 不同偏振下的幅值与接收器角度的变化曲线

Fig. 11. The curve of amplitude variation with receiver angle for different polarizations.

实验中的微波光场振动方向应当与水平方向平行，为较好的线偏振光。可以看出，无偏振板的曲线形状与三角函数十分相似，但增加偏振板从而保留水平偏振光后发现其与无偏振板时的曲线并不一致，说明空间光场并非完全水平，这在第一部分的振幅随角度测量中也有一定程度的体现；同时，理论上偏振 45° 的曲线应当满足关于 45° 对称，但此时其与 90° 偏振一样，曲线发生了向右偏移，故很有可能是由于出射光并非完全水平偏振导致的。

虽然曲线相对理论存在一定的偏移，但实际上仍然能分析出偏振特性，比如 45° 偏振的实验结果满足 45° 时的接收光强最大，而偏振 90° 仍然存在与三角函数变化十分相似的趋势。

根据电场幅值分析，45° 偏振时，0° 与 90° 角测量结果应当为未加偏振幅值的 1/2，这是因为根据马吕斯定律，经过两次偏振，每次偏振使得电场强度均变为偏振前的  $1/\sqrt{2}$ 。实验结果与理论分析基本吻合，但因为马吕斯定律是单纯的透射，而此时微波实验装置会形成驻波，从而与真实的透射产生一定的差别。

#### 4.1.5 布儒斯特角

根据布儒斯特定律可知，当电场矢量方向平行于入射面时，根据之前的分析，当入射角满足

$$\theta_{Brewster} = \tan^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right), \quad (20)$$

此时将没有 p 波反射光。在实验中，我们采用透射板，测量平行偏振和垂直偏振的两种情况下的反射波大小与角度的关系，实验结果如图 12 所示

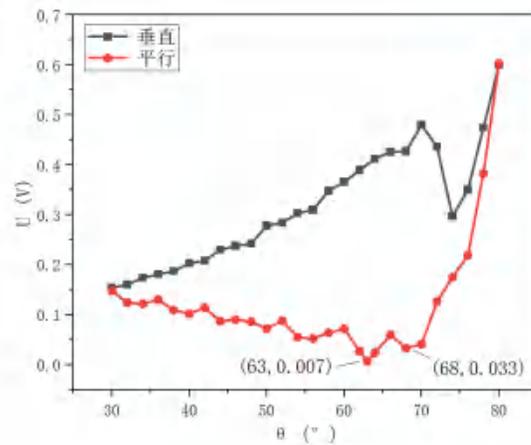


图 12 不同偏振下的幅值与反射角的变化曲线

Fig. 12. The curve of amplitude variation with reflection angle for different polarizations.

可以看出，曲线存在两个极小值点，分别是  $63^\circ$  与  $68^\circ$ ，二者分别对应的折射率为 1.963 和 2.475，而  $63^\circ$  的测量幅值较小，可信度更高。

#### 4.1.6 双缝干涉

由于布拉格衍射的分析需要用到波长，而实验中我们进行了双缝干涉实验，可以进行波长测量。实验中缝宽为 15mm，中间的遮挡屏宽为 50mm，因此缝宽为 6.5cm，在接受屏距离中心 65cm，发射器距离中心 35cm 条件下，实验测量结果如图13所示

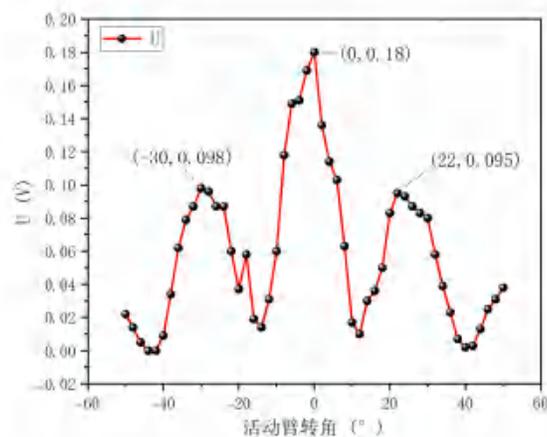


图 13 不同角度下双缝干涉场分布情况

Fig. 13. Different angle double slit interference field distribution.

此时利用傍轴近似，可知倘若接收角满足

$$d \sin(\theta) = n\lambda, \quad (21)$$

则此时应当取光强极大值，可知左右的光强极大值分别为  $30^\circ$  与  $22^\circ$ ，偏差较大，我们取平均值作为此时的极大值角，即  $26^\circ$  为光强的一级主极强，则利用公式可知此时微波波长为  $\lambda = 2.849\text{cm}$ ，我们将以此结果进行布拉格衍射的分析。实验中不对称性的误差产生可能同样是由于转盘倾斜的问题导致的。

#### 4.1.7 布拉格衍射

实验中采用间距为  $5\text{cm}$ ，直径为  $1.4\text{cm}$  的金属球组成模拟立方晶格，从而验证布拉格衍射公式，实验测量掠射角和强度的关系如图14所示

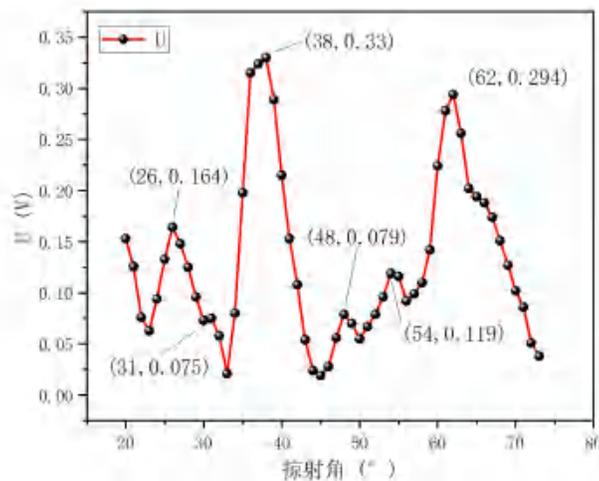


图 14 不同掠射角下的场强变化曲线

Fig. 14. The curve of field intensity variation with different grazing angles.

可以看出图中共存在 6 个极大值点，我们分别将其读取，利用 Bragg 公式以及双缝干涉计算所得的微波波长，可以计算此时的晶面间距，并与理论晶面间距进行对比，计算结果如表1所示。

表 1 布拉格衍射计算结果

Table 1. Bragg diffraction calculation results.

n	掠射角/ $^\circ$	测量间距 d/cm	理论间距 d/cm	对应晶面	相对误差
1	26	3.25	3.54	$\langle 110 \rangle$	8.08%
1	31	2.77	2.89	$\langle 111 \rangle$	4.18%
2	38	4.63	5.00	$\langle 100 \rangle$	7.44%
2	54	3.52	3.54	$\langle 110 \rangle$	0.38%
3	62	4.84	5.00	$\langle 100 \rangle$	3.19%

注 1:  $48^\circ$  掠射角并未找到合适的对应晶面及波长倍数对应。

根据结果可以看出，实验结果与理论值误差较小，极个别甚至十分精确。误差最大在 5% 左右，主要

的误差来源应当为仪器稳定性较差，旋转轮盘会导致倾斜，并且测量精度较低，数据在测量中也存在一定的波动，人为读取也会导致误差的产生。

实验采用金属球模拟金属原子是较为合理的，因为微波波段的金属介电常数较大，从而其趋肤深度远小于波长量级，因此金属可以视为较好的良导体，具有较好地反射效果。

## 4.2 金属波导扫场实验

在本实验中，实验给定了一个预制波导，实验测量参数为  $a = 47.5mm, b = 22.0mm$ ，同时我们自制了一个波导 (目标是  $f_{c,10} = 3GHz$ )，其参数为  $a = 49.5mm, b = 23.8mm$ ，我们分别研究其截止频率特性，并对预制波导进行仿真 (参数一致)，以及探究电场分布。

