

实验 B10 B11 B16 单缝衍射和圆孔衍射实验及仿真

实验人：路尚润 21305127 合作人：巩元昊 21305179 指导老师：谭创¹

(1 中山大学物理系, 广东广州 510275)

摘要：光的衍射是光的波动性的基本特征之一，其基本原理是惠更斯-菲涅尔原理，然后利用光程差，以及某些近似计算，即可得出光强分布，并且可以导出光强极大值以及极小值的位置，其在多种光学技术中有着重要的应用。在本文中，我们首先实现了激光夫琅禾费衍射，测量了缝宽为 $100\mu\text{m}$ 、 $200\mu\text{m}$ 、 $300\mu\text{m}$ 、 $400\mu\text{m}$ 时的光强曲线，并利用角宽度验证了其光强曲线准确性；然后我们实现了菲涅尔圆孔衍射，利用 tracker 软件对视频进行逐帧分析，读取改变量，成功验证了半波带理论；最后，我们用 seelight 成功仿真了两种衍射的各种情形，并进行了误差分析，实验较为成功。

关键词：夫琅禾费衍射；菲涅尔圆孔衍射；seelight 仿真；半波带理论

1 引言

光的衍射是光的波动性的基本特征之一^[1]。光是一种电磁波，在传播过程中，遇到障碍物或小孔时，光将偏离直线传播的路径而绕到障碍物后面传播的现象，叫光的衍射 (Diffraction of light)。其分为菲涅尔衍射和夫琅禾费衍射。

现如今，在光谱分析^{[2][3]}、晶体分析^[4]、全息技术^[5]、光信息处理等精密测量和近代光学技术中，衍射已成为一种有力的研究手段和方法。

在本文中，我们首先通过激光夫琅禾费衍射，测量四种缝宽的光强分布，然后通过实现菲涅尔衍射，通过调节 CCD 与圆孔的距离，获得不同距离下的衍射图像，观察中心处光强并验证半波带理论，最后我们通过 seelight 进行了两种衍射现象的仿真。

2 实验原理

2.1 衍射分类

光在传播过程中遇到尺寸接近于光波长的障碍物时 (如狭缝、小孔、细丝等)，会发生偏离直线传播的现象而进入按直线传播划定的阴影区内，这种现象称为光的衍射。

光的衍射现象通常分为两类，一类是菲涅尔衍射，一类是夫琅禾费衍射。菲涅尔衍射原理如图 1(a) 所示，指光源和观察屏 (即衍射图样所在位置) 或其中任意一个与障碍物的距离为有限远的情况。夫琅禾费衍射的

原理如图 1(b) 所示，指光源和观察屏两者与障碍物的距离均为无限远的情况，即入射光和衍射光都是平行光束，也称为平行光束的衍射。由于衍射后的平行光难以直接观测，可以近似地或利用光学成像系统 (透镜) 将平行光聚焦后进行观测，所以夫琅禾费衍射的实际光路可以有多种变形。

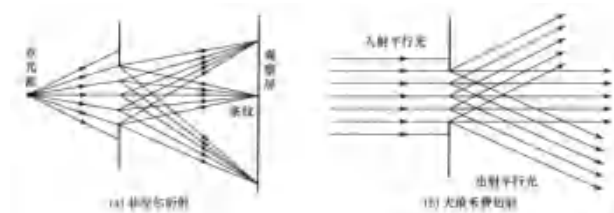


图 1: 衍射的分类

2.2 单缝 (夫琅禾费) 衍射实验

在实验中，采用激光进行衍射实验，故此时光路图如图2所示。

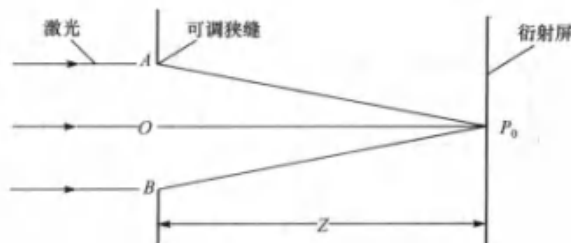


图 2: 激光单缝衍射

由惠更斯-菲涅尔原理，我们可以导出屏上任意点 P_θ 光强满足

$$I_\theta = I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \right) / \left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \right)^2 \quad (1)$$

其中, λ 为人射光波长; θ 为衍射角; a 为狭缝宽度; I_0 为中心 P_0 处的光强, 称为主极大。则根据公式, 我们可以知道其光强分布图应为图3所示。

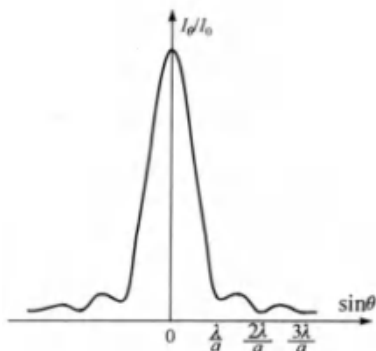


图 3: 夫琅禾费单缝衍射光强分布

2.3 圆孔 (菲涅尔) 衍射实验

我们处理菲涅尔圆孔衍射时, 采用半波带法。半波带法是处理次波相干叠加的一种简化方法。如图4所示, 取波前 Σ 为以点源 S 为中心的球面 (等相面), 设其半径为 R , 其顶点 O 与场点 P_0 的距离为 b 。以 P_0 为中心, 分别以 $(b + \lambda/2)$ $(b + \lambda)$ $(b + 3\lambda/2)$ $(b + 2\lambda) \dots$ 为半径作球面, 将波前 Σ 分割为一系列环形带。由于这些环形带上的点 $O M_1 M_2 M_3 M_4 \dots$ 到 P_0 的光程逐个相差半个波长, 故称之为半波带。 P_0 点的合成振幅 $A(P_0)$ 为各个半波带振幅的叠加。设第 n 个半波带在 P_0 处的振幅为 a_n , 则有

$$A(P_0) = a_1 - a_2 + a_3 - \dots + a_n = \frac{a_1}{2} + (-1)^{n+1} \frac{a_n}{2} \quad (2)$$

在菲涅耳圆孔衍射实验中, 若观察屏不动, 只改变圆孔的直径 d , 或保持圆孔的直径不变, 只是改变观察屏与圆孔之间的距离, 均可以使半波带的数目发生改变。

当半波带的数目为奇数时, 屏中央出现亮纹; 当半波带的数目为偶数时, 屏中央出现暗纹。故连续改变观察屏与圆孔之间的距离时, 衍射图样的中心点会出现明暗的交替变化。

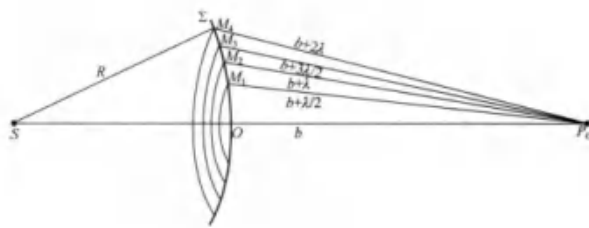


图 4: 半波带法原理图

2.4 基于 seelight 的仿真实验

我们用 seelight 仿真两种实验结果。

2.4.1 seelight 简介

vLight 光学系统虚拟仿真实验平台是由中山大学物理学院, 中国科学院软件所和国防科技大学光电科学与工程学院共同研发。vLight 基于理原理的数字化仿真方法, 通过对光源物理特征、干涉、衍射、偏振等方面进行虚拟仿真实验的研究, 从物理、数学层面进行可视化仿真, 为光学系统的建模和仿真提供了极大的准确性和灵活性。VLight 提供 7 大类、72 个成熟的光学模型, 涵盖光源、光束传输、器件等多个种类, 满足不同教学场景的仿真模拟需要; 内置的应用实动光学 (干涉)、光的偏振、信息光学、常用光学仪器等 7 大类共 52 个应用实例。依托云计算、并行计算等流行技术, 为 vLight 虚拟仿真实验构建了稳定、高效的云服务平台, 用户不需要下载任何拂件, 打开浏览器即可使用。

2.4.2 仿真夫琅禾费衍射实验

我们通过搭建仿真光路模型, 采用两种光 (激光、平行光) 入射实现实验数据与仿真数据的拟合, 光路图如图5与6所示。

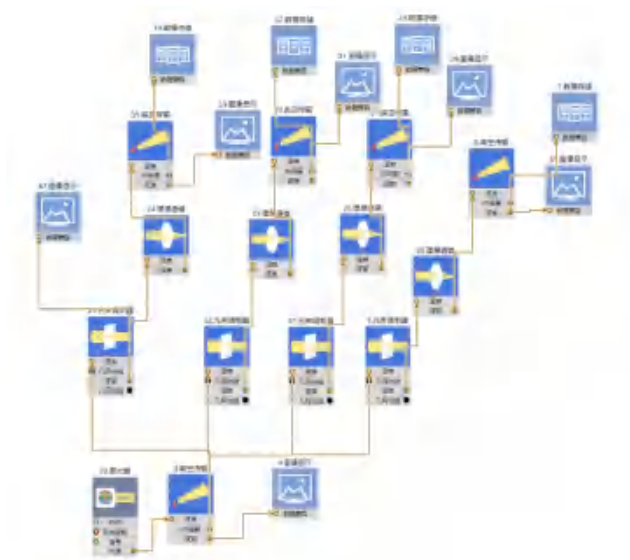


图 5: 夫琅禾费单缝衍射仿真模型 (激光光源)

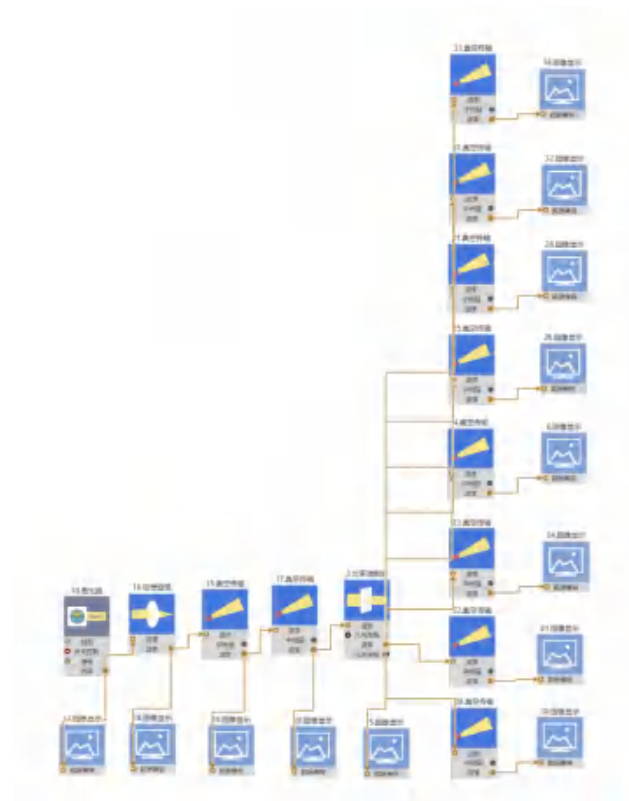


图 7: 菲涅尔圆孔衍射仿真模型

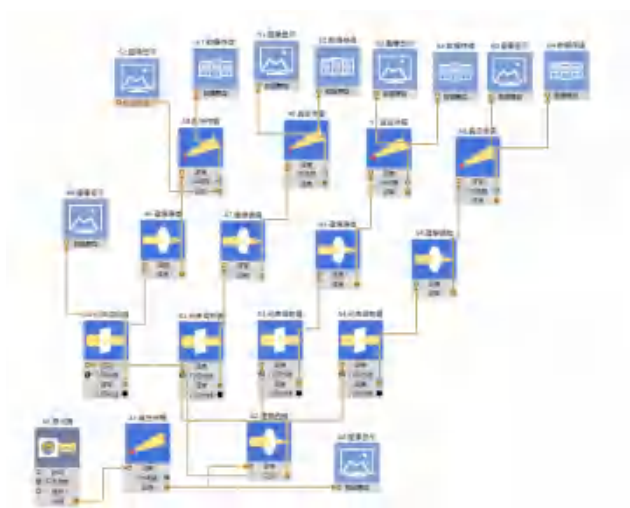


图 6: 夫琅禾费单缝衍射仿真模型 (平行光源)

我们通过调节 Z 值, 即接受屏与圆孔的距离, 获得半波带数目不同之下的仿真图像。

3 实验装置

3.1 单缝 (夫琅禾费) 衍射实验

光源 (He-Ne 激光器或半导体激光器), 底座 (通用底座、一维平移底座、二维平移底座), 调节架 (激光器架、透镜架), 光学元、件 (宽度可调狭缝), 观察和检测设备 (白屏、光功率计及探头)。

实验光路图的俯视图如图8所示。

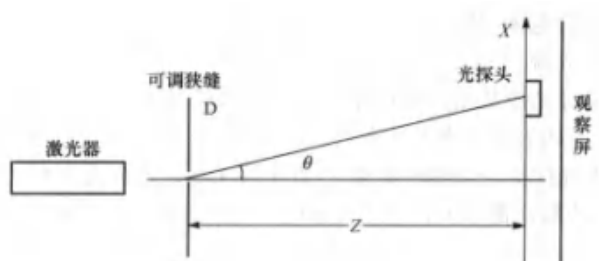


图 8: 夫琅禾费单缝衍射光路俯视图

2.4.3 仿真菲涅尔衍射实验

我们通过 seelight 搭建圆孔仿真光路, 其仿真光路如图7所示

3.2 圆孔 (菲涅尔) 衍射实验

光源 (激光器、低压钠灯), 光学元件 (扩束镜 $f = 6.2 \text{ mm}$ 、物镜 $f = 70 \text{ mm}$ 、小孔 $\phi = 1 \text{ mm}$ 、多孔板 $\phi = 0.2 \text{ mm} - 1.5 \text{ mm}$ 、测微目镜)、调节架和底座 (通用底座、升降调整座、二维平移底座、透镜架、二维调节架、激光器架、测微目镜架)、观测设备 (白屏、像素不低于 600 万的数码照相机、光纤光功率计)。

实验装置如图9所示。

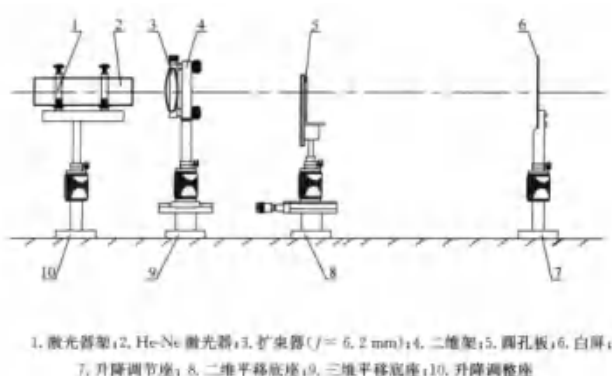


图 9: 菲涅尔圆孔衍射装置图

3.3 基于 seelight 的仿真实验

能够打开 seelight 仿真的计算机。

4 实验内容

4.1 单缝 (夫琅禾费) 衍射实验

- (1) 本实验采用氦氖激光器, 红光波长 632.8 nm , 以 $100 \mu\text{m}$ 宽度的狭缝作为标准狭缝, 用公式计算出狭缝到光探头的准确距离 L 。
- (2) 以此距离为标准, 验证狭缝宽度分别为 $200 \mu\text{m}$ 、 $300 \mu\text{m}$ 、 $400 \mu\text{m}$ 的狭缝衍射光强曲线的准确性。

4.2 圆孔 (菲涅尔) 衍射实验

根据视频中小屏幕显示的标尺, 找出衍射光斑中心为亮斑和暗斑的位置间隔, 验证半波带理论。

4.3 基于 seelight 的仿真实验

- (1) 根据实验参数仿真单缝衍射实验 (弗朗和菲衍射), 使得仿真计算得到的相对光强分布曲线的峰位与

实验曲线尽可能一致, 最好是整条实验曲线也尽可能重合。(平行光入射)