### 4.2.1 截止频率

根据理论可知，对于预制波导，其截止频率

$$f_{c,10} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu\epsilon}} = 3.158GHz. \quad (22)$$

实验测量结果和仿真结果如图15(a)和15(b)所示

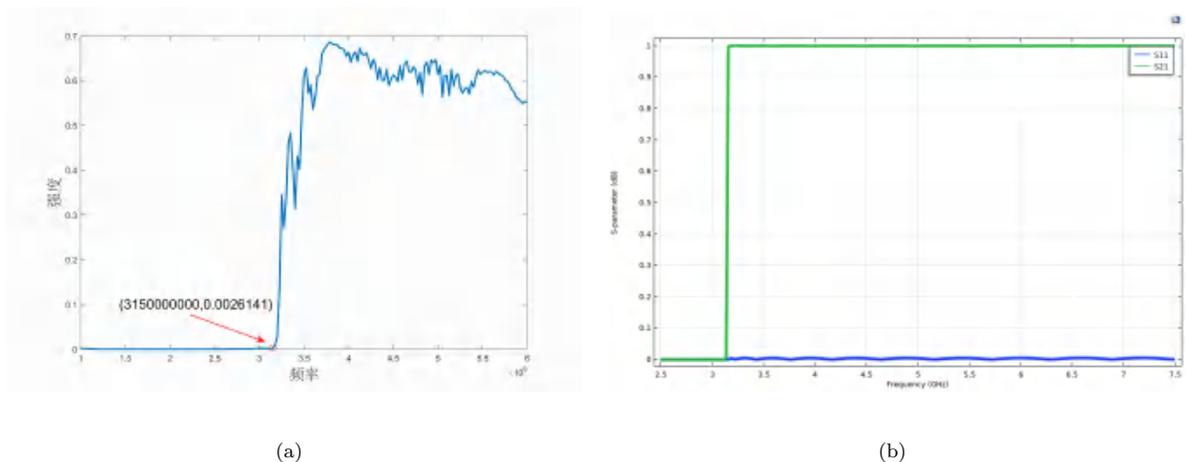


图 15 预制波导 TE10 截止频率 (a) 实验 (b) 仿真

Fig. 15. Cutoff Frequency for Pre-fabricated Waveguide TE10 Mode(a) Experiment(b) Simulation

对于自制波导，应当有

$$f_{c,10} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu\epsilon}} = 3.030GHz, \quad (23)$$

$$f_{c,11} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} = 6.993GHz.$$

其实验结果为

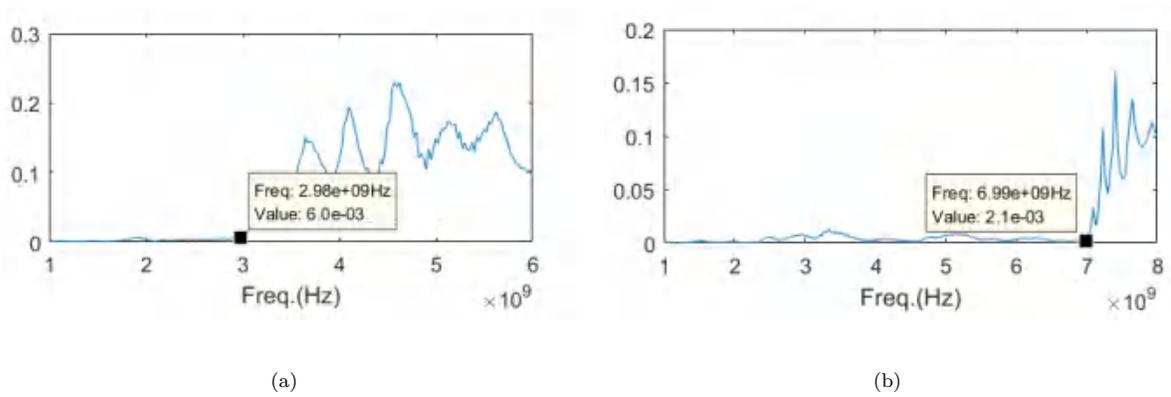


图 16 自制波导截止频率 (a)TE10(b)TM11

Fig. 16. Cutoff Frequency for Homemade Waveguide TE10 Mode(a) Experiment(b) Simulation

根据图中可以看出，各种模式的截止频率附近都会发生透射强度的显著变化，呈现阶跃模式，根据阶跃的效果，我们可以很轻松地读取截止频率。但对于自制波导，其由于表面不平整，传输能量的幅值会随频率发生显著变化，其阶跃行为较弱，而呈现出周期性的上下振荡。

汇总三者结果，并计算相对误差，如表2所示

表 2 截止频率对比

Table 2. Comparison of Cutoff Frequencies

波导类型	模式	理论结果	实验结果	相对误差
预制波导	TE10	3.16	3.15	0.3%
仿真波导	TE10	3.16	3.16	/
自制波导	TE10	3.03	2.98	1.7%
自制波导	TM11	6.99	6.99	0.0%

可以看出，三者的理论与实验结果基本一致，自制波导的误差相对较大，这也符合我们的预期，因为其由于人工制作，难免有尺寸偏差，并且表面不平整。对于自制波导的 TM11 波，其与理论结果完全一致的原因应当是巧合，因为不同位置传播的电场强度也不一致（平整性原因），但这并不能说明实验数据是不可信的，在精度的进一步提高下即可显示出其较小的误差。

#### 4.2.2 电场分布

在本次实验中，我们专注于研究 TE10 模式的电场分布。在实际实验中，波导的开口处应当是散射边界条件，故会导致反射波，从而在  $z$  方向产生驻波，因此与理论结果产生差距。

先分析理论边界条件的结果，即入射流与出射流应当相等，则对于 TE<sub>10</sub> 波，有

$$E_y(x, y, z) = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{k_z z}, \quad (24)$$

$$E_x(x, y, z) = 0, E_z(x, y, z) = 0.$$

则

$$|E_y(x, y, z)| = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right), \quad (25)$$

与  $z$  无关，我们对此进行了仿真，频率为 3.42GHz 的条件下，其各方向电场的模在各个平面的分布情况如下图所示。

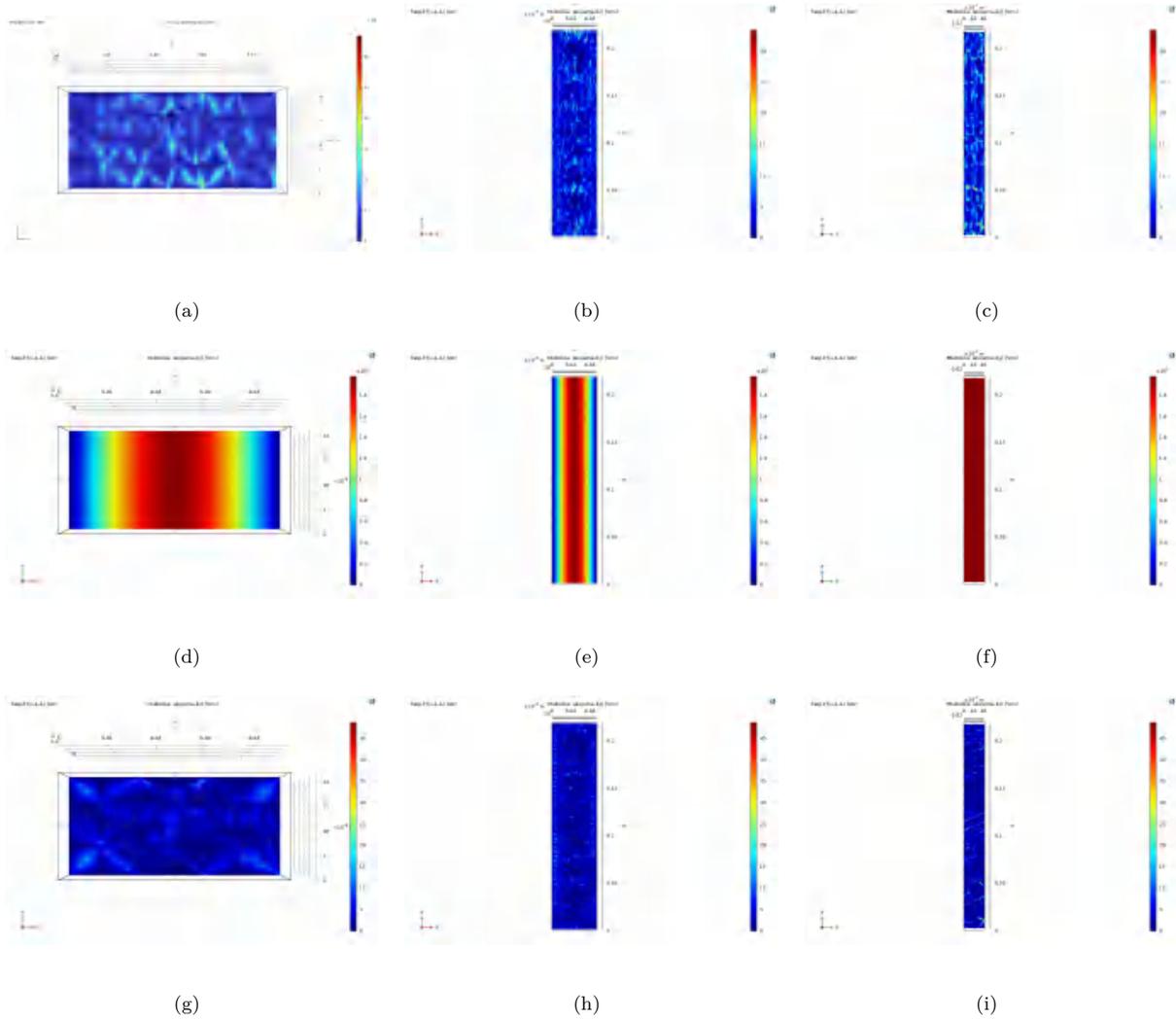


图 17 电场的模分布 (a) $|E_x|_{xy}$ (b) $|E_x|_{xz}$ (c) $|E_x|_{yz}$ (d) $|E_y|_{xy}$ (e) $|E_y|_{xz}$ (f) $|E_y|_{yz}$ (g) $|E_z|_{xy}$ (h) $|E_z|_{xz}$ (i) $|E_z|_{yz}$

Fig. 17. Electric Field Mode Distribution

$$(a)|E_x|_{xy}(b)|E_x|_{xz}(c)|E_x|_{yz}(d)|E_y|_{xy}(e)|E_y|_{xz}(f)|E_y|_{yz}(g)|E_z|_{xy}(h)|E_z|_{xz}(i)|E_z|_{yz}$$

可以看出， $|E_x|$  和  $|E_z|$  均基本为 0，只有小幅度的随机噪声，这与理论是十分吻合的，并且  $|E_y|$  均

与  $z$  和  $x$  无关，与公式 (25) 一致。

同样我们验证  $E_y$  的取值情况，仿真结果如图18所示

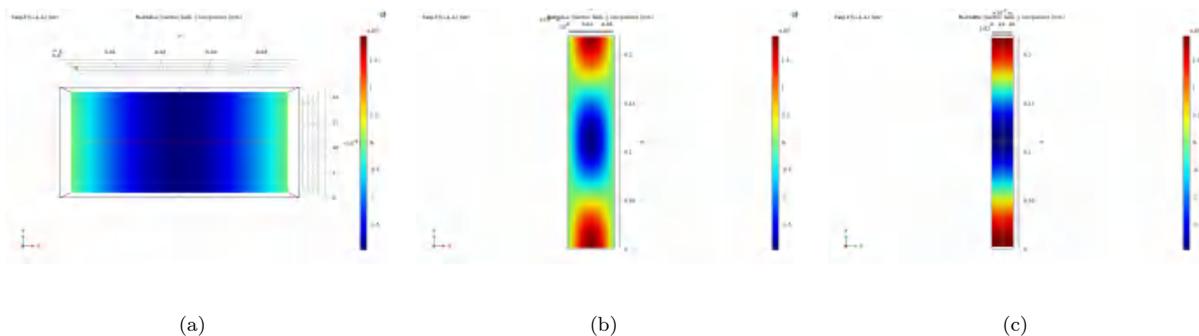


图 18  $E_y$  分布 (a) $(E_y)_{xy}$ (b) $(E_y)_{xz}$ (c) $(E_y)_{yz}$

Fig. 18.  $E_y$  Distribution (a) $(E_y)_{xy}$ (b) $(E_y)_{xz}$ (c) $(E_y)_{yz}$

可以看出，其完全满足预设的公式24，这也是仿真所具备的优势，其可以完全满足理论结果而不会产生较大的误差。

前面提到，我们除了理论满足的边界条件外还进行了散射边界条件的仿真，以对比实验结果，首先我们单独展示仿真结果，在之后的部分再与实验进行一一验证。

仿真中  $E_y$  的幅值与模的仿真结果如图19所示

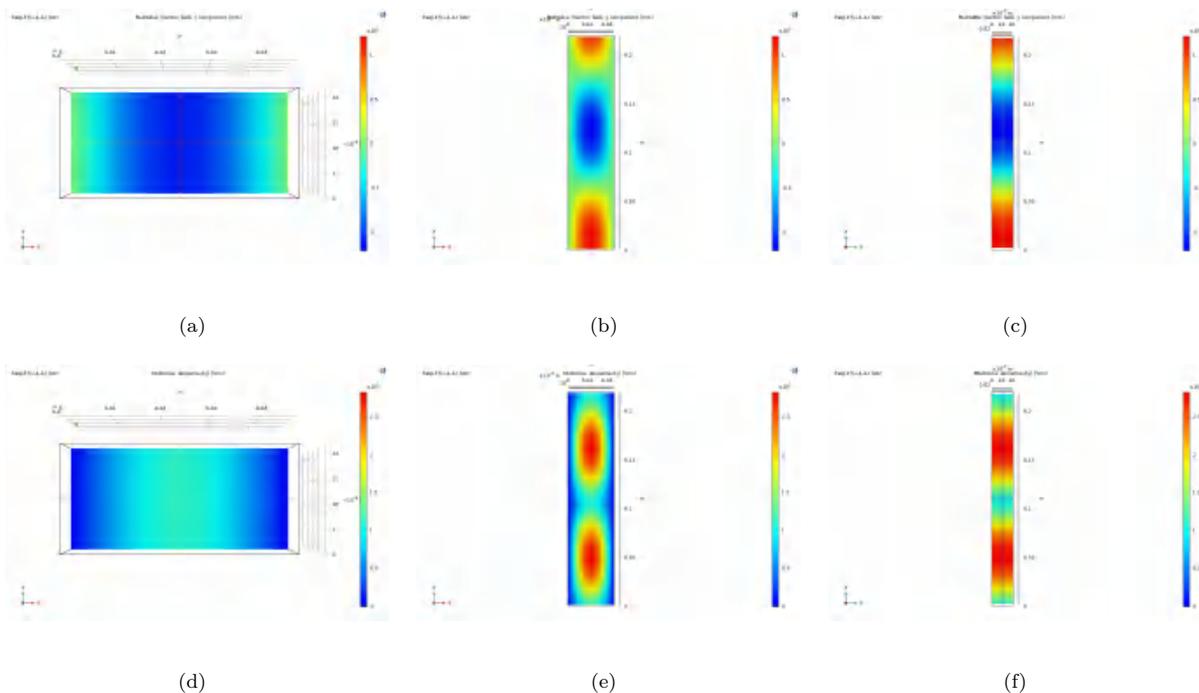


图 19  $E_y$  幅值与模分布 (a) $(E_y)_{xy}$ (b) $(E_y)_{xz}$ (c) $(E_y)_{yz}$ (d) $|E_y|_{xy}$ (e) $|E_y|_{xz}$ (f) $|E_y|_{yz}$