- (2) 根据实验参数仿真圆孔衍射实验 (菲涅尔衍射), 得出光斑中心光强随距离变化关系曲线, 调节参数使得光斑中心为暗斑或亮斑的时候, CCD 面与圆孔的距离与实验一致。

5 实验结果与讨论

5.1 单缝 (夫琅禾费) 衍射实验

我们以 $100 \mu\text{m}$ 的宽度作为标准缝宽, 其实验光强分布示意图为图10

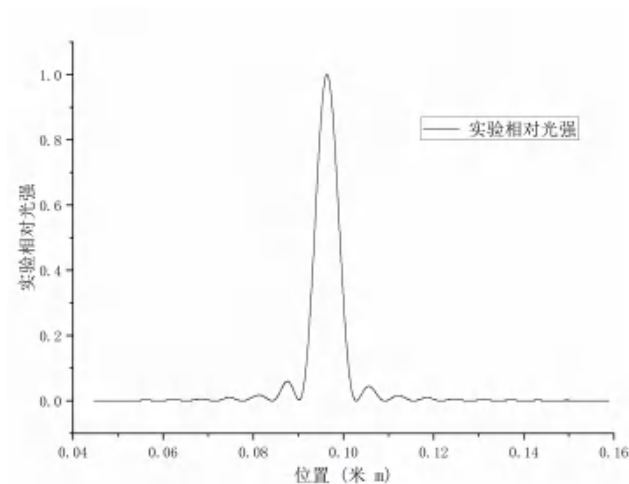


图 10: $100 \mu\text{m}$ 实验光强分布

我们读出其一级暗条纹位置, 计算半线宽度 $x_1 = 0.0063 \text{ m}$, 可知此时半角宽度满足公式:

$$\sin \theta_1 = \lambda / a \quad (3)$$

此时由于 L 约等于 1, 故近似有

$$\theta_1 = \lambda / a \quad (4)$$

读取其半角宽度, 并且通过近似公式

$$x_1 = \lambda L / a \quad (5)$$

计算出此时狭缝到光探头的准确距离为 $L = 0.9956 \text{ m}$ 。

而我们实验中所使用的屏与缝隙距离应是相等的, 且采用同样的氦氖激光器入射, 故此时有半线宽度满

足

$$x_1 \propto 1/a \quad (6)$$

我们分别读取出各个缝宽对应的半角宽度，其实验原始数据如表1所示。

表 1: 缝宽数据

理论缝宽/ μm	实际缝宽/ μm	缝宽倒数/ μm^{-1}	半线宽度/ m
100	100.0000	0.01	0.0062
200	201.5878	0.004961	0.0034
300	303.4272	0.003296	0.0021
400	405.0088	0.002469	0.0017

通过 origin 进行线性拟合，拟合结果如图11所示。

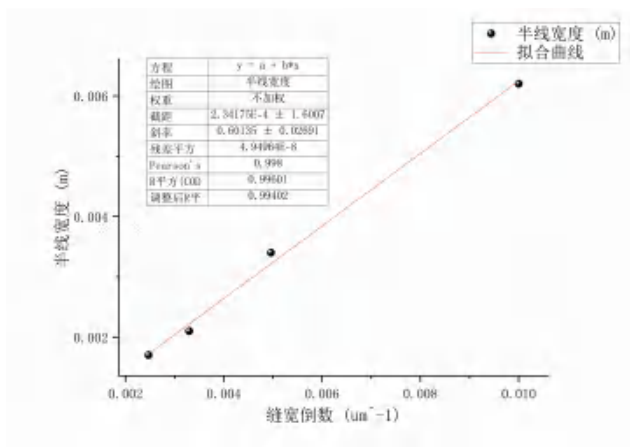


图 11: 缝宽拟合曲线图

其参数如表2所示

表 2: 拟合参数

参数名称	值	标准误差
截距	2.34E-04	1.60E-04
斜率	0.60135	0.02691
R 平方 (COD)	0.99601	

可以看出，R-Square 约等于 1，其拟合度很高，说明半线宽度（角宽度）与缝宽呈反比，所以对于每个缝宽，当以 $100\mu m$ 作为标准时，其实验光强分布曲线是准确的。

对于激光衍射，我们须满足公式

$$a^2/(8Z\lambda) \ll 1 \quad (7)$$

故经过计算得

表 3: 激光衍射条件

理论缝宽/ μm	$a^2/(8Z\lambda)$
100	0.001984
200	0.008063
300	0.018267
400	0.032545

可以看出，虽然此时缝宽较大时其并非特别小，但此时仍约小于 1 两个数量级，故此时光强曲线应当是准确的，但一定会产生误差。

5.2 圆孔 (菲涅尔) 衍射实验

由于具体实验并未给出具体参数，所以此部分内容我们一并于 seelight 仿真中进行论述。

5.3 基于 seelight 的仿真实验

接下来我们进行 seelight 的仿真实验，首先，我们进行

5.3.1 仿真夫琅禾费单缝衍射实验

我们实验中采用两种仿真，一种为激光光源仿真，另一种为平行光仿真，即激光后加凸透镜使其变为平行光。

A. 激光光源

对于激光光源，我们搭建的光路图如图5所示，此时进行四种缝宽的仿真。

①缝宽 $=100\mu m$

我们采用的缝到屏的距离 $Z=0.98m$ 。此时，仿真效果图如图12以及光强曲线如图13所示，

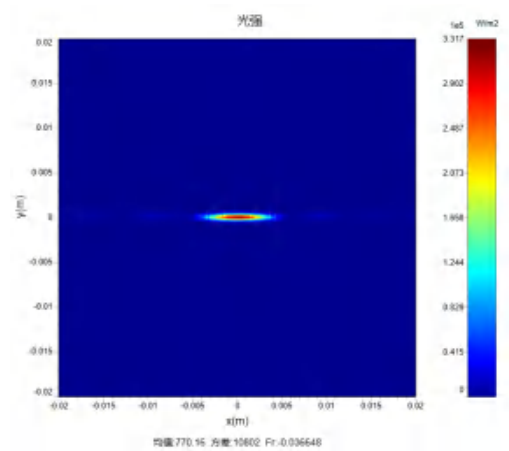


图 12: $100\mu m$ 激光光源仿真图

我们采用的缝到屏的距离 $Z=0.9955\text{m}$ 。此时，仿真效果图如图16以及光强曲线如图17所示，

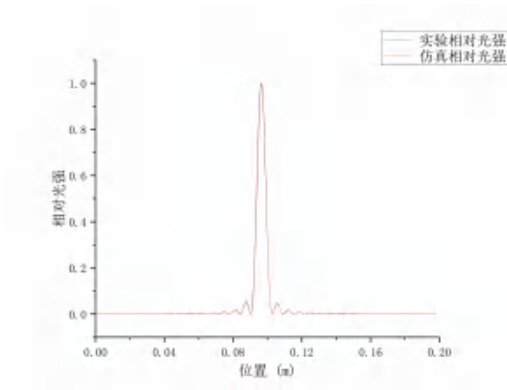


图 13: $100\mu\text{m}$ 激光光源光强图

②缝宽 $=200\mu\text{m}$

我们采用的缝到屏的距离 $Z=0.99\text{m}$ 。此时，仿真效果图如图14以及光强曲线如图15所示，

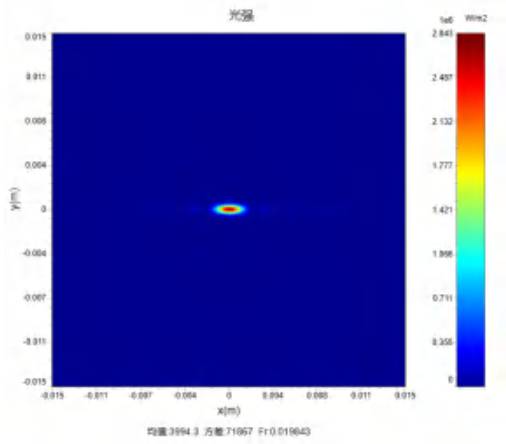


图 16: $300\mu\text{m}$ 激光光源仿真图

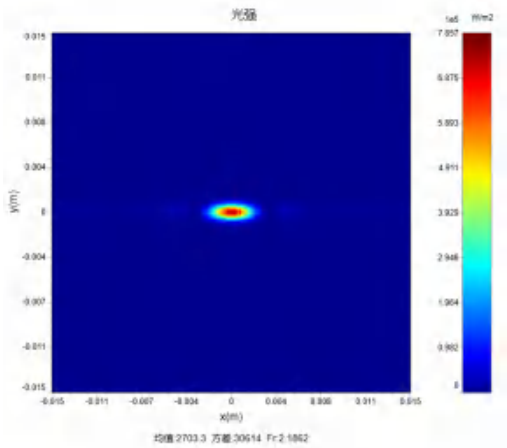


图 14: $200\mu\text{m}$ 激光光源仿真图

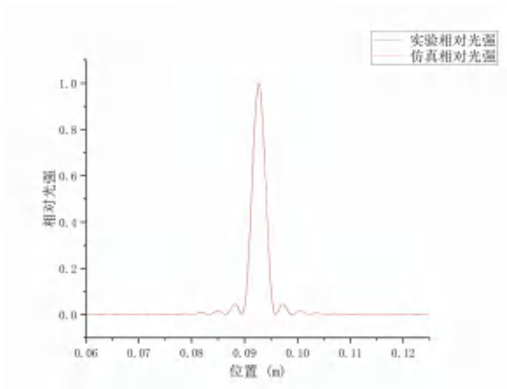


图 15: $200\mu\text{m}$ 激光光源光强图

③缝宽 $=300\mu\text{m}$

我们采用的缝到屏的距离 $Z=0.99\text{m}$ 。此时，仿真效果图如图18以及光强曲线如图19所示，

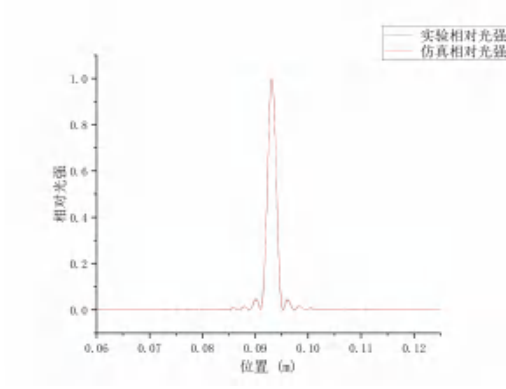
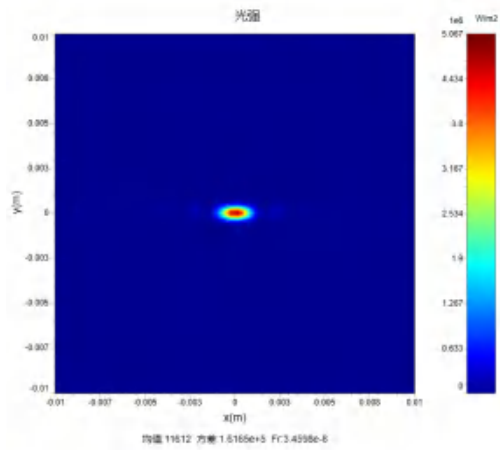
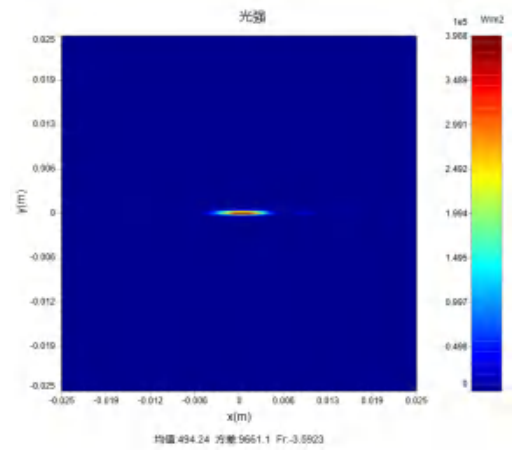
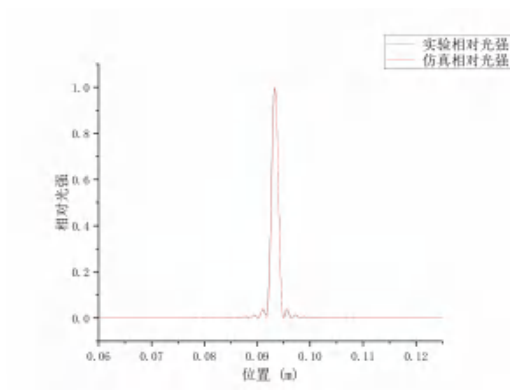
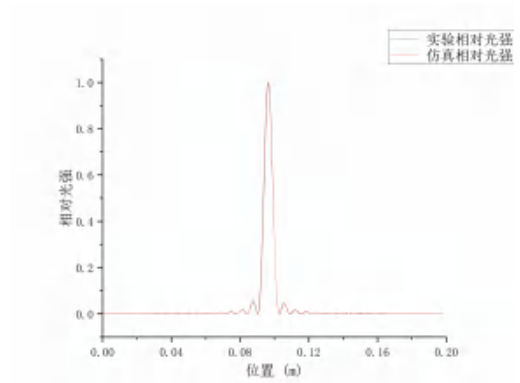


图 17: $300\mu\text{m}$ 激光光源光强图

④缝宽 $=400\mu\text{m}$

图 18: 400 μm 激光光源仿真图图 20: 100 μm 平行光光源仿真图图 19: 400 μm 激光光源光强图图 21: 100 μm 平行光光源光强图②缝宽 = 200 μm

我们采用的缝到屏的距离 $Z=0.99\text{m}$ 。此时，仿真效果图如图22以及光强曲线如图23所示，

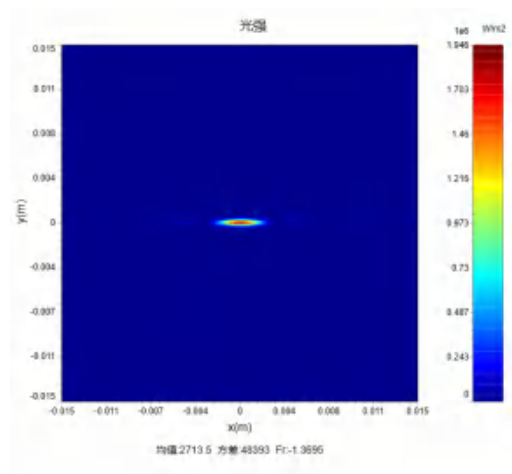
通过对比可以看出，实验仿真效果较好。

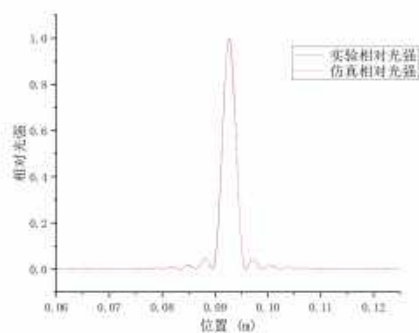
B. 平行光光源

我们采用的缝到屏的距离 $Z=0.96\text{m}$ 。对于平行光光源，我们搭建的光路图如图6所示，此时进行四种缝宽的仿真。

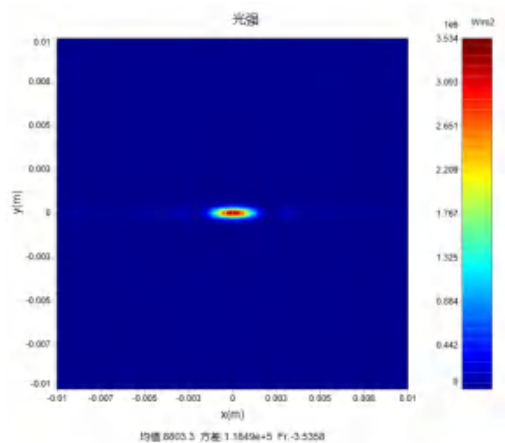
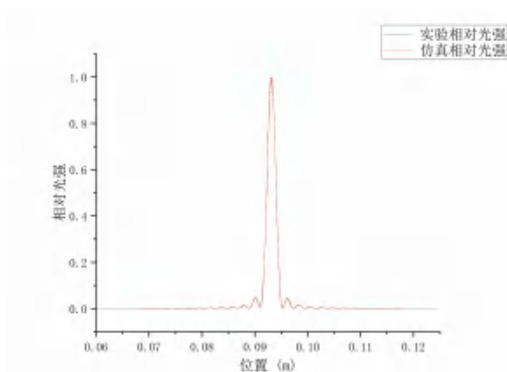
①缝宽 = 100 μm

此时，仿真效果图如图20以及光强曲线如图21所示，

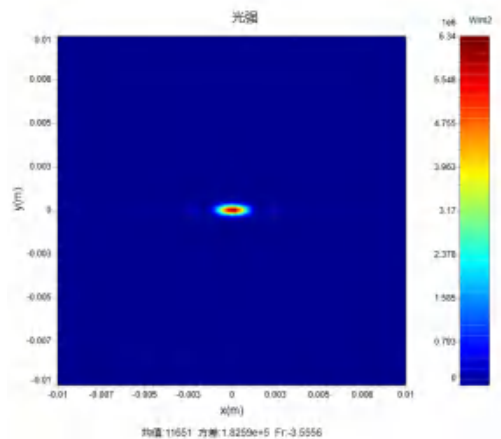
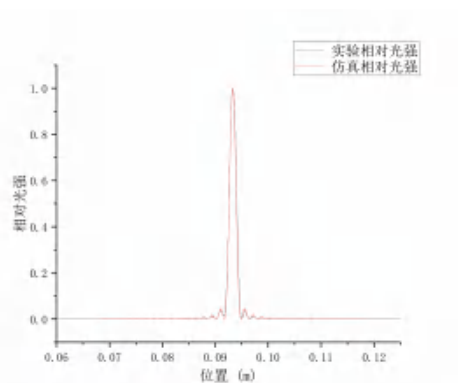
图 22: 200 μm 平行光光源仿真图

图 23: 200 μm 平行光光源光强图③缝宽 =300 μm

我们采用的缝到屏的距离 $Z=0.98\text{m}$ 。此时，仿真效果图如图24以及光强曲线如图25所示，

图 24: 300 μm 平行光光源仿真图图 25: 300 μm 平行光光源光强图④缝宽 =400 μm

我们采用的缝到屏的距离 $Z=0.99\text{m}$ 。此时，仿真效果图如图26以及光强曲线如图27所示，

图 26: 400 μm 平行光光源仿真图图 27: 400 μm 平行光光源光强图

通过对比可以看出，实验仿真效果较好。

C. 误差分析

对于真实实验，因为衍射现象对光程以及缝宽等极其灵敏，故由于实验设备抖动，以及采集精度等限制，其会产生一定的误差，比如暗条纹处光强有些不为 0。且我们发现，真实实验中有一个 0.1 的基础光强，故我们将其作为日光进行消除。

对于仿真实验，我们可以发现，其精度有限，即所输出图像为一个二维平面经过一定维度的分割后分别对应计算所得，故其会产生一定的上下浮动，即毛刺，但现象并不明显，实验曲线总体形状仍为平滑的。

5.3.2 仿真菲涅尔圆孔衍射实验

我们通过搭建仿真光路模型，采用平行光入射，实现仿真与实验结果一致，光路图如图7所示。

首先，我们通过视频读取出中心暗斑以及中心亮斑处的 Z 值，即光屏与圆孔的距离，此时我们只能读出改变量，但并未给出真实值，故此时我们通过利用 tracker 软件读取其改变，然后通过 seelight 仿真获取我们此时的真实 Z 值。

我们由参考文献 1 可知，此时实验中所采用的扩束镜焦距为 6.2mm，故我们搭建了图7的光路。

首先，激光器传出的光通过扩束镜，经过一段 6.2mm 的真空传输距离，变为一个点光源，然后经过第一段真空传输距离，经过调试，其为 14.2cm，然后其通过直径为 1mm 的圆孔，再经过一段真空传输 (Z) 之后打到光屏上并产生菲涅尔衍射现象。

经过调试，我们有传播距离 Z 以及对应中心的亮暗情形如表4所示 我们可以发现，此时在半波数为偶数

表 4: 菲涅尔圆孔衍射数据

视频刻度/cm	仿真距离/cm	亮暗情况	半波带数
29.43	5.07	亮斑	10.57
29.90	5.50	暗斑	9.97
30.80	6.40	亮斑	8.96
32.00	7.60	暗斑	7.98
33.60	9.20	亮斑	7.08
36.20	11.80	暗斑	6.13
42.30	17.90	亮斑	4.99
52.00	27.60	暗斑	4.21

时，其为亮斑，奇数时为暗斑，我们考虑将其用 origin 拟合，观察其理论准确度。拟合曲线如图28所示

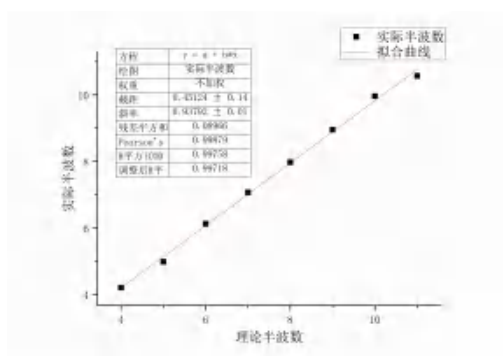


图 28: 半波带理论验证拟合

其拟合参数如表5

表 5: 半波带理论拟合参数

参数名称	值	标准误差
截距	4.51E-01	1.48E-01
斜率	0.93792	0.01886
R 平方 (COD)	0.99758	

可以看出，R-Square 约等于 1，拟合程度很高，说明理论较为准确。且仿真图像如图29-图36所示

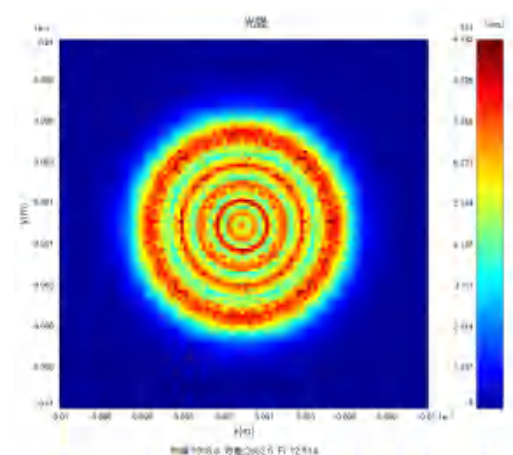


图 29: 5.07cm 菲涅尔圆孔衍射光强分布图

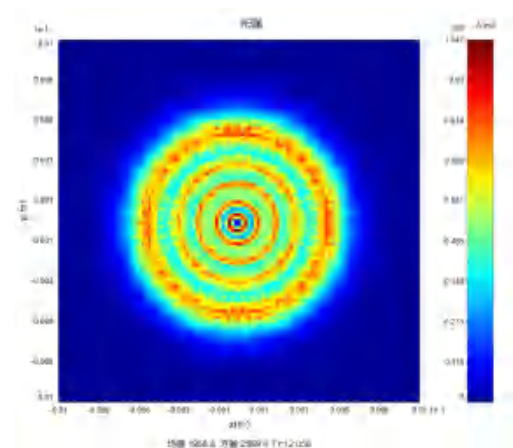


图 30: 5.50cm 菲涅尔圆孔衍射光强分布图

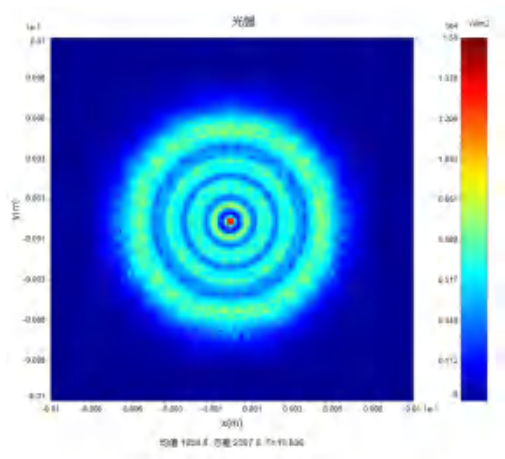


图 31: 6.40cm 菲涅尔圆孔衍射光强分布图

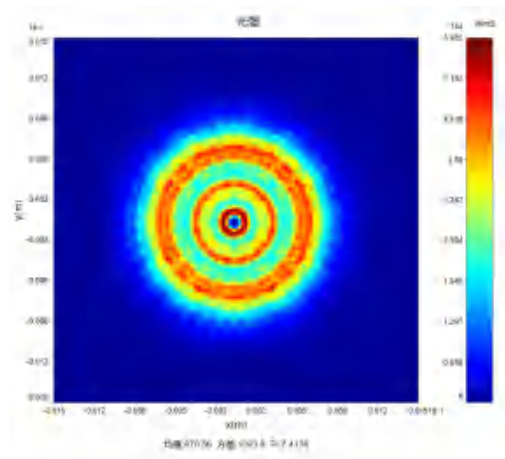


图 34: 11.80cm 菲涅尔圆孔衍射光强分布图

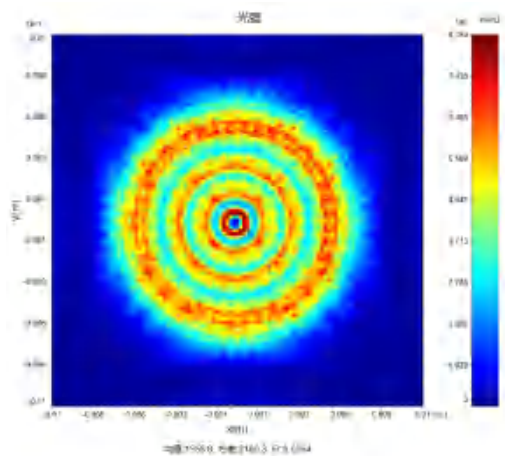


图 32: 7.60cm 菲涅尔圆孔衍射光强分布图

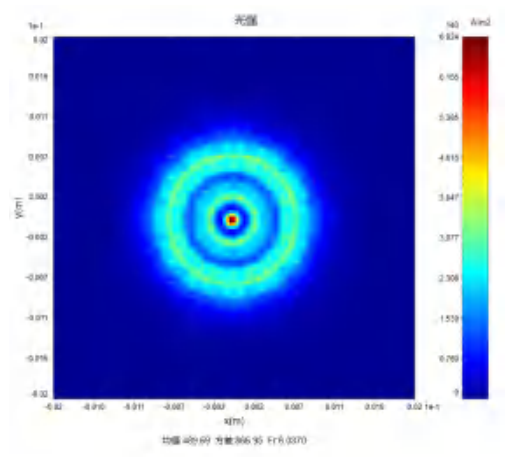


图 35: 17.90cm 菲涅尔圆孔衍射光强分布图

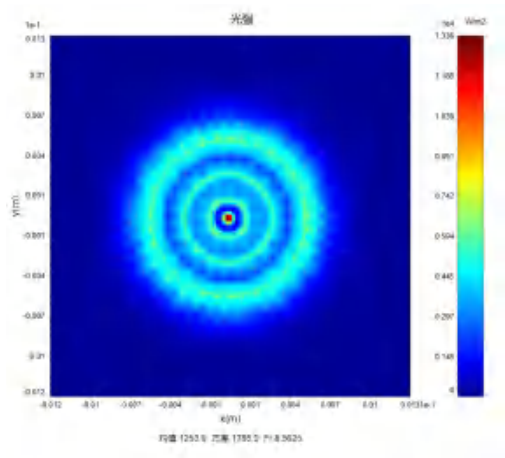


图 33: 9.20cm 菲涅尔圆孔衍射光强分布图

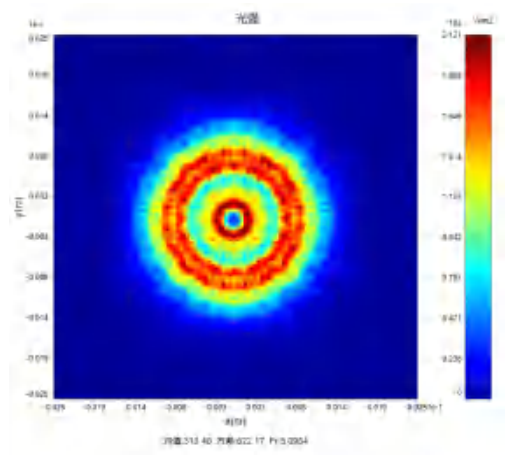


图 36: 27.60cm 菲涅尔圆孔衍射光强分布图

可以看出，仿真实验效果极好，我们成功验证了实

验的准确性，并且验证了半波带理论的准确性。

误差分析：

实际上，seelight 在真空传输模块中会出现图像失真，这是由于计算机都考虑用点计算的方式进行模拟所不可避免地，所以我们将激光维度设为 4096 维，以获得最真实的图像。

并且，我们可以看出，半波带数小于 10 时的准确率几乎为百分之百，而我们对应半波带理论，可知其用了近似，即在半波数较少时是准确的。

而且，视频开头与结尾处，我们并不能断定其一定为亮斑或暗斑，可能为中间态，故实际上两端数值有些偏差，故我们可以知道，我们成功验证了半波带理论的准确性，实验成功。

6 结论

首先，我们通过四种缝宽的激光夫琅禾费衍射，验证了理论的准确性，并以 $100\mu\text{m}$ 的缝宽作为标定缝宽，验证了剩余三种缝宽下的光强分布曲线的准确性；然后，利用菲涅尔圆孔衍射，用曲线拟合的方式进行了半波带理论的验证；然后，我们用 seelight 进行了两种衍射的仿真，得到了各种情况下的衍射图像，以及光强分布曲线。并且我们进行了各种实验现象的分析以及误差讨论，实验较为成功。

参考文献

- [1] 沈韩等. 基础物理实验 [M]. 北京: 高等教育出版社,2015.
- [2] 张奇, 唐春雪, 丁克毅, 何达海. 光谱分析在改性胶原蛋白结构表征中的应用 (II)——X 射线衍射和核磁共振 [J]. 中国皮革,2019,48(09):23-28.
- [3] 马骁. 基于刻蚀衍射光栅的芯片光谱仪研究 [D]. 浙江大学,2013.
- [4] 熊文杰, 邝先飞, 康念铅.X 射线在晶体衍射分析中的应用 [J]. 江西化工,2008(03):137-140.
- [5] 白鸿一. 基于反射式点衍射的相移数字全息显微技术 [D]. 哈尔滨工程大学,2017.

A 附录

A.1 原始数据

原始数据已上传至服务器中。

A.2 思考题

1. 当缝宽增加一倍时, 衍射花样的光强和条纹的宽度将会怎样改变? 如缝宽减半, 情况如何?