Fig. 19.  $E_y$  amplitude and mode distribution(a) $(E_y)_{xy}$ (b) $(E_y)_{xz}$ (c) $(E_y)_{yz}$ (d) $|E_y|_{xy}$ (e) $|E_y|_{xz}$ (f) $|E_y|_{yz}$

可以看出,  $E_y$  的幅值与理想边界条件基本一致, 与理论结果也基本一致, 但由于此时的散射边界条件,  $E_y$  的模不再是与  $z$  无关的量, 这是因为由于边界处的反射, 在波导内部形成驻波, 从而导致了  $z$  方向的分布, 我们在后面再结合实验结果对其进行傅里叶变换分析。

首先对比实验与仿真的幅值结果, 向左为出射方向, 保证绘图区域大小基本一致, 两者对比如图20所示, 注意由于仿真和实验的频率取点位置有差距, 因此我们选取较近频率的仿真结果与实验进行对比, 从而保证较为一致的结果。

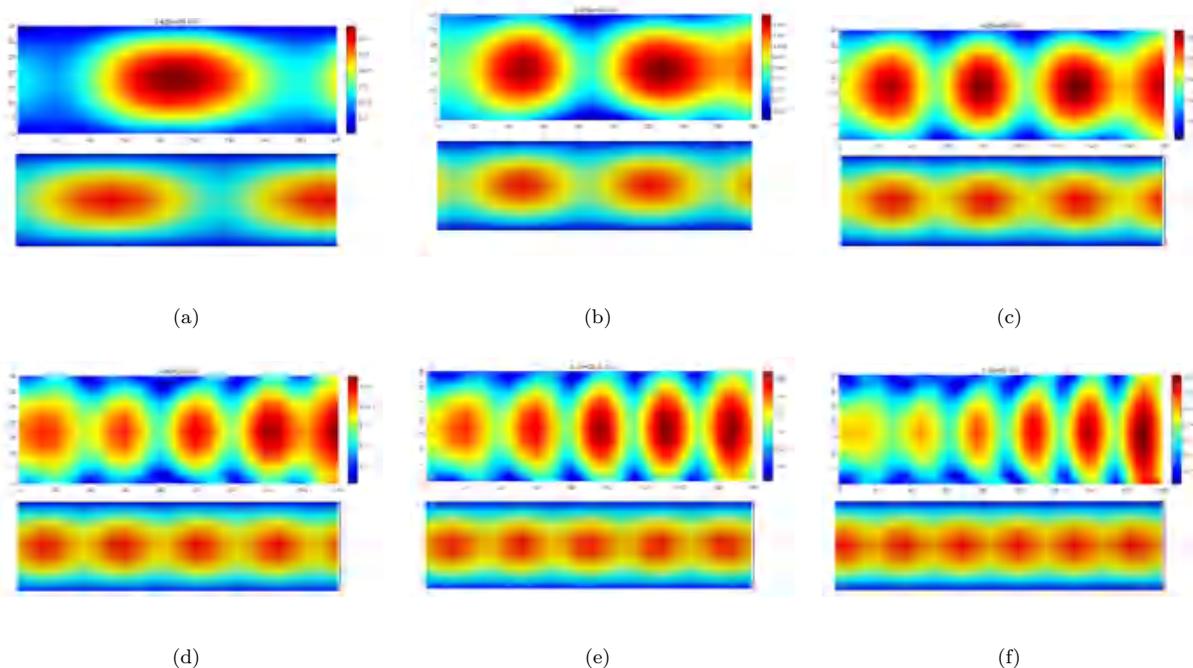


图 20 各频率下矩形波导  $|E_y|_{xz}$  分布 (a)3.425GHz(b)3.825GHz(c)4.350GHz(d)4.800GHz(e)5.100GHz(f)5.700GHz

Fig. 20. Rectangular waveguide  $|E_y|_{xz}$  distribution at various frequencies

(a)3.425GHz(b)3.825GHz(c)4.350GHz(d)4.800GHz(e)5.100GHz(f)5.700GHz

可以看出, 实验仿真结果基本一致,  $E_y$  的模均出现了驻波的振荡现象, 且驻波个数基本一致, 而根据理论可知, 此时  $|E_y|$  与  $z$  无关, 并不符合实验和散射边界条件的仿真结果, 这也验证了真实实验中是存在反射现象的。

同时, 我们可以看出, 实验中沿着出射方向传播时, 电场模在逐渐降低, 说明真实实验中存在能量耗散, 这是十分合理的, 毕竟波导无法保证所有能量均集中在内部而不耗散, 因为波导长度有限, 而仿真中由于其十分状态理想, 并未出现这个现象。

接着我们再对比电场幅值大小, 即对电场取实部并绘图, 取不同驻波点的频率进行绘制对比, 结果如图21所示

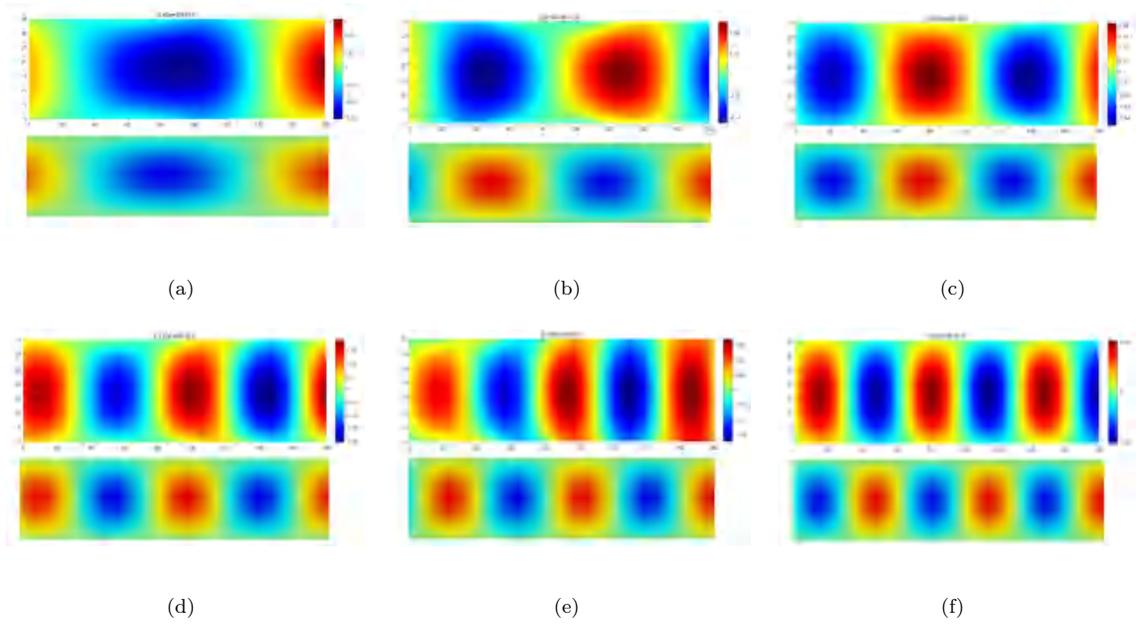


图 21 各频率下矩形波导  $(E_y)_{xz}$  分布 (a)3.450GHz(b)3.875GHz(c)4.225GHz(d)4.775GHz(e)5.150GHz(f)5.600GHz