当缝宽改变时, 衍射花样的光强和条纹的宽度会同时变化:

当缝宽增加一倍, 宽 $2a$ 的缝可看作两个宽 a 的缝组合成的光栅, 光强可由下式计算:

$$I' = A_0^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)^2} \times \frac{\sin^2 2\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)} = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right) \quad (1)$$

可见, 缝宽增加一倍, 衍射花样的光强变为原来的 $4 \cos^2\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)$ 倍。

当缝宽增加一倍时, 条纹的宽度为:

$$\text{主极大: } \Delta l'_0 = 2 \frac{k\lambda}{2a} = \frac{k\lambda}{a} = \frac{1}{2} \Delta l_0$$

$$\text{次极大: } \Delta l' = \frac{k\lambda}{2a} = \frac{1}{2} \Delta l$$

可见, 缝宽增加一倍, 条纹的宽度变为原来的 $1/2$ 。

同理可以得到当缝宽减半时, 衍射花样的光强为原来的 $\frac{1}{4 \cos^2\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)}$, 条纹的宽度为原来的 2 倍。

2. 采用数值计算的方法作出单缝、双缝、三缝、四缝、多缝、透射光栅的相对光强分布曲线。

我们利用 MATLAB, 画出多缝夫琅禾费的光强分布曲线, 其图如图1-图6所示

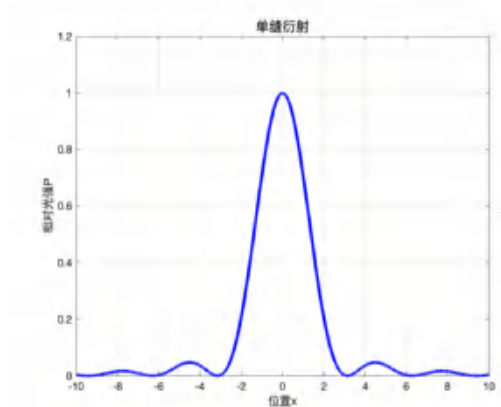


图 1: 单缝光栅光强分布曲线

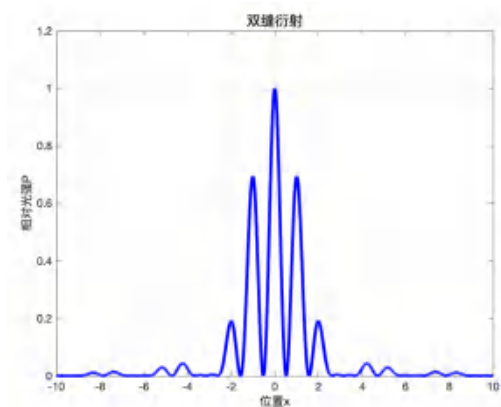


图 2: 双缝光栅光强分布曲线

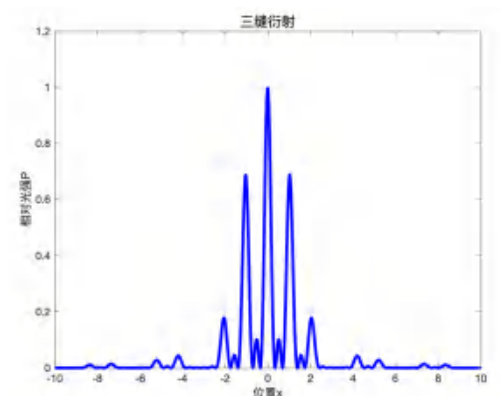


图 3: 三缝光栅光强分布曲线

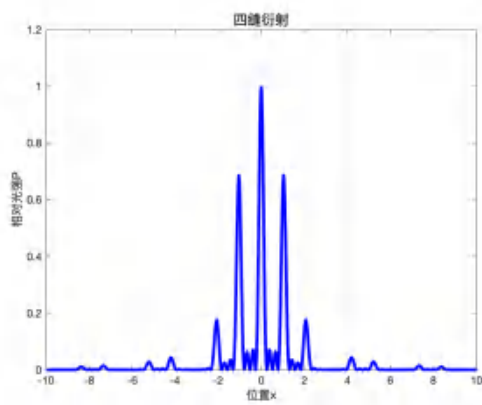


图 4: 四缝光栅光强分布曲线

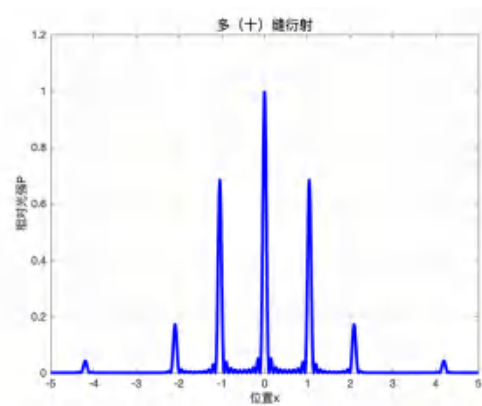


图 5: 多缝光栅光强分布曲线

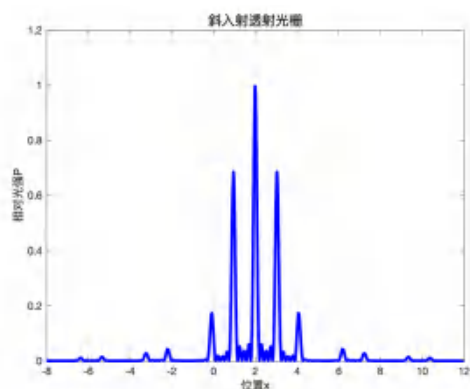


图 6: 斜入射透射光栅光强分布曲线

3. 列举可以获得衍射光斑光强分布的方法，并简述其原理。

① 实验上，我们可以通过光功率计等灵敏传感器，测量衍射光斑不同位置处的光强大

小，进而可以获得衍射光斑的光强分布。

② 且我们也可也在实验上进行拍摄，获得光斑的图像，然后我们可以通过将图像导入 MATLAB 等软件进行图像处理，利用某些手段比如代码获取光强分布，然后进行画图即可。

③ 我们也可以由仿真的方法获取光强分布，利用 seelight 等仿真软件建立模型以进行仿真实验，然后通过导出其数据及图像即可获得光强分布。

④ 且我们也可以通过理论推导，用惠更斯-菲涅尔原理，得到各种方法比如半波带法等，然后去定量计算屏幕某点的光强，最终将结果用 Mathematica 等软件进行画图，得出光强分布。

A.3 仿真仪器参数图

我们仿真的仪器界面如下。

A.3.1 夫琅禾费单缝衍射



图 7: 单缝仪器参数 1



图 8: 单缝仪器参数 2



图 10: 单缝仪器参数 4

A.3.2 菲涅尔圆孔衍射



图 9: 单缝仪器参数 3



图 11: 圆孔仪器参数 1

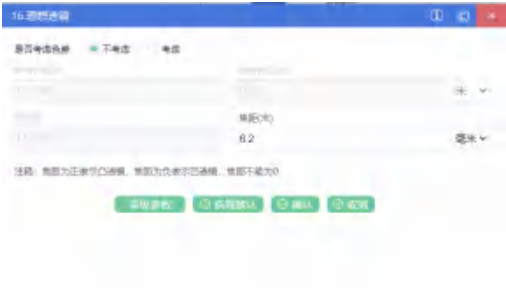


图 12: 圆孔仪器参数 2



图 13: 圆孔仪器参数 3



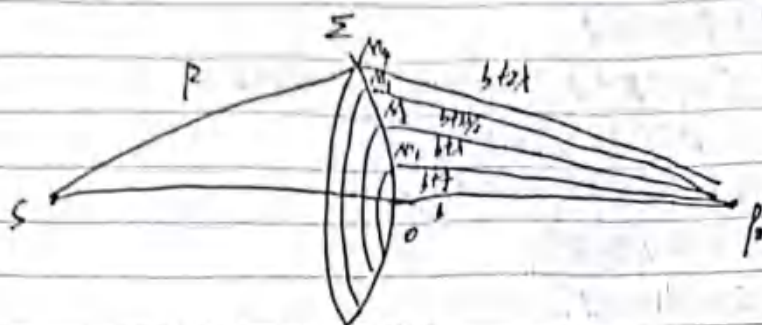
图 15: 圆孔仪器参数 5

A.4 教师签名页



图 14: 圆孔仪器参数 4

3. 圆孔外菲涅耳圆孔衍射——半波带法
半波带法是圆孔衍射理论的基础，



(实验图4: 半波带法示意图)

实验依靠波长 λ 、屏到圆孔距离 R 、圆孔的半径 r ，对光强分布及半波带数 k 的表示为

$$k = \frac{R^2(RH)}{\lambda R} = \frac{R^2}{\lambda} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right)$$

如果用平行光照明圆孔 $R \rightarrow \infty$ ，则

$$r = \sqrt{k\lambda}$$

[实验目的]

B10: 验证圆孔衍射的半波带法

B11: 验证圆孔衍射的半波带法，并分析衍射光强分布与亮斑和暗斑的位置关系，验证半波带法

B16: (1) 根据实验数据拟合半波带法衍射实验 (半波带法衍射) 衍射角计算得到的光强分布曲线与实验曲线尽可能一致，验证半波带法衍射实验 (半波带法衍射)

(2) 根据实验数据拟合圆孔衍射实验 (菲涅耳衍射) 衍射角计算得到的光强分布曲线与实验曲线尽可能一致，验证圆孔衍射实验 (菲涅耳衍射)

[数据记录] 数据已上传

Internet > 120.27.165.51 > Data > 圆孔半波带法 > 200927 数据 > B10B11B16

图 16: 实验 B10 B11 B16 数据

Experiment B10 B11 B16

Single slit diffraction and circular hole diffraction experiments and simulations

Shangrun Lu¹

¹ School of Physics, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China

Abstract: The diffraction of light is one of the fundamental features of the fluctuation of light. Its basic principle is the Huygens-Fresnel principle, and then the light intensity distribution can be derived using the optical range difference, as well as certain approximate calculations, and the locations of the light intensity maxima and minima can be derived, and it has important applications in a variety of optical techniques. In this paper, we first implemented laser Fronhofer diffraction, measured the intensity profiles for slit widths of $100\mu m$, $200\mu m$, $300\mu m$ and $400\mu m$, and verified the accuracy of the intensity profiles using the angular widths; then we implemented Fresnel circular aperture diffraction and used tracker software to analyse the video frame by frame and read the We then implemented Fresnel circular aperture diffraction and used tracker software to analyse the video frame by frame and read the change amount, successfully verifying the half-wave band theory; finally, we successfully simulated various scenarios of the two diffractions using seelight and carried out error analysis, and the experiment was more successful.

Key words: Fronhofer diffraction, Fresnel circular aperture diffraction, Seelight simulation, Half-wave band theory



《基础物理实验(I)》课程完整报告

学院： 物理学院 专业： 物理学 年级： 2021 级
实验人姓名(学号)： 路尚润 21305127 参加人姓名(学号)： 叶馨蔓 21305151
日期： 2022 年 10 月 10 日 星期二 上午[☒] 下午[] 晚上[]
实验地点： 陆祐堂 307 室温： 28℃ 相对湿度： 未知

实验 B12 温度测控仪的设计与组装

[实验目的]

1. 了解数显温度计和温度控制仪的工作原理。
2. 利用 PT100（或 Cu50）金属热敏电阻、LM35 型、AD590 型等三种典型温度传感器组装温度测试和控制电路。

[实验仪器]

序号	实验仪器	仪器型号	数量
1	智能型致冷/加热温度控制仪	HJK-100 型	1
2	直流稳压稳流电源	JK-31 型	1
3	数字万用表	DM3068	1
4	温度传感器	AD590	1
5	面包板	/	1
6	电子元件及导线	/	若干
7	控温井	HJK-100 型	2

[实验原理]

1. 温度传感器

温度传感器指的是能够感受温度、将温度转换为电信号输出的传感器。

常见的温度传感器包括热电偶、热敏电阻、电阻温度传感器(RTD)和 IC 温度传感器等。在实验 A4（温度传感器温度特性的测量常用的温度）中已经了解了多种温度传感器的特性和工作原理，本实验将在此基础上，利用温度传感器，设计并组装数字式温度计和温度控制仪。

本实验涉及三种温度测控仪的组装，分别采用三种不同的温度传感器，包括



(1) 金属电阻温度传感器。

如 PT100 或 Cu50, PT100 即铂金属电阻, 在 0°C 时的电阻值为 $R_0 = 100\Omega$; Cu50 即铜金属电阻, 在 0°C 时的电阻值为 $R_0 = 50\Omega$ 。在温度变化范围不大的情况下, 电阻随温度近似呈线性变化, 即

$$R_t = R_0(1 + At) \quad (1)$$

其中 A 称为电阻温度系数。对 Cu50 来说, $A = 4.28899 \times 10^{-3} (^{\circ}\text{C}^{-1})$ 。

(2) 电压型集成电路温度传感器 (LM35)。

其输出电压大小与温度成正比, 准确度一般为 $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$, 输出电压的温度系数 $K_V = 10.0\text{mV}/^{\circ}\text{C}$ 。由于其输出为电压且线性度极好, 只要配上电源和数字式电压表就可以构成一个精密数字测温系统。内部的激光校准保证了极高的准确度及一致性。被测温度与输出电压的关系可写为

$$T(^{\circ}\text{C}) = V_0 / (10\text{mV}) \quad (2)$$

LM35 温度传感器的电路符号如图 1 所示, 其中 V_0 为输出端。

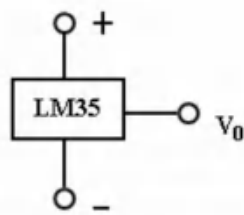


图 1 LM35 电路符号

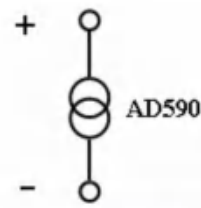


图 2 AD590 电路符号

(3) 电流型集成电路温度传感器 (AD590)。

其输出电流大小与温度成正比, 线性度极好。测温范围为 $-55 \sim 150^{\circ}\text{C}$, 准确度 $\leq \pm 0.5^{\circ}\text{C}$, 输出电流的温度系数 $K_I = 1.0\mu\text{A}/\text{K}$ 。AD590 等效于一个高输出阻抗的恒流源, 其输出阻抗大于 $10\text{M}\Omega$, 能大大减小因电源电压变动而产生的测温误差。被测温度与输出电流的关系可写为

$$T(\text{K}) = I / (1\mu\text{A}) \quad (3)$$

测温范围内其输出电流为百 μA 量级。AD590 温度传感器的电路符号如图 2 所示。

2. 温度测控仪电路

下面给出三种温度测控仪的电路:

(1) 基于 AD590 电流型温度传感器的数显温度测控仪

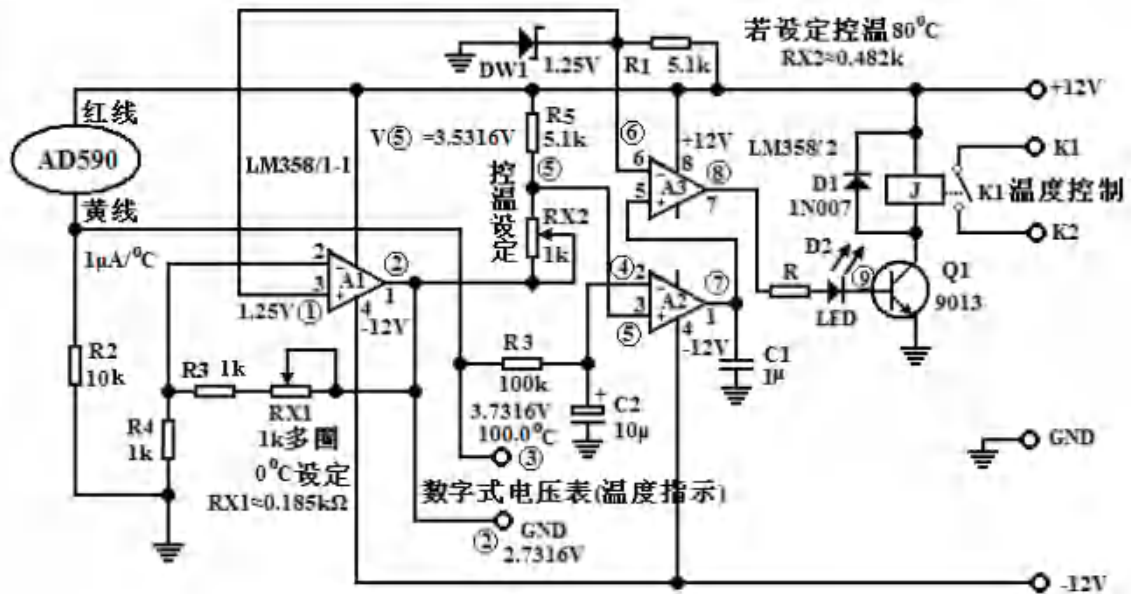


图 3 基于 AD590 型温度传感器的数显温度测控仪电路

A. 温度显示:

如图 3 所示, 因 AD590 传感器和电阻 $R2 = 10k\Omega$ 的共同作用, 使得测试点③的电压在 0°C 时为 2.7316V , 100°C 时为 3.7316V 。本系统需要在这个温度范围内实现测温 and 控温功能。现将温度显示用的电压表 (测量测试点②和③之间的电压) 的显示值设计为随被测温度值线性变化, 即 0°C 时显示电压为 0 , 100°C 时显示电压为 1.000V 。

因为稳压二极管 DW1 的作用, 使得测试点①的电压恒定为 1.25V 。要使 0°C 时, 即测试点③电压为 2.7316V 时温度指示电压表读数为 0mV , 则测试点②的电压必须设置为 2.7316V , 可得运算放大器 A1 的放大倍数为: $A_{V1} = V(2)/V(1) =$

$2.7316/1.25 = 2.185$ (倍)。因

$$A_{V1} = \frac{V(2)}{V(1)} = \frac{1}{R4} \times (R4 + R3 + RX1) = 2 + \frac{RX1}{1k\Omega} \quad (4)$$

可得

$$RX1 = 0.185k\Omega \quad (5)$$

因为电阻阻值都有 $\pm 5\%$ 的误差, 故实验操作时, 是用电压表测量测试点②的对地电压, 仔细调节 RX1 的阻值, 使得电压值为 2.7316V 。

当温度升到 100°C 时, 温度指示电压表读数为 $V(3)-V(2)=3.7316-2.7316=1.000\text{V}$ 。则温度变化范围为 $0^\circ\text{C}-100^\circ\text{C}$ 时, 对应电压表读数为 $0-1.000\text{V}$, 温度显示灵敏度为 $10\text{mV}/^\circ\text{C}$ 。



B. 温度控制

设控制温度为 80°C ，对应 $V_{(3)}=3.5316\text{V}$ 。因测试点④的电压 $V_{(4)} \approx V_{(3)}$ ，故需要调节测试点⑤的电压为 $V_{(5)}=3.5316\text{V}$

当温度低于设置温度 80°C 时， $V_{(4)} \approx V_{(3)} < V_{(5)}$ ，运放 A2 导通→运放 A3 导通→三极管 Q1 导通。这时，发光二极管 LED D2 点亮，继电器 J 吸合，使常开触点闭合，K1 和 K2 导通，控制加热器开始加热。其中二极管 D1 起到保护作用。

当温度到达或略高于设置温度 80°C 时， $V_{(4)} \geq V_{(5)}$ ，运放 A2 截止→运放 A3 截止→三极管 Q1 截止，发光二极管 D2 熄灭，控制加热器停止加热。因

$$V_{(5)} - 2.7316 = 0.800 = \frac{12 - 2.7316}{R5 + RX2} \times RX2 \quad (6)$$

可得

$$RX2 = 0.482\text{k}\Omega \quad (7)$$

因为电阻阻值都有 $\pm 5\%$ 的误差，故实验操作时，是用电压表测量测试点②和测试点⑤之间的电压，仔细调节 RX2 的阻值，使得电压值为 0.800V 。

(2) 基于 PT100（或 Cu50）温度传感器的数显温度测控仪

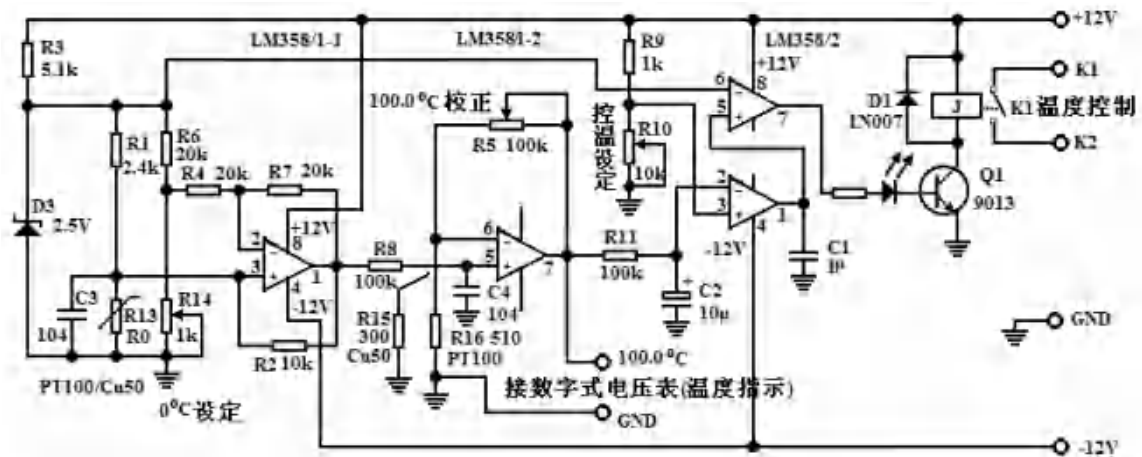


图 4 基于 Cu50 温度传感器的数显温度测控仪电路

A. 温度显示：

如图 4，实验中 R13 采用 Cu50，此时 R15 与 R16 中，使用 R15(300 Ω)，使得 0°C 时数字电压表的值为 0V ，在 100.0°C 时数字电压表数值为 1.000V 。本系统需要在这个温度范围内实现测温 and 控温功能。现将温度显示用的电压表的显示值设计为随被测温度值线性变化。



0℃时,由(1)式可知, $R_{13} = 50\Omega$, 因为稳压二极管的作用,使得 D3 上方电压值恒为 2.5V, 且此时数字电压表的值应为 0, 故应该有 $V_5=V_1=V_6=V_7=0$, 则由运算放大器的原理可知

$$V_2 = V_3 = \frac{R_{13} // R_2}{R_{13} // R_2 + R_1} \times 2.5V = 50.77mV \quad (8)$$

其中//表示并联, 则流过 R4 与 R7 的电流值为

$$I_{R7} = \frac{V_2 - V_1}{R_7} \quad (9)$$

且有

$$V_{R14} = I_{R7} \times (R_7 + R_4) \quad (10)$$

由分压与电阻值成正比, 可知

$$\frac{V_{R14}}{V_{R6}} = \frac{V_{R14}}{2.5V - V_{R14}} = \frac{R_{14} // (R_7 + R_4)}{R_6} \quad (11)$$

解得

$$R_{14} = 865\Omega \quad (12)$$

将 R14 设置为此条件即能保证 0℃时电压表示数为 0。

100℃时, 此时 Cu50 的电阻值为 71.44495Ω, 为保证数字电压表数值为 1.000V, 有

$$V_7 = \frac{R_5 + R_{15}}{R_{15}} \times V_6 = 1V \quad (13)$$

且由分压简单计算可得 $V_1 = V_5 = V_6 = 41.73mV$, 则

$$R_5 = 6.889k\Omega \quad (14)$$

将 R5 设置为此值, 则即可实现 100℃时数字电压表示数为 1.000V, 则温度变化范围为 0℃-100.0℃时, 对应电压表读数为 0-1.000V, 温度显示灵敏度为 10mV/℃

B. 温度控制

设控制温度为 80℃, 对应 $R_{13} = 67.15596\Omega$, 对应数字电压表正极电势为 0.8V。即下方运放的上端电压 $V_{②} \approx V_7 = 0.8V$, 则应通过调节滑动变阻器, 使下方运放的下端电压 $V_{③}$ 调节到 0.8V, 此时有

$$\frac{R_{10}}{R_{10} + R_9} = \frac{0.8V}{12V} \quad (15)$$

解得

$$R_{10} = 71.43\Omega \quad (16)$$

当实际温度低于设定温度 80℃时, $V_{②} \approx V_7 < V_{③}$, 此时各运放都处于通导状态, 此时发光二极管 LED 点亮, 继电器 J 吸合, 使常开触点闭合, 控制加热器工作。当加



热温度到达或略超过设置温度 80°C 时, $V_{(2)} \geq V_{(3)}$, 两运放均截止, 发光二极管 LED 熄灭, 加热线路断路, 控制加热器停止工作。即此电路可控制温度高于 80°C 时, 加热器停止工作, 将温度稳定在 80°C 附近。

(3) 基于 LM35 电压型温度传感器的数显温度测控仪

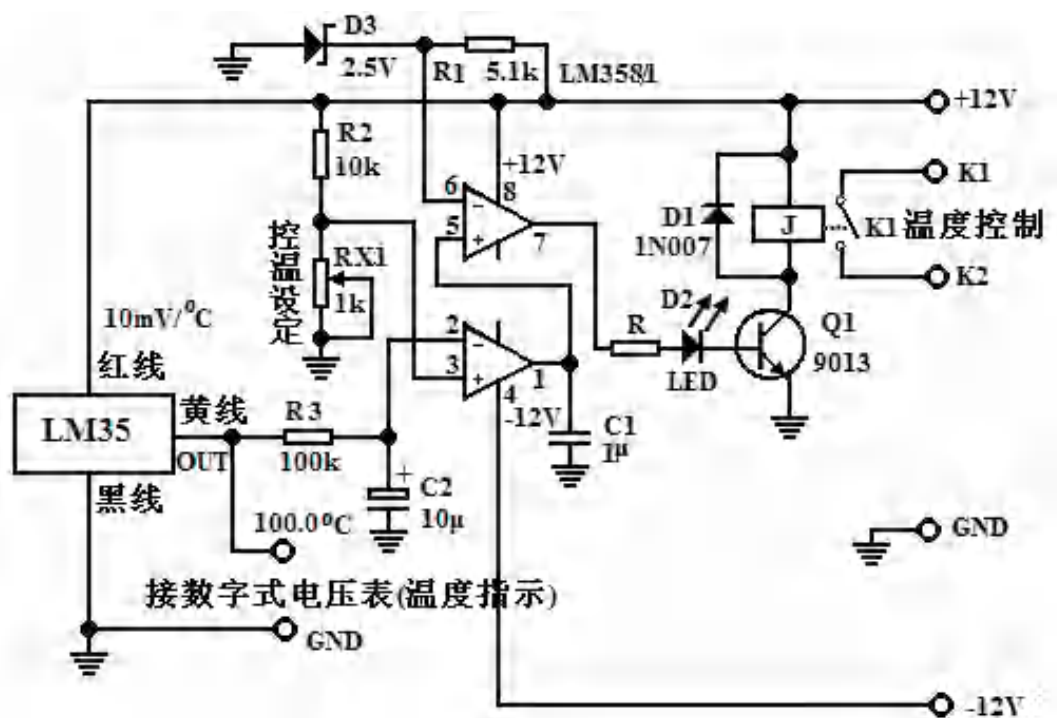


图 5 基于 LM35 型温度传感器的数显温度测控仪电路

A. 温度显示:

如图 5, 实验中采用电压型集成电路温度传感器(LM35), 使得 0°C 时数字电压表的值为 0V , 在 100.0°C 时数字电压表数值为 1.000V 。本系统需要在这个温度范围内实现测温 and 控温功能。现将温度显示用的电压表(直接接在 LM35 两侧)的显示值设计为随被测温度值线性变化。

因为 LM35 输出信号直接为电压, 符合(2)式, 为线性变化, 且 0°C 时的输出电压即为 0V , 100.0°C 时输出电压即为 1.000V , 则直接将数字电压表正极接在黄线, 负极接在黑线即可, 直接测电压即可。则温度变化范围为 0°C - 100.0°C 时, 对应电压表读数为 0 - 1.000V , 温度显示灵敏度为 $10\text{mV}/^{\circ}\text{C}$

B. 温度控制

设控制温度为 80°C , 对应黄线输出电压为 0.8V , 下方运放的上端电压 $V_{(2)} \approx V_{OUT} = 0.8\text{V}$, 则应通过调节滑动变阻器, 使下方运放的下端电压 $V_{(3)}$ 调节到 0.8V , 此时有



$$\frac{RX1}{RX1 + R2} = \frac{0.8V}{12V} \quad (17)$$

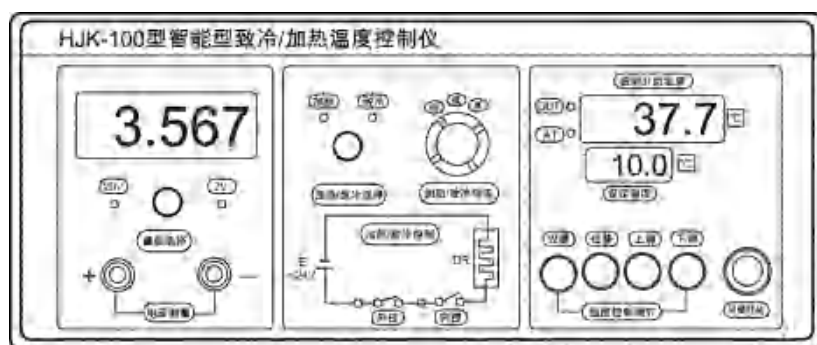
解得

$$RX1 = 714.3\Omega \quad (18)$$

当实际温度低于设定温度 80°C 时, $V_{②} \approx V_{OUT} < V_{③}$, 此时各运放都处于通导状态, 此时发光二极管 LED 点亮, 继电器 J 吸合, 使常开触点闭合, 控制加热器工作。当加热温度到达或略超过设置温度 80°C 时, $V_{②} \geq V_{③}$, 两运放均截止, 发光二极管 LED 熄灭, 加热线路断路, 控制加热器停止工作。即此电路可控制温度高于 80°C 时, 加热器停止工作, 将温度稳定在 80°C 附近。

[实验装置]

1. 温度控制设备



(a) 致冷/加热温度控制仪



(b) 控温阱及传感器

图 6 制冷/加热温度控制设备

图 6 (a) 为致冷/加热温度控制仪, 从左到右分成三个部分, 分别为 (1) 数字电压表 (有 20V 和 2V 两个量程); (2) 加热和致冷功率控制器; (3) 温度设置和测量装置风扇用于加快空气流动。

图 6 (b) 的控温阱分为致冷阱和加热阱两种。制冷阱用于 0°C 至室温范围的实验, 加热阱用于室温- 100°C 范围。

2. 温度传感器

Cu50、LM35 和 AD590 全部封装在金属保护管中, 可插入加热井和致冷井中, 传感器的类型标注在保护管的外壳上。

3. 其他设备



直流稳压电源用于提供测控仪电路的 $\pm 12\text{V}$ 电源，数字万用表的直流电压测量功能可用于替代数字电压表，用于指示温度测控仪的当前温度。各仪器使用方法请查阅教材。



图 7 JK-31 型直流稳压稳流电源

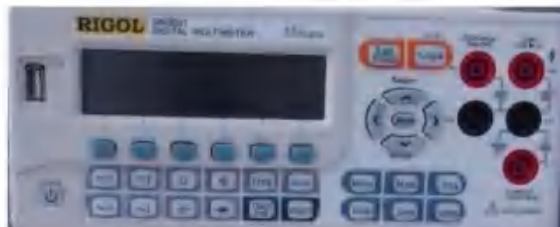


图 8 DM3051 型数字万用表

[实验内容及步骤]

1. 温度测控仪工作过程

参照图 3 基于 AD590 的温度测控仪温度显示与控制过程的解释方法，探讨并说明图 4 基于 Cu50 和图 5 基于 LM35 的温度测控仪的温度显示与控制过程。

注意：按照要求参照图 3 的分析方式，已经将图 4 和图 5 两种温度测控仪的温度显示与控制原理写在实验报告中。

2. 电流型传感器温度测控仪的组装和测试（必做）

采用图 3 电路，使用 AD590 电流型温度传感器组装电路，测量数字电压读数与温度之间的对应关系，作电压与温度关系曲线。最后利用组装的温度测控仪电路，将加热阱的温度控制在 75°C 。要求温度能控制在 $75 \pm 5^{\circ}\text{C}$ 之间。

注意：利用组装的电路进行控温时，图 6 (a) 中间加热和制冷功率控制器部分选择“外控”，并将“内控”两端短路；“加热/制冷选择”选“加热”；“加热/制冷电流”根据实验过程中加热阱温度变化的快慢选择合适的档位。

[数据记录及处理]