Fig. 21. Rectangular waveguide  $(E_y)_{xz}$  distribution at various frequencies

(a)3.450GHz(b)3.875GHz(c)4.225GHz(d)4.775GHz(e)5.150GHz(f)5.600GHz

可以看出，实验与仿真结果也基本一致，驻波数量也十分吻合，虽然部分图片相位相差了  $\pi$ ，但实际上这只是由于电磁波出射时初始相位不同导致的，对电磁波的传播并无影响。

为验证实验中存在反射波，我们对实验结果进行傅里叶分析，对电场强度进行空间的傅里叶变换，获得其空间频谱，而空间频谱在一维情况即代表不同传播方向以及波数大小所对应的波的强度，6GHz 情况下的变换结果如图22所示

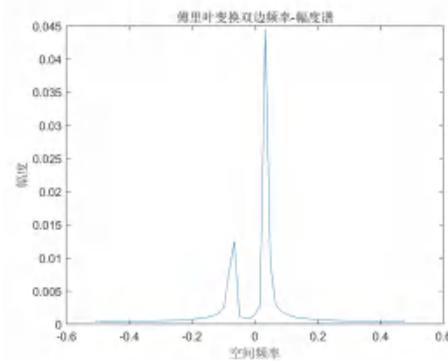


图 22 轴向电场的傅里叶变换

Fig. 22. Fourier transform of the axial electric field.

可以看出，空间频谱主要包含一个正向传播的波加一个同波数的反向传播的波，反向传播的波较弱，这也证实了其是由边界反射导致的，结果与理论分析一致，验证了我们的猜想。

### 4.3 光子晶体实验

在光子晶体实验中，我们分布进行了 COMSOL 仿真、光子晶体平板的能带和电场分布测量。

#### 4.3.1 COMSOL 仿真

首先我们利用 COMSOL 构建了光子晶体，模型如图23所示

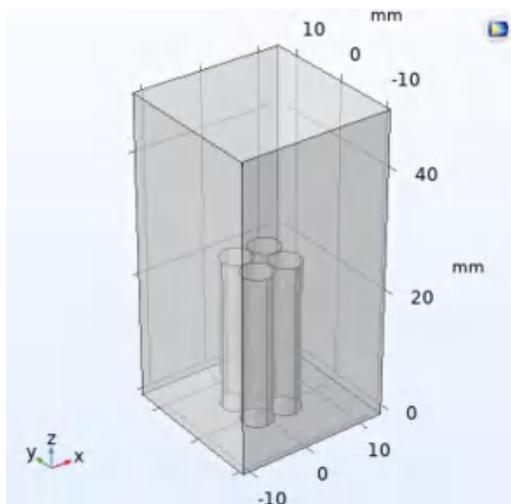


图 23 光子晶体仿真模型

Fig. 23. Photonic crystal simulation model.

接着，我们进行了扫场测量的仿真，特征频率为 5.3949GHz 的 z 方向电场如图24(a)所示，而其能带分布如图24(b)所示

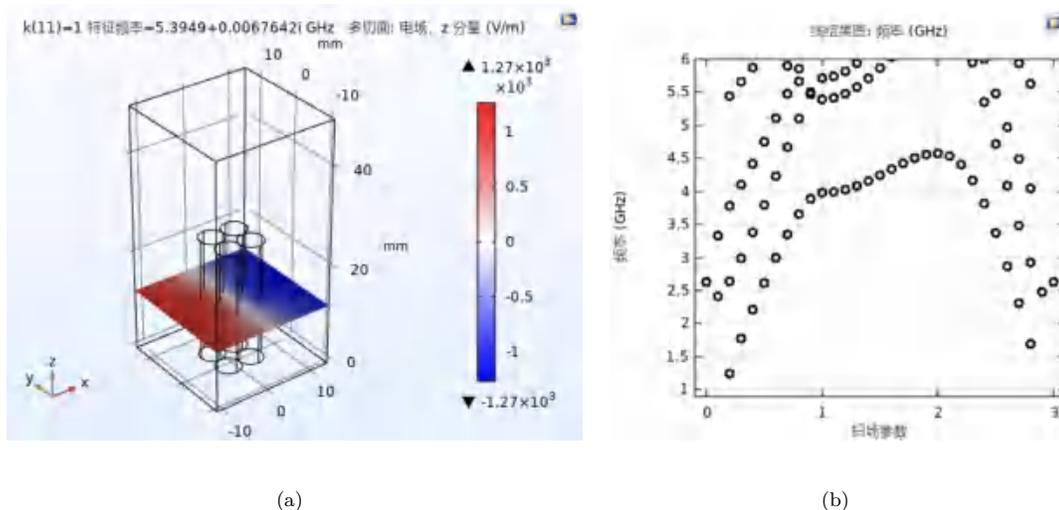


图 24 光子晶体仿真结果 (a)z 方向电场 (b) 能带

Fig. 24. Photonic crystal simulation results(a)Electric field in the z-direction(b)Band structure.