1. 电流型传感器温度测控仪的组装和测试

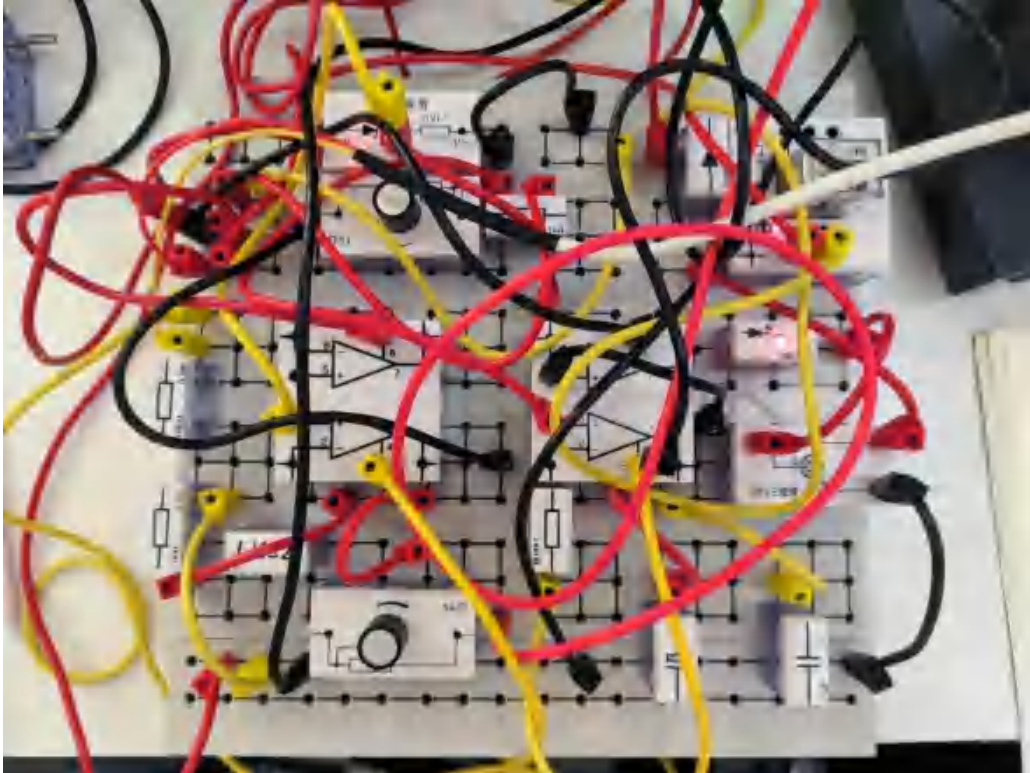


图 9 电路组装图

因为实验电路接触电阻较大，所以难以更换测量点，所以实验中直接记录的数据为图 3 的③点电压值，升温与降温各测一次：

表 1 温度与电压对应数据

温度/℃	上升电压/V	下降电压/V	平均电压/V	电压改变量/V
0	2.697	2.697	2.697	0.000
5	2.745	2.745	2.745	0.048
10	2.791	2.799	2.795	0.098
15	2.842	2.850	2.846	0.149
20	2.893	2.901	2.897	0.200
25	2.944	2.953	2.948	0.252
30	2.994	3.002	2.998	0.301
35	3.034	3.053	3.044	0.346
40	3.078	3.101	3.090	0.392
45	3.126	3.150	3.138	0.441
50	3.173	3.200	3.186	0.490
55	3.222	3.249	3.236	0.538
60	3.271	3.299	3.285	0.588



65	3.322	3.348	3.335	0.638
70	3.371	3.396	3.384	0.686
75	3.420	3.445	3.432	0.736
80	3.468	3.492	3.480	0.783
85	3.516	3.538	3.527	0.830
90	3.565	3.585	3.575	0.878
95	3.614	3.630	3.622	0.925
100	3.661	3.672	3.666	0.970

由原始数据，通过简单计算，先将升温电压与降温电压取平均值，一定程度上消除由热量传导产生的延迟造成的系统误差，然后以 0℃时的电压为基准，求每个温度时对应电压该变量，然后以温度为变量，对电压该变量进行线性拟合，用软件 origin 拟合得：

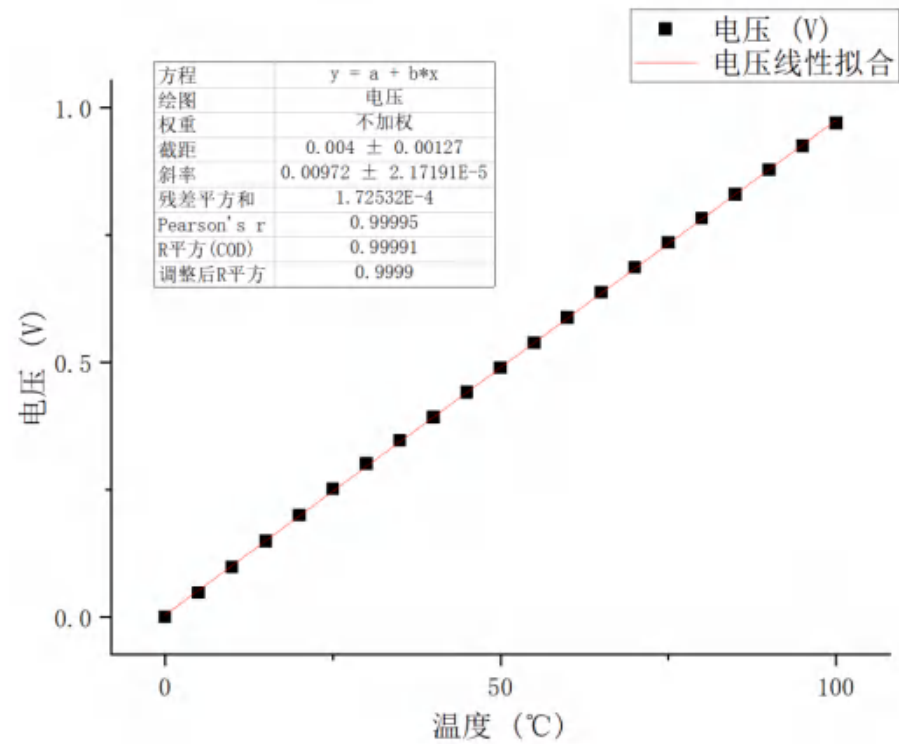


图 10 origin 拟合曲线

表 2 拟合参数

拟合参数	参数值	误差
斜率/(V/℃)	0.00972	2.17191E-5
截距/V	0.004	0.00127



且 R 平方(COD)=0.99991，极为接近 1，所以拟合效果极好，假设误差服从正态分布，满足 3σ 准则，则

$$\Delta = 3\sigma = 6.6 \times 10^{-5} V/^{\circ}C \quad (19)$$

则拟合斜率为

$$k = (9.72 \pm 0.07) \times 10^{-3} V/^{\circ}C \quad (20)$$

2.控温设置

通过调节滑动变阻器 RX2 的阻值，设置控温于 $75^{\circ}C$ ，记录灯亮灯灭时的介质温度以及数字电压表示数，并通过拟合式计算此时的 AD590 温度，数据如下

表 3 控温数据

状态	介质温度/ $^{\circ}C$	数字电压表电压值/V	电压值换算温度/ $^{\circ}C$
灯亮	74.9	3.435	75.51
灯灭	77.1	3.450	77.05
最高	77.5	3.454	77.47
最低	74.4	3.425	74.49

表 4 实际控温参数

名称	实际参数值/ $^{\circ}C$
控温区间	[74.4-77.5]
控温平均值	75.95
开关通断温度平均值	76.00

[讨论和结论]

1. 电流型传感器温度测控仪的组装和测试

本实验采用电流型集成电路温度传感器 (AD590) 组装了温控电路，测量了 AD590 的温度系数，验证了其输出电流与温度成正比。通过测量③点电压，进行了数据拟合，理论上拟合曲线斜率的值应为 $10 \times 10^{-3} V/^{\circ}C$ ，而我们测得的值为 $9.72 \times 10^{-3} V/^{\circ}C$ ，但 R 平方(COD)=0.99991，说明线性度极好，但相对实际有 2.8% 的偏差，说明可能是系统误差导致其存在偏差。

误差分析：误差可能的来源有

(1)升温降温热传导的延时性。因为热传导需要时间，而做实验时发现，制冷井的温



度变化较慢，其热传导所产生的延迟几乎可忽略，但在室温左右、利用加热井进行实验时，发现温度变化较快，并且参数改变明显有偏小的趋势，故此时热传导的延时性影响较大，所以实验分别以降温和升温做了两组实验，求平均值后，能够抵消一部分热传导延时性造成的影响。

(2)实验设备老旧，部分仪器标定值并不准确，甚至实验仪器损坏。开始实验时，线路已经接好，但发现各点电压均上下波动，毫无规律可循。经过一段时间的检测后，发现图 3 的①处电压飘忽不定，但①处为基准电压，其必为 1.25V，故推测稳压二极管可能发生了雪崩击穿，元件损坏，调换元件后发现电路运行正常。

而且实验测得数据有 2.8% 的偏差，而且线性度极好，说明实验可能存在系统误差，经推测，因为此电路所测电压的该变量应为 R2 电压改变量，所以可能是 R2 电阻元件老旧，电阻值降低，导致产生数据偏差，但因为实验时并未进行数据处理，所以并未测 R2 的实际电阻，倘若进行下次实验，可以测量 R2 电阻，以测 AD590 所输出的电流，直接求其输出电流的温度系数，能够解决 R2 电阻不准确的问题，也可以进一步测量其他元件的阻抗。

(3)电路导线存在接线松动的问题，导线接触电阻较大。实验中发现，桌子的振动可能会使数字电压表示数剧烈跳动，而且难以回到初始状态，数字电压表数值会发生不可逆改变，故电路很容易发生接触不良，产生较大的接触电阻，此误差应是实验的主要误差来源之一。

2.控温设置

此实验中成功搭建了温控系统，设置控制温度为 75℃，实际实现控温区间为[74.4-77.5]℃，平均控温为 75.95℃。

升温时，当介质温度为 77.1℃时，电路断开，此时将数字电压表数值转换为温度，可知此时 AD590 温度应为 77.05℃，其略低于介质温度，因为热传导有一定的延迟，而电路断开后介质仍在升温，说明温控系统有一定的延迟。

降温时，当介质温度为 74.9℃时，电路开启，此时数字电压表数值的换算温度为 75.51℃，略高于介质温度，也说明了热传导的延迟效应，且介质温度仍会降低，也证明了温控系统有一定的延迟。

故误差来源为热传导的延迟以及温控系统的延迟，若想要实现更精确的控温，可以换用其他的控温电路或控温方法实现。

总分析及实验展望：



实验仍有很多的改进点，实验设备及元件老旧，标定值不准确，介质升温(降温)速度过快导致 AD590 温度低于(高于)介质温度，产生延迟，导线接触不良，面包板接触点松动，接触电阻较大，都是实验的改进点。

对于接触不良，对于不需要多次拆解的电路可以用焊接的方式解决；对于升温(降温)速度过快，可以将温度设定逐次上升，比如测量 50℃ 时即将温度控制仪设定为 50℃，并且在温度保持一段时间后，电压表数据不再明显变化时，再记录数据，能够比较有效的消除热传导产生的延迟；对于元件标定不准确以及元件损坏，可以先搭建电路重新标定元件或检测元件是否损坏，使数据分析更准确，更换新的导线也能使实验更精确。

[思考题]

1. 当前温度控制的最有效方法为 PID 控温，试简述 PID 控温的基本原理。

PID 控温实际上是闭环自动控制技术，闭环控制是根据控制对象输出反馈来进行校正的控制方式，它是在测量出实际与计划发生偏差时，按定额或标准来进行纠正的。

PID 即：Proportional（比例）、Integral（积分）、Differential（微分）的缩写。

PID 控制算法^[2]是结合比例、积分和微分三种环节于一体的控制算法，是连续系统中技术最为成熟、应用最为广泛的一种控制算法。通过这三个算法的组合可有效地纠正被控制对象的偏差，从而使其达到一个稳定的状态。

其控制规律为：

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_t} \int_0^t e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (21)$$

其中： K_p 为增益系数，与比例度成倒数关系； T_t 为积分时间常数； T_D 为微分时间常数； $u(t)$ 为 PID 控制器的输出信号； $e(t)$ 为输入值与设定值之差。

通过上述控制规律，仪器即可实现自动控温。

2. 若需要将一个不大于 $5 \times 5 \times 5 \text{ mm}$ 的固体样品的温度控制在 30K 附近，需采用什么方法？请作介绍。

开尔文温度 30K 换算成摄氏度为 -243.15°C 。众所周知，气体的沸点一般较低，要使某固体方块控温在 30K 附近，只需将其浸泡在某熔点和沸点约为 30K 的液体里即



可。而氖 (neon) 是无色、无臭、无味的气体，熔点为 $24.55\text{K}(-248.6^{\circ}\text{C})$ ，沸点为 $27.07\text{K}(-245.9^{\circ}\text{C})$ ，原子序数为 10，为无色的稀有气体，化学性质极不活泼，能稳定存在。

压强对沸点也有影响，压强越大沸点越高，所以我们可以增大压强以增大氖的沸点，使其达到饱和蒸气压时的温度为 30K ，然后将固体浸泡至其中即可。

而杜瓦瓶^[3] (Dewars)，是储藏液态气体、低温研究和晶体元件保护的一种较理想容器和工具。其结构如图 11 所示，能够控制压强温度等，使液体温度几乎不变。故其为保持低温恒温的理想仪器。

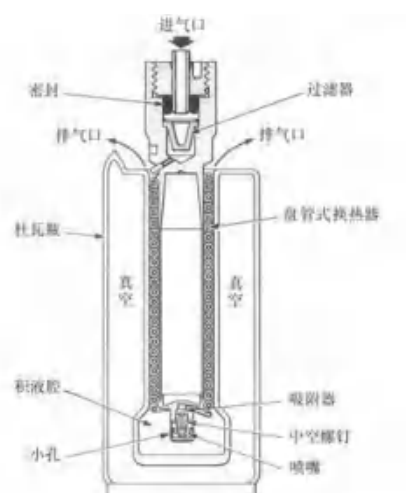


图 11 杜瓦瓶(图片来源于搜狗百科)

由上述分析可知，利用杜瓦瓶与氖气，即可实现固体在 30K 附近的恒温控制。

3. 若需要将一个不大于直径 10mm ，厚 1mm 的固体样品的温度控制在 1200°C 附近，需采用什么方法？请作介绍。

方法一：

箱式电阻炉（马弗炉）为周期作业电炉，可供工矿企业、科研等单位实验室作化学分析、物理测定和一般小型钢件热处理时加热之用。其控温精确：可编程的 PID 控制器，高达 40 段的进口程序控温，对定时升温，温度保持和保持时间均可设置；升温速度快；安全轻便。是一个良好的高温加热设备。

其按照额定温度来区分一般分为： 1000°C 以下马弗炉， 1000°C 、 1200°C 马弗炉， 1300°C 、 1400°C 马弗炉， 1600°C 、 1700°C 马弗炉， 1800°C 马弗炉。则要将某固体控温在 1200°C 附近，即使用 1000°C 、 1200°C 马弗炉进行控温即可。



方法二：

锰（Manganese），化学元素，元素符号 Mn，原子序数 25，单质是一种灰白色、硬脆、有光泽的过渡金属。其熔点为 1244℃，故若我们要控温在 1200℃左右，只需将固体放在锰的固液混合物内即可，此时温度即为 1244℃，但固体熔点与压强的关系较小，不能如题 2 的方法去有效地实现熔点的降低，但合金的熔点是可调控的，我们可以在锰中掺杂部分杂质，以调控其熔点，使其达到 1200℃，此时将需要控温的固体放入其中即可。

[参考文献]

- [1]邱关源,罗先觉.电路（第 5 版）[M].北京:高等教育出版社,2006:115-122
- [2] 武林,楼恩平,侯冬晴,徐亮.基于 PID 算法的无线温湿度控制系统[J].仪器仪表学报,2006(S1):619-620.DOI:10.19650/j.cnki.cjsi.2006.s1.240.
- [3]郭立春.红外探测器封装微型杜瓦瓶结构与分析[J].红外与激光技术,1995(01):50-53.

[教师签名页]

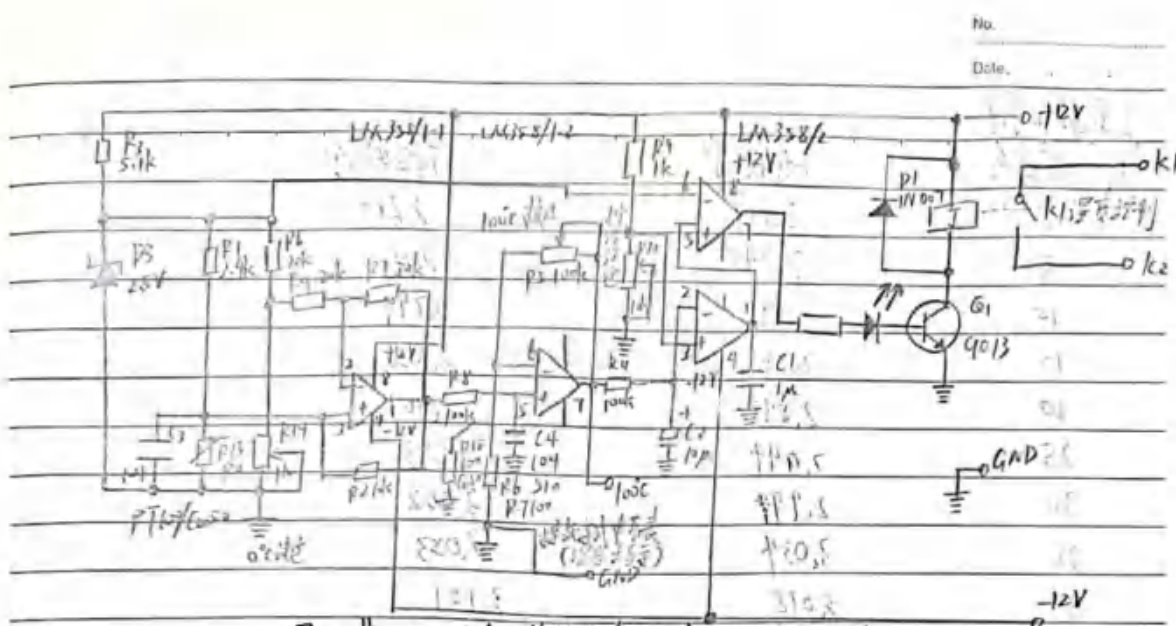


图5 基于LM324型温度传感器的数模温度检测控制电路

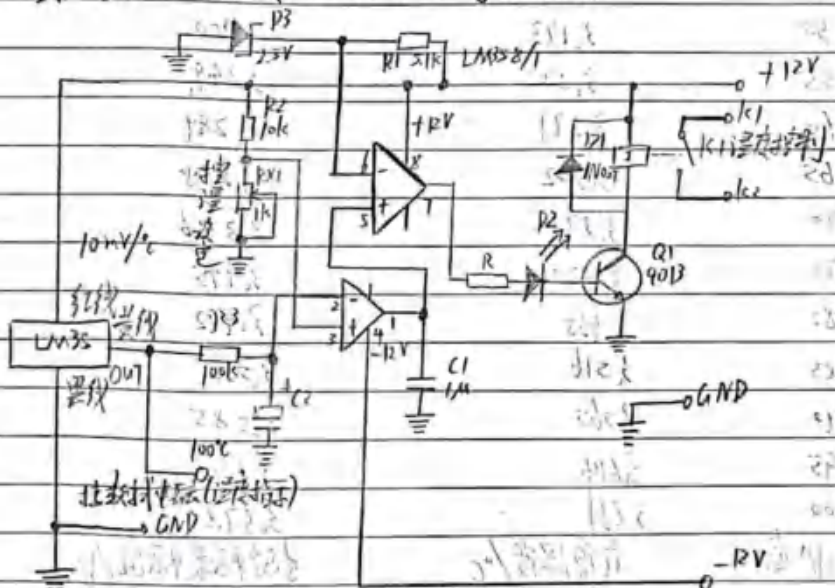


图6 基于LM35型温度传感器的数模温度检测控制电路

原创
2022.10.11



No.

Date.

[数据记录]

1. 温度/°C	上升电压/V	下降电压/V	
0	2.697	2.697	
5	2.745	2.745	
10	2.791	2.799	
15	2.842	2.850	
20	2.893	2.901	
25	2.944	2.953	
30	2.994	3.002	
35	3.034	3.053	
40	3.078	3.101	
45	3.126	3.150	
50	3.173	3.200	
55	3.222	3.249	
60	3.271	3.299	
65	3.322	3.348	
70	3.371	3.396	
75	3.420	3.445	
80	3.468	3.492	
85	3.516	3.538	
90	3.565	3.585	
95	3.614	3.630	
100	3.661	3.672	
2. 状态	环境温度/°C	数字电压表电压值/V	控温 75°C
灯亮	74.9	3.435	
灯灭	77.1	3.4590	
	最高温度 77.5°C	最低温度 74.4°C	
	数字电压 3.454V	3.425V	
	谭创(数据)		
	2022.10.11 11:50		

图 13 教师签名页 2



《基础物理实验(I)》课程完整报告

学院： 物理学院

专业： 物理学

年级： 2021 级

实验人姓名(学号)： 路尚润 21305127

参加人姓名(学号)： 叶馨蔓 21305151

日期： 2022 年 9 月 20 日 星期二

上午[☒] 下午[☐] 晚上[☐]

室温： 31℃

相对湿度： 67%

实验 B13 利用超声光栅测量液体中的声速

振动频率超过 20kHz 的机械波称为超声波，因为具有方向性好、穿透能力强、易于聚焦、在水中传播距离远等特点，因此在测距、测速、清洗、焊接、消毒、声纳定位等医学、军事和工农业领域得到广泛应用。

[实验目的]

1. 了解超声波的基本性质并掌握超声光栅的工作原理
2. 学会利用超声光栅测量液体中的声速

[仪器用具]

序号	名称	数量	基本参数
1	超声光栅池	1	
2	超声信号发生器	1	杭州精飞 KF-WSG
3	分光计	1	杭州精飞 KF-JJY1
4	低压钠灯	1	KF-GP20Na 17A00058
5	测微目镜	1	

[实验原理]

1. 超声光栅的形成

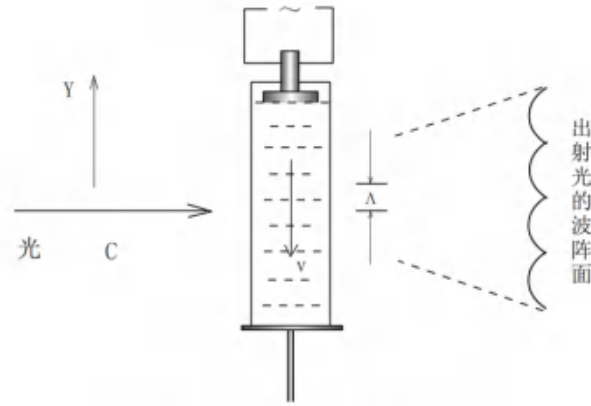


图 1 超声光栅的形成示意图

具有弹性纵向的平面超声波，在液体介质中传播时，其声压使液体分子产生疏密交叠的变化，促使液体的折射率也相应的作周期性变化。当光沿垂直方向透射过超声场后，会产生折射和衍射。这一作用，类似光栅，所以称为超声光栅。

2. 超声波的速度与介质的性质

超声在介质中传播的性质，一般用声速和衰减系数两个基本量来表述。超声波速度不仅与声压 (p)、密度 (ρ)、折射率 (P 、 N) 有关，而且还受其它物理性质影响。在正弦变化的声场中，超声波运动的速度、声压以及介质的密度和折射率 n 的变化规律可以用波动方程表示。超声场中折射率周期性变化的的表达式可写为：

$$n(y,t) = n_0 + \Delta n \cos(\omega t - ky) \quad (1)$$

其中 ω 为波动的圆频率， k 为波矢量。

3. 超声的驻波和行波

正弦超声平面波由垂直于超声样品池侧面的压电陶瓷片射入液体中，如图 1 所示，则声场中的压力波会被侧面反射，形成与入射波同频率的一系列反射波，这两列波的压强可以分别表示为：

$$\begin{cases} P_i = P_{iA} e^{i(\omega t - ky)} \\ P_r = P_{rA} e^{i(\omega t + ky)} \end{cases} \quad (2)$$

两列同效率的波反向传播时，依叠加原理，合成声场的声压为 $P = P_i + P_r$ ，即

$$P = 2P_i \cos(kye^{i\omega t}) + (P_{iA} - P_{rA})e^{i(\omega t - ky)} \quad (3)$$

由上式可见，合成声场由两部分组成，第一项代表驻波场，第二项表示在 Y 方向进行的平面波场，其振幅为原先两列波振幅之差。若实验中弹性的平面波得到完全反射，则式(3) y 边第二项可以略去。合成的超声场就是一个纯粹的驻波场。介质密度分



布和折射率的分布也与驻波场的变化相一致。声压形成的光密处为波节，光疏处为波腹。如图 2(a)所示。

从密度或折射率变化的相对位置看，如图 (2b) 在 $(t + T/2)$ 时的波形相对于 t 时刻的波形来说，好像光栅相对向右移动了半个波长。而在任何时刻相距为 λ 的两点处，液体的密度是相同的。由于光向折射率大的方面弯曲，所以波节处交迭地每隔半个周期呈现一次汇聚强光。这种周期性的变化人眼看不出来，实验观察到的超声场的图像，是相对的长时间的平均效应。图 3 就是在声压作用下，超声场中介质疏密的瞬时分布。行波的疏密波会向前传播。

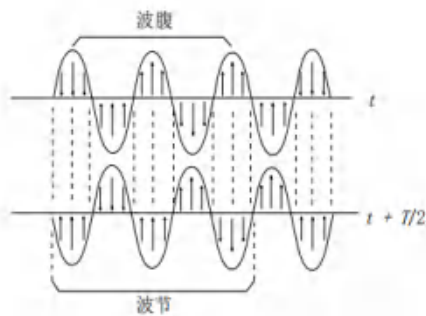


图 2 (a) 超声驻波的运动

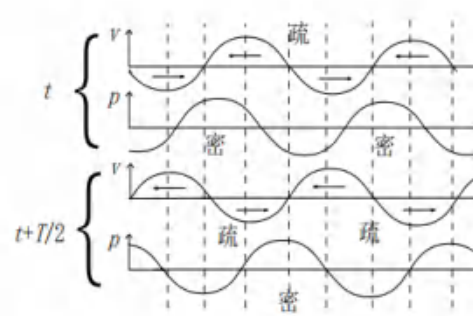


图 2 (b) 超声驻波速度和声压的分布

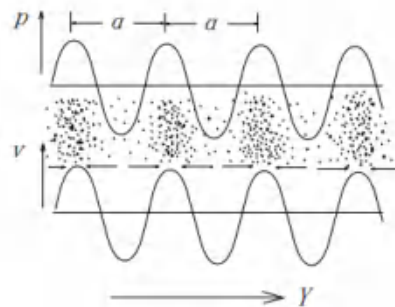


图 3

4. 超声衍射的观测

因光速远大于声速，即 $c \gg u$ ，光线很快的通过了超声场，而折射率不同层次所形成的“超声光栅”可以认为是不动的，即把折射率的空间固定的看成：

$$N = N_0 + \Delta N \cos(ky) \quad (4)$$

这样所形成的超声光栅对光的衍射可表示为：

$$\Lambda \sin \theta_K = \pm K \lambda \quad (5)$$



式（5）中 Λ 和 λ 分别为超声波和光波的波长， θ_K 为 K 级衍射角。由该式可知，如果测出 θ_K ，且 λ 已知，则可测出超声波的波长 Λ ，若知道超声波的频率 f ，则可求出超声波在该液体中的传播速度：

$$u = \Lambda f \quad (6)$$

这是测量超声波传播速度的有效方法之一。

5. 超声场的观测

采用图 4 所示的光路，将超声光栅液体池 AB 放在分光计的载物台上，其中 B 为超声源。则可在望远镜中观察到如图 5 所示的系列平行条纹。利用分光计可以测量出每根条纹的衍射角，进而测出超声波的波长 Λ ，并根据超声波的频率 f ，利用式（6）计算出超声波在液体中传播的速度。

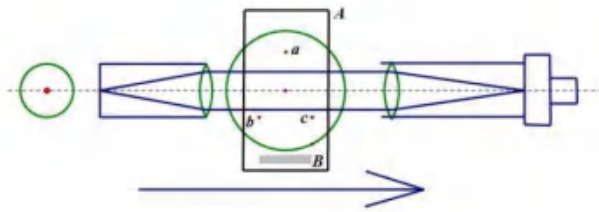


图 4 超声光栅实验光路图

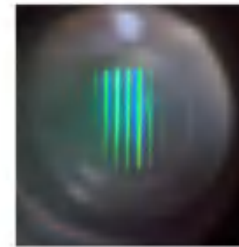


图 5 超声光栅成像

为提高测量精度，可将望远镜目镜换成测微目镜进行观察。条纹像落在测微目镜的焦平面上，条纹清晰。用测微目镜测出条纹间距 x ，可将条纹的衍射角表示为

$$\tan\theta_K \approx \sin\theta_K = \frac{x}{F} \quad (7)$$

其中 F 为测微目镜的焦距。根据式（5）和式（7）可得

$$\frac{K\lambda}{\Lambda} = \frac{x}{F} \quad (8)$$

则

$$\frac{x}{fF} = \frac{\lambda}{f\Lambda} = \frac{\lambda}{u} \quad (9)$$

其中 u 就是要测的声速， f 为超声波的频率，则被测液体中的声速可表示为

$$u = \frac{\lambda f F}{x} \quad (10)$$

[实验装置]

实验装置如图 6 所示。若不采用测微目镜，只是使用分光计测量超声光栅的衍射角，则可不安装测微目镜（8），采用望远镜目镜和显示器代替。

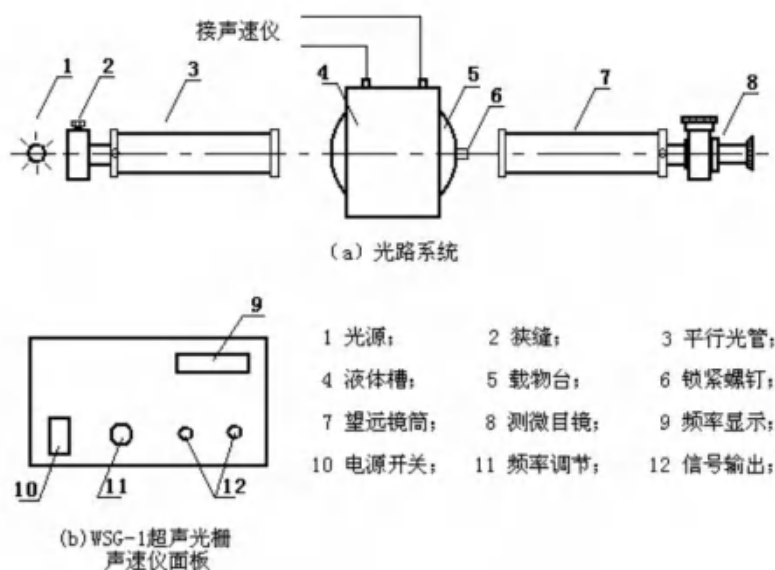


图6 超声光栅实验装置图

[实验内容及步骤]

1. 实验装置调节

- (1) 调节分光计到正常测量状态，平行光管与望远镜准直同轴。
- (2) 在超声光栅盒中加入适量的水，并固定在分光计载物台上。转动游标盘使光栅盒正面玻璃反射的绿色十字像的垂直线和水平线与十字叉丝的垂直线和水平线重合。并连接超声盒电路。
- (3) 打开光源，在望远镜中可看到一条竖直亮条纹。微调望远镜和狭缝宽度使条纹清晰，并使条纹与望远镜垂直叉丝重合。记录角度 θ_0 。
- (4) 打开超声源开关，微调超声波频率，使视野中出现尽可能多的衍射条纹且条纹清晰。