可以看出，光子晶体实现了对 z 方向电场的调控，这也证实了我们在理论分析中强调的其具有调控光

场传播的性质。

### 4.3.2 扫场测量

接下来，我们利用实验装置模拟光子晶体，进行扫场测量，分别测量了空气和光子晶体的能带以及  $E_z$  的电场分量。

实验中包含两种样品，分别是光子晶体平板样品和角态样品，其装填后的示意图如图25所示。

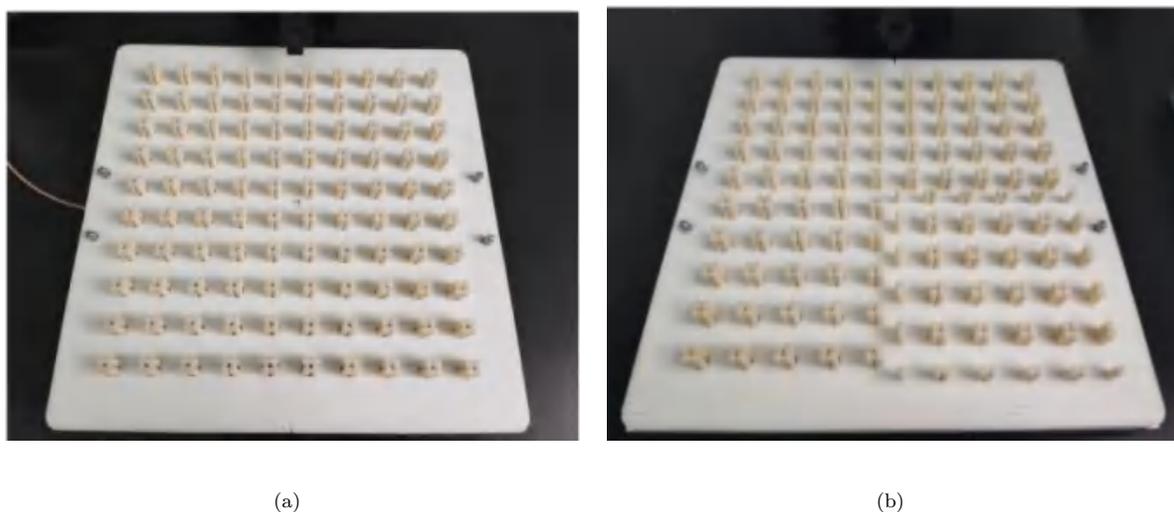


图 25 光子晶体样品示意图 (a) 平板 (b) 角态

Fig. 25. Photonic crystal sample schematic.(a)Bulk(b)Corner

实验中我们分别对空气、光子晶体板以及角态样本进行测量。首先对能带进行分析，实验测量结果如图26所示，注意在光子晶体板内我们导入了仿真数据进行对比。

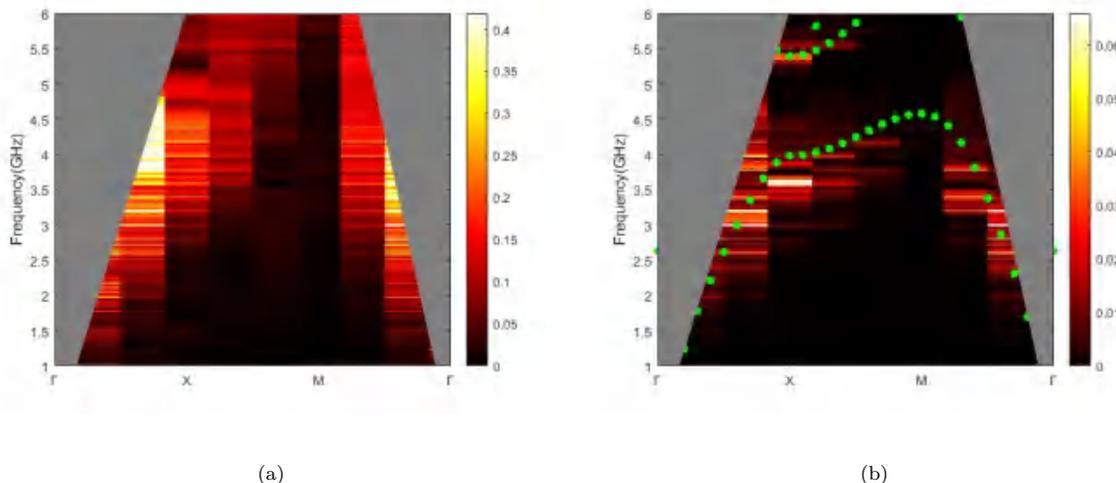


图 26 能带实验测量结果 (a) 空气 (b) 光子晶体板

Fig. 26. Band structure experimental measurement results(a)Air(b)Photonic crystal slab.

根据图26(a)可以看出，其显示出明显的光锥，只有在光锥内部的态才能在板内水平方向传播而不耗散，能够存在的态大部分集中在光锥的表面。而对于图26(b)，其呈现出明显的能带，只有能带分布附近频率的光的态可以在光子晶体板内存在，且态在光锥内才能在板内水平传播而不包含  $z$  方向的传播分量，从而不发生耗散。并且根据图26(b)对比仿真和实验结果，可以发现其两者十分吻合，能带保持着良好的一致性，说明实验效果较好。

接着，我们分析电场分布，利用扫描探针对空气板的  $E_z$  方向电场进行扫描，测量空气中各个频率的光的  $E_z$  分布情况，其结果如图27所示。

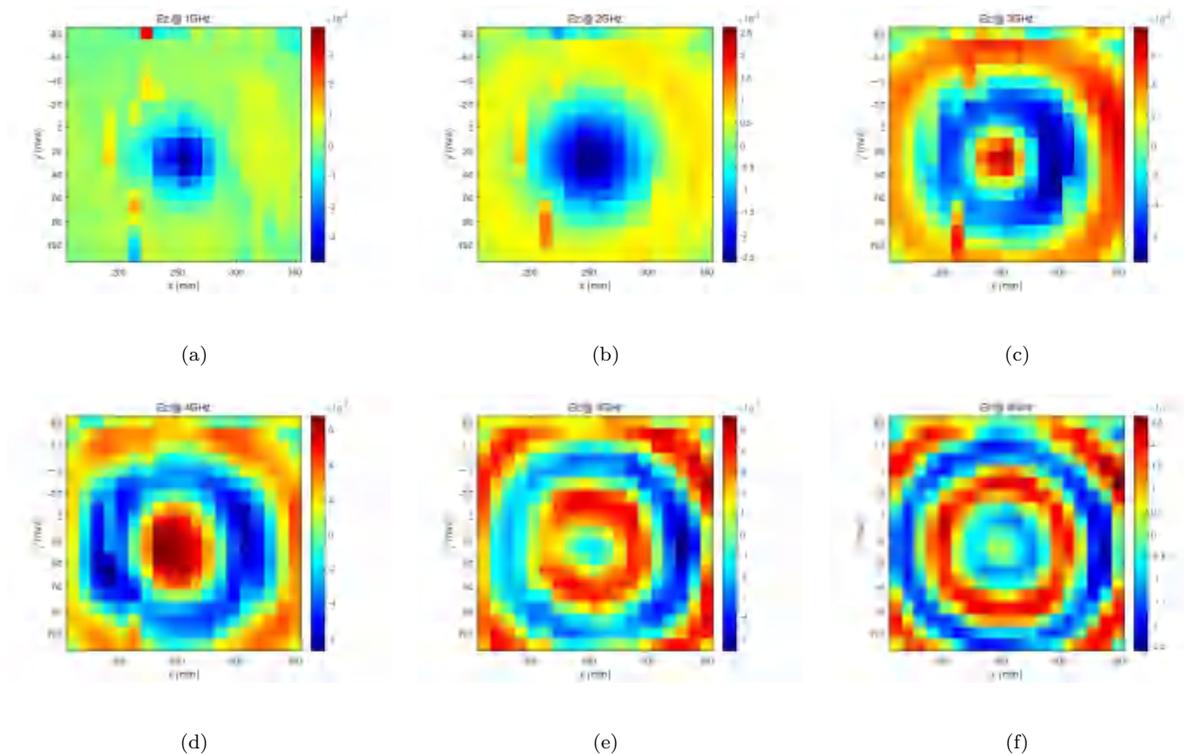


图 27 各频率下空气平板内  $E_z$  分布 (a)1GHz(b)2GHz(c)3GHz(d)4GHz(e)5GHz(f)6GHz

Fig. 27.  $E_z$  distribution in air. (a)1GHz(b)2GHz(c)3GHz(d)4GHz(e)5GHz(f)6GHz

可以看出，电场呈现出良好的驻波分布，并且沿着中心向外传播的振幅基本并未减小，说明其均在光锥内部，可以稳定地在二维平面内传播而不发生耗散。

而前四个图中出现了某些瑕疵点，可能是由于测量时导线不稳定或者是仪器振动导致的误差，造成数据传输时数据发生了较大浮动，但这对我们观察驻波形态并没有影响，其还是能够呈现出明显的向外传播的驻波形状。之后我们可以利用插值等方法将瑕疵点进行去除。

接着我们测量了光子晶体板的电场分布，实验结果如图28所示。

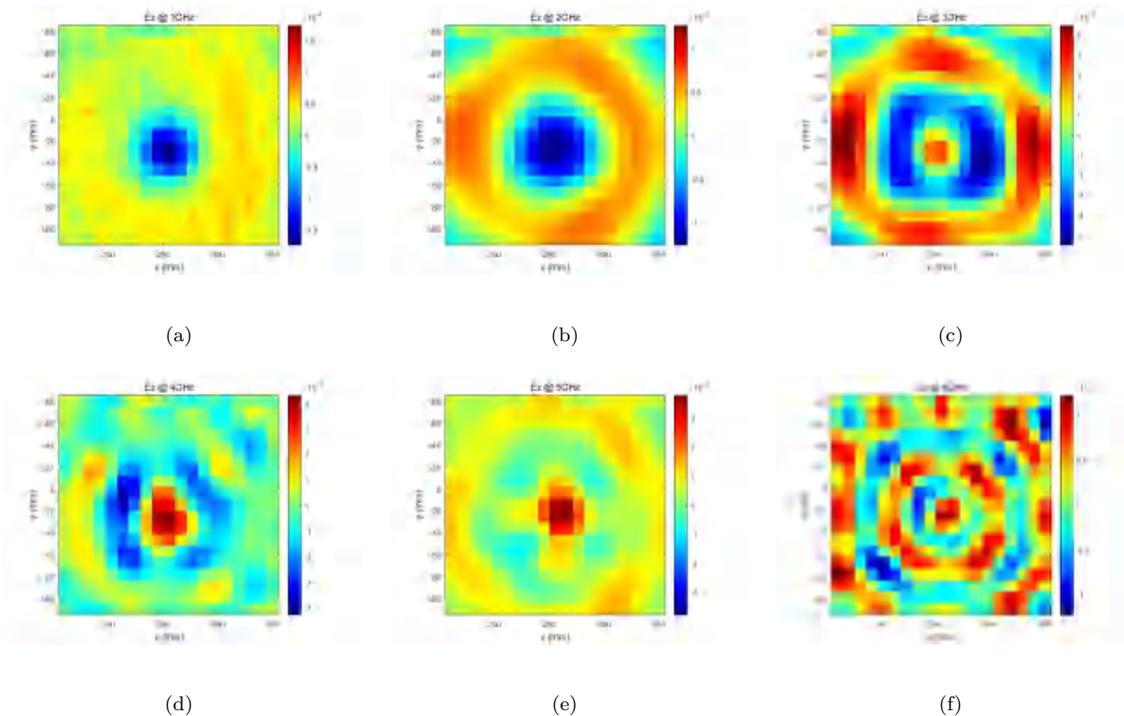


图 28 各频率下光子晶体板内  $E_z$  分布 (a)1GHz(b)2GHz(c)3GHz(d)4GHz(e)5GHz(f)6GHz

Fig. 28.  $E_z$  distribution in photonic crystal. (a)1GHz(b)2GHz(c)3GHz(d)4GHz(e)5GHz(f)6GHz

可以看出，此时光场分布在较低频率时与空气基本一致，也是一个驻波场，并且从能带图也能看出，其在较低频率时能带位置基本一致。而对于较大频率的光，由于光子晶体的限制，其分布相对于空气的驻波场发生了较大变化，说明光子晶体对光场实现了明显的分布调控，对光的传播产生了影响。

对光子晶体板上的稳定光场，其呈周期对称分布，具有类似光子晶体晶格的对称性，通过设计不同对称性的光子晶体应当可以获得更高或更低对称性的电场分布，实现光场的周期调控，从而应用于其他领域。

最后，我们测量了光子晶体角态的电场分布，实验结果如图29所示。

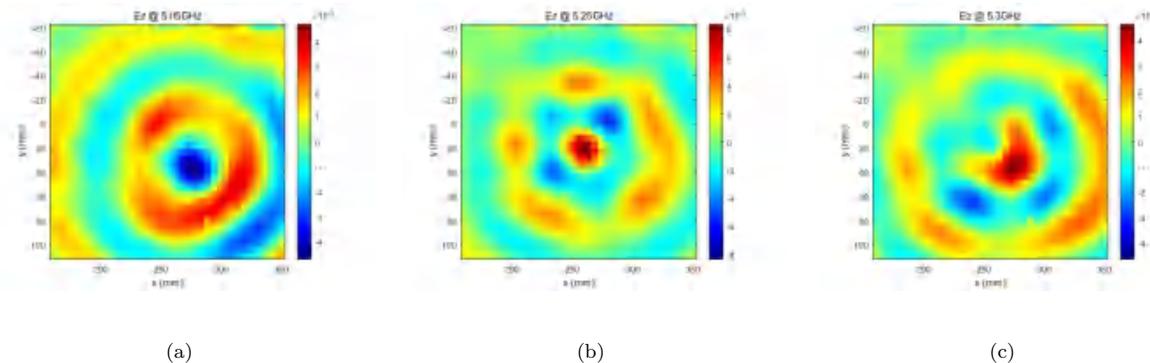


图 29 各频率下角态样本内  $E_z$  分布 (a)5.05GHz(b)5.25GHz(c)5.30GHz

Fig. 29.  $E_z$  Distribution in a corner mode sample.(a)5.05GHz(b)5.25GHz(c)5.30GHz

可以看出，角态样本通过调控电场，实现了中心极强位置的偏移，调控了二维电场分布。但由于角态样本对称性较差，其此时仅有一个晶面对称性，并没有旋转对称性。

## 5 讨论部分

### 5.1 误差分析

在本次实验中，存在一定的误差，其误差来源基本有以下几点构成：

1、在微波光学实验中，测量精度有限，必定存在一定的误差，不够精确。同时，并未实现重复测量，因此实验偶然误差较大。

2、微波光学装置并未标定，在测量中发现测量角度与仪器偏转角度有一个系统误差，这会导致部分实验拟合精度下降。

3、微波光学装置的实验转盘在转动中会发生倾斜，并且倾斜角度取决于转动幅度及转动方向，会造成数据较大的偏差，我们在测量中尽量保证旋转方向一致，但其也会对数据产生影响。

4、实验中数据采集有小幅度的浮动，可能是由于驻波场不稳定，或者是环境振动导致的，但我们实验中尽量保证读取数据的一致性，以浮动的中间值进行记录。

5、在波导测量实验中，由于波导并非理想波导，存在耗散，因此其传播中电场强度(模)随传播距离的增大而减小，呈现衰减趋势。

6、自制波导的表面并非完全平整，因此截止频率测量曲线并非呈现完全的阶跃模式，而是呈现周期性升降趋势，但我们仍然可以分辨出截止频率。

7、光子晶体实验中，由于测量时可能人为勾到数据线，以及由于外部振动引起的机械臂振动，会导致某些数据点产生瑕疵，但对实验结果的整体分析并无太大影响，同时我们也可以利用插值对其进行消除。

### 5.2 实验思考

1、微波装置我们并未知道其测量的是电场还是光强，因此我们进行拟合分析，最终得出测量电场强度的结果，并在偏振阶段进行了验证，实验效果较好。

2、实验中我们利用选做部分的双缝干涉测量微波波长，进而分析布拉格衍射结果，最终得出的晶面常数与理论基本一致，实现了实验自验证，效果较好。

3、波导实验中，我们采用两种边界条件进行仿真，最终发现理论结果与理想边界条件基本一致，其

电场模与  $z$  无关；而实验结果与散射边界条件基本一致，故说明实验中的边界处存在反射，因此我们利用 FFT 将空间光场变换为空间频谱，发现其正好存在一正一反两个方向传播的同波数的光，验证了实验猜想。

## 6 结论

在本次实验中，我们对基础光学模块以及矩形波导和光子晶体进行了研究，研究充分且分析到位。

首先我们利用微波光学实验仪器验证了基础光学理论。测量了其幅值关于传播距离以及角度的关系，分别利用  $\cos(\theta)$  和  $\cos^2(\theta)$  对幅值进行拟合，发现  $\cos(\theta)$  拟合评分较高，R-Square=0.9909，说明仪器测量的是电场而不是幅值；然后我们验证了反射定律，反射角与入射角基本一致；同时我们利用折射定律测量了塑料的折射率约为 1.509，结果可信；再后我们利用偏振板分析了微波的偏振特性，其呈现较好的线偏振特性，其相位以及幅值的变化与理论分析基本一致；接着利用透射板测量了其布儒斯特角，为  $63^\circ$  或  $68^\circ$ ，计算折射率对应为 1.963 或 2.475；并且我们利用双峰干涉实验测量了微波波长，为 2.849cm，同时利用测量结果分析布拉格衍射现象，发现与布拉格公式基本一致。

接着，我们进行了金属波导扫场实验，首先对比了预制波导实验与仿真的截止频率，与理论基本一致，同时测量了自制波导的截止频率，与我们的设计预期近乎完全吻合。接着，我们利用理想边界条件及散射边界条件对矩形波导进行了仿真，发现理想边界条件与理论近乎完全吻合，而散射边界条件与实验基本吻合，说明实验中的边界处发生了反射，从而在波导内部形成了驻波。我们对比了实验与散射边界条件的仿真结果，给出了多个驻波频率下的  $E_y$  的幅值及模在  $xz$  平面的分布，两者基本一致。同时我们对实验 6GHz 频率下的电场进行空间傅里叶变换，得到空间频谱，发现其正好存在一正一负的波数相同的反向传播的两个波，再次证明了其边界处存在反射。

最后，我们进行了光子晶体实验，首先利用 COMSOL 仿真单个光子晶体，仿真了其能带及电场分布，发现其对电场产生了调控；接着我们实验测量了空气及光子晶体板的能带，观察了光锥现象，发现光子晶体板的能带的实验与仿真结果基本完全一致；再后我们测量了空气和光子晶体板的电场  $E_z$  分布情况，发现低频下两者基本一致，而高频下由于光子晶体对空间光场的调控，使得其呈现与空气不一样的分布，但其仍具有晶体的对称性；最后我们测量了角态样本的  $E_z$  分布，发现其实现了对电场中心极强位置的调控，此时其仅具有一个晶面对称性，因此电场分布较为混乱。

总的来说，本次实验完成了光学领域中许多现象的验证，兼顾基础和前沿方向，实验完整，分析有深度，实验较为成功。

## 附录 A1

注：参考文献位于附录之后。

源程序 1: 绘制截止频率曲线并标注截止频率

```
tra_data_mod = abs(tra_data);
% 创建新图形并设置尺寸比例为 1:2
figure('Position', [100, 100, 900, 600]);
% 绘制点线图
plot(freq_list, tra_data_mod, 'LineWidth', 2);
% 添加标签
xlabel('频率', 'FontSize', 18);
ylabel('强度', 'FontSize', 18);
% 显示频率为31500000的点
hold on
index = find(freq_list == 315000000);
plot(freq_list(index), tra_data_mod(index), 'ro', 'MarkerSize', 8);
% 添加标签
text(freq_list(index), tra_data_mod(index)+0.1, ['(', num2str(freq_list(index)), ', ',
    num2str(tra_data_mod(index)), ')'], 'HorizontalAlignment', 'right', 'FontSize', 16);
% 添加箭头
annotation('arrow', [0.32 0.45], [0.2 0.13], 'Color', 'red', 'LineWidth', 1);
% 设置图像 DPI 为 100, 并保存图像
print('figure', '-dpng', '-r200');
hold off
```

源程序 2: 绘制不同频率下的  $E_y$  分布

```
fre = 5.98;
a = floor(1 + (fre - 1) / 5 * 200);
S_real = real(S_mat);
S_abs = abs(S_mat);
val2 = S_real(1:15, :, a);
```

```

z = freq_list(a);
figure('Position', [100, 100, 1000, 300]);
% 绘制场强分布图
yp = y(1:15);
pcolor(x, yp, val2);
title(sprintf("%g 频率", z));
shading interp; % 插值绘制
colorbar; % 显示颜色条
% 设置渐变色彩
colormap(jet); % 从红到蓝的渐变色彩
print('figure', '-dpng', '-r200');

```

### 源程序 3: 对电场进行傅里叶变换并绘图

```

S_x = S_mat(7, :, a);
n = length(S_x(:));
t = 1:1:n;
fs = 1; % 采样频率
LF = length(S_x);
% 傅里叶变换
xf = fft(S_x); % 傅里叶变换的结果是对称的, 原因单位根之间存在复共轭
xf_o = abs(xf);
f_o = (1:LF) .* fs / LF; % 频率轴
xf_oc = fftshift(xf_o); % 将零频移动到输出的中心位置
f_oc = (floor(-LF / 2):floor(LF / 2) - 1) .* fs / LF; % 频率轴
figure
subplot(311)
plot(t, S_x)
title('输入信号');
xlabel('Time');
ylabel('Amplitude');
subplot(312)

```

```

plot(f_o, xf_o) % xf_o 是复数，但图形仅画实部，忽略虚部。

title('fft 结果');

xlabel('Frequency');

ylabel('Real part of fft');

subplot(313)

plot(f_oc, xf_oc)

title('零频移动到输出中心的 fft 结果');

xlabel('Frequency');

ylabel('Real part of fft');

xlim([-0.1 0.1])

% 双边谱

xf_da = abs(xf_oc) / LF; % 归一化后的双边谱

f_d = (floor(-LF / 2):floor(LF / 2) - 1) .* fs / LF; % 频率轴

figure

plot(f_d, xf_da)

title('傅里叶变换双边频率-幅度谱');

xlabel('空间频率');

ylabel('幅度');

print('figure', '-dpng', '-r200');

```

## 参考文献

- [1] Pozar D M. Microwave engineering[M]. John wiley & sons, 2011.
- [2] Slater J C. Microwave electronics[J]. Reviews of Modern Physics, 1946, 18(4): 441.
- [3] Galema S A. Microwave chemistry[J]. Chemical Society Reviews, 1997, 26(3): 233-238.
- [4] Simons R N. Coplanar waveguide circuits, components, and systems[M]. John Wiley & Sons, 2004.
- [5] Sheremet A S, Petrov M I, Iorsh I V, et al. Waveguide quantum electrodynamics: collective radiance and photon-photon correlations[J]. Reviews of Modern Physics, 2023, 95(1): 015002.
- [6] Kim E, Zhang X, Ferreira V S, et al. Quantum electrodynamics in a topological waveguide[J]. Physical Review X, 2021, 11(1): 011015.
- [7] Tang G J, He X T, Shi F L, et al. Topological photonic crystals: physics, designs, and applications[J]. Laser & Photonics Reviews, 2022, 16(4): 2100300.
- [8] Butt M A, Khonina S N, Kazanskiy N L. Recent advances in photonic crystal optical devices: A review[J]. Optics & Laser Technology, 2021, 142: 107265.
- [9] He L, Liu D, Zhang H, et al. Topologically-protected quantum logic gates with valley-Hall photonic crystals[J]. Advanced Materials, 2024: 2311611.
- [10] 郭硕鸿. 电动力学 (第四版)[M]. 高等教育出版社, 2023.
- [11] TUTTON, A. X-Rays and Crystal Structure[J]. Nature, 1915, 95: 198-199.
- [12] Joannopoulos, John D. et al. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light - Second Edition[M]. 2008.
- [13] 陈晓东, 高梓轩, 何辛涛, 董建文, 赵福利. 基于近场电磁扫描系统的矩形金属波导模式成像实验 [J]. 物理与工程, 2022, 32(2): 93-98.

# Microwave Optics and Metal Waveguides and Photonic Crystal Experiment

Shangrun Lu<sup>1)</sup>

1) (*Sun Yat-sen University, School of Physics, Guangzhou 510275, China*)

## Abstract

This study utilized microwave optics experiments to verify fundamental optical phenomena such as refraction, polarization, Brewster's angle, Bragg diffraction, and double-slit interference. Microwave wavelengths were measured and the Bragg formula was validated, thereby confirming the effectiveness of microwave optics experiments. Additionally, the research investigated the electric field distribution and cutoff frequency of both prefabricated and homemade waveguides. Simulation was conducted using both ideal boundary conditions and scattering boundary conditions. A comparison revealed that the ideal boundary conditions were generally consistent with theory, while the scattering boundary conditions, due to the presence of reflective effects, were largely consistent with experimental observations. Finally, the study examined the relevant band properties and electric field distribution of photonic crystals, yielding satisfactory experimental results.

**Keywords:** Microwave Optics, Metal Waveguide, COMSOL Simulation, Photonic Crystal