2. 采用衍射角法测量声速

直接采用分光计的望远镜目镜，测量不同条纹的衍射角，根据式(5)和式(6)计算液体中超声波的波长 λ 并计算液体中声速 u 。

3. 采用测微目镜测量声速

采用测微目镜替换望远镜目镜。在观察到清晰条纹后，转动测微目镜上的鼓轮，测量每条条纹的位置，用逐差法求出条纹间距 x ，利用式(10)计算液体中声速 u 。

请自列表格记录数据和计算，并分析结果的不确定度。



[数据记录及处理]

1. 实验装置调节

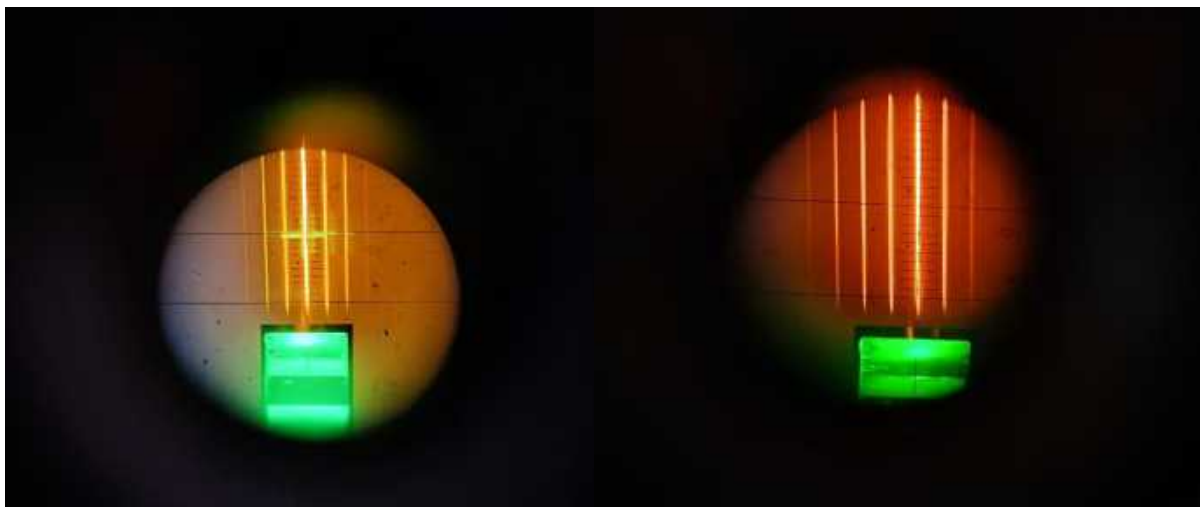


图 7 衍射条纹

2. 采用衍射角法测量声速

$$\lambda = 589.3nm, f = 10.887MHz$$

表 1 不同级数条纹的衍射角大小

K/级数	$\theta_1/^\circ$	$\theta_2/^\circ$	$\theta_0/^\circ$	θ_K/rad	$\sin\theta_K$
0	77.00	257.08	77.04	0.0000	0.0000
1	76.7	256.88	76.79	-0.0044	-0.0044
2	76.57	256.62	76.60	-0.0078	-0.0078
3	76.23	256.38	76.30	-0.0128	-0.0128
4	76.00	256.1	76.05	-0.0173	-0.0173
K/级数	$\theta_1/^\circ$	$\theta_2/^\circ$	$\theta_0/^\circ$	θ_K/rad	$\sin\theta_K$
0	78.28	258.4	78.34	0.0000	0.0000
-1	78.55	258.67	78.61	0.0047	0.0047
-2	78.72	258.83	78.78	0.0076	0.0076
-3	78.87	259.07	78.97	0.0110	0.0110
-4	79.23	259.38	79.30	0.0168	0.0168

初步计算后，发现衍射角极小，所以 $\theta_K \approx \sin\theta_K$ ，且角度与超声波的波长之间的关系为

$$\Lambda \sin\theta_K = \pm K\lambda \quad (11)$$

利用 origin 进行拟合，即可得出 Λ 的误差，可作为其 A 类不确定度。

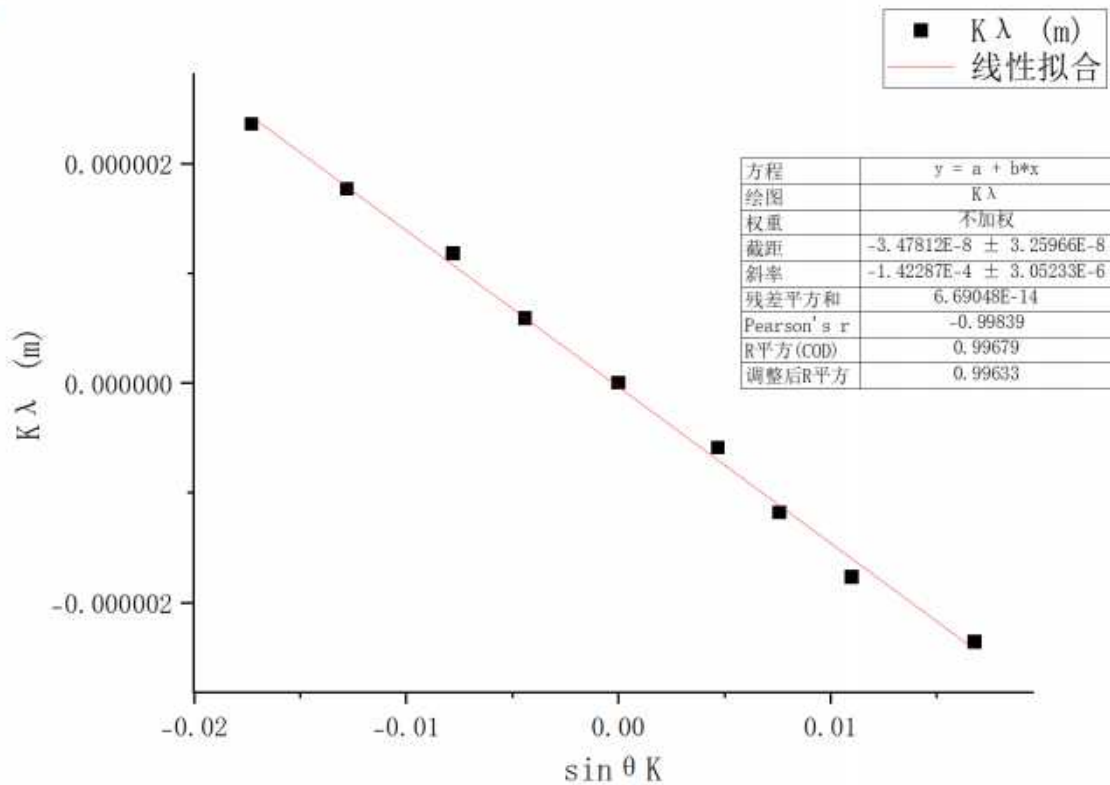


图 8 origin线性拟合

表 2 拟合数据

拟合数据	值/m	误差/m
斜率	-1.42287E-4	3.05233E-6

由拟合数据可知

$$\Lambda = 1.42287 \times 10^{-4} m$$

则根据

$$u = \Lambda f \quad (12)$$

可得

$$u = 1.549 \times 10^3 m/s$$

不确定度分析：

由拟合数据可知

$$S_{\Lambda} = 3.05233 \times 10^{-6} m$$

则 u 的不确定度

$$U_u = \left| \frac{du}{d\Lambda} \right| \times S_{\Lambda} = 33.2 m/s \quad (13)$$

取 $p = 0.95$, $t_p = 1.96$



扩展不确定度:

$$U = t_p \times U_u = 65 \text{ m/s} \quad (14)$$

则

$$u = (1.55 \pm 0.07) \times 10^3 \text{ m/s}$$

此题中因为对于每一级次有不同的 K ，故若对其进行 B 类不确定度分析，则对于每一个 θ_K 都会有不同的 B 类不确定度，较难确定其数值，而且我们已经通过分光计进行了一次偏差消除，所以 B 类不确定度应该较小，对其进行忽略，只考虑 A 类不确定度。

3. 采用测微目镜测量声速

$$\lambda = 589.3 \text{ nm}, f = 10.887 \text{ MHz}$$

表 3 不同级数条纹的位置

K/级数	x/mm	K/级数	x/mm
0	4.000	0	4.000
1	3.248	-1	4.710
2	2.493	-2	5.392
3	1.769	-3	6.182
4	1.047	-4	6.869

表 4 测微目镜的焦距 F

N/次数	1	2	3	4	5
F/cm	17.54	17.49	17.65	17.55	17.48

由逐差法可得

$$x = \frac{(x_5 - x_2) + (x_4 - x_1)}{6} \quad (15)$$

$$\bar{x} = 0.7311 \text{ mm}$$

且

$$\bar{F} = 17.542 \text{ cm}$$

则由公式

$$u = \frac{\lambda f F}{x} \quad (16)$$

可得

$$\bar{u} = 1.539 \times 10^3 \text{ m/s}$$

不确定度分析

A 类不确定度:



$$S_{Ax} = \sigma_{\bar{x}} = 0.012964\text{mm}$$

$$S_{AF} = \sigma_{\bar{F}} = 0.015116\text{cm}$$

B 类不确定度:

$$S_{Bx} = \frac{0.01}{\sqrt{3}}\text{mm}$$

$$S_{BF} = \frac{0.1}{\sqrt{3}}\text{cm}$$

Δd 合成标准不确定度

$$U_x = \sqrt{S_{Ax}^2 + S_{Bx}^2} = 0.0142\text{mm} \quad (17)$$

t 合成标准不确定度

$$U_F = \sqrt{S_{AF}^2 + S_{BF}^2} = 0.0597\text{cm} \quad (18)$$

则 u 的合成标准不确定度为

$$U_u = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x} \times U_x\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial F} \times U_F\right)^2} = 30.4\text{ m/s} \quad (19)$$

取 $p = 0.95$, $t_p = 1.96$

扩展不确定度:

$$U = t_p \times U_u = 59.5\text{ m/s} \quad (20)$$

则

$$u = (1.54 \pm 0.06) \times 10^3\text{ m/s}$$

[讨论和结论]

网上查到超声波声速约为 1500 m/s 。

1. 采用衍射角法测量声速

此题因为 $K\lambda$ 与 $\sin\theta_K$ 成线性正比, 比例系数即为 Λ , 所以采用线性拟合的方法直接得出 Λ 与其误差。此题误差来源主要是因为分光计的转盘不够灵敏, 转动幅度较大, 而实际所测角度较小, 难以准确对准衍射光线, 并且虽然调节分光计时会保证无视差, 但不可否认还是有一定的视差, 可能导致测量角度并不精准。

2. 采用测微目镜测量声速

此题误差主要来源为 F 的 B 类不确定度, 因为直尺的最小刻度太大, 并且因为是手工测量, 其测量时难以保证直尺水平, 所以有部分数据偏大。并且所测数据为清晰点与望远镜筒顶部的距离, 实际所需数据应该是望远镜的透镜光心的距离, 所测距离相对于



所需距离有一段的系统误差，会导致所得数据有偏差

3. 总误差分析

通过数据可以发现，实验所测数据都比 1500 m/s 偏大，所以猜测有某种影响因素改变了其速度，通过搜索资料，发现超声波在 $10\sim 35^\circ\text{C}$ 的纯净水中传播速度随温度的升高而升高，而室温约为 31°C ，且经过搜索文献^[1]可知超声波在 $10\sim 35^\circ\text{C}$ 的范围内，声速与温度的近似解为

$$v = 1468 + 3.68(t - 10) - 0.0279(t - 10)^2 \quad (21)$$

经过计算，在 31°C 下，超声波声速约为

$$v_0 = 1533\text{ m/s}$$

故实验误差并不大，其余偏差可能是人为选定重合位置由主观判断，可能选取位置有系统误差，并且声速也与许多因素有关，比如水的密度等，所以有一定的偏差也是正常的。

[思考题]

(1) 由驻波理论知道，相邻波腹间的距离和相邻波节间的距离都等于半波长，为什么超声光栅的光栅常数等于超声波的波长呢？

超声光栅的光栅常数是光栅介质的密度分布的一个周期的长度。而对于超声波，其作为一种纵波，能够通过声压使液体分子产生周期变化，使液体密度做周期性变化，形成疏密的层次。超声波传播时，前进波被反射后，会反向传播，反射波与前进波叠加形成纵向驻波。某时刻，纵驻波的任一波节的质点都涌向这个节点，使该波节附近成为质点密集区，而相邻的波节处为质点稀疏区，故每隔一个波节为一个质点密集区，使折射率增大，由于光向折射率大的方面弯曲，所以波节处交迭地每隔半个周期呈现一次汇聚强光。因此，在人眼观察下，每隔一个波长的距离才会产生一条条纹，因此实验中超声光栅的光栅常数等于超声波的波长。

(2) 比较超声光栅与平面光栅的异同。

相同：

基本现象相同，都能产生衍射条纹，且光强分布几乎相同。

不同：

平面光栅是由密集、等间距的平行刻线构成的光学器件，通过这种结构使光束之间发生衍射。

超声光栅的产生是由于超声波作用下液体分子疏密不均导致了折射率的变化，光向折射率大的地方偏折，导致光波在液体内传播时被超声波衍射。它是一种可以实时



调节的光栅，光栅常数可以通过超声波的频率和振幅来控制，其相对于平面衍射光栅有更大的可调节性。

（3）有的教材中，超声光栅实验的超声波频率为 200kHz，请问此时能用光栅的原理解释实验结果吗？为什么？

不能。

当超声波的声速确定，入射光的波长确定，镜筒的焦距确定，此时产生条纹间距 x 和超声波频率 f 成正比，本次实验中测得超声波频率约为 11MHz，当超声波频率为 200kHz 时，产生的条纹的间距比本次实验中条纹间距大小小两个数量级，很难区分不同级次条纹，除非用极为精密的仪器，或者用焦距极大的透镜，才能观测到衍射条纹。所以虽然可能能够形成条纹，但难以用光栅的方法去测量和解释。

[参考文献]

[1]岑敏锐.超声波在液体中的传播速度与温度的关系[J].物理实验,2008(05):39-41.



No.

Date

二. 数据记录

1.	k/级数	$\theta/^\circ$	$\theta_0/^\circ$	k/级数	$\theta/^\circ$	$\theta_0/^\circ$	$\lambda = 529.39 \text{ nm}$	
	0	77.00	257.08	77.04	0	78.28	258.40	78.34
	1	76.70	256.88	76.79	-1	78.55	258.67	78.61
	2	76.57	256.62	76.60	-2	78.72	258.83	78.78
	3	76.23	256.38	76.30	-3	78.81	259.07	78.97
	4	76.00	256.10	76.05	-4	79.23	259.38	79.30
2.	k/级数	X/mm	k/级数	X/mm				
	0	4.00	0	4.00				
	1	3.248	-1	4.710				
	2	2.493	-2	5.392				
	3	1.769	-3	6.182				
	4	1.041	-4	6.869				

N/级数	1	2	3	4	5
F/cm	17.54	17.49	17.65	17.55	17.48

谭创(数据)

2022.09.20 10:29

实验 B14 基于 Multisim 的电路仿真基础实验

实验 C9.1 基于 Multisim 的混沌电路仿真

实验人：路尚润 21305127 合作人：叶馨蔓 21305151 指导老师：谭创¹

(1 中山大学物理系, 广东广州 510275)

摘要：电路仿真实验旨在学习 Multisim 电路仿真案件的使用方法，并依此仿真 RLC 串联电路及直流、交流电桥以及混沌电路实验。RLC 实验依据稳态交流电路原理，电路元件的幅频、相频随加在电路上的频率而变化，由此得到幅频、相频曲线。电桥实验依据阻抗分压原理，通过调整电桥两侧阻抗使电桥达到平衡或特定状态，混沌电桥通过不同的初值以及电路参数，模拟出不同的混沌现象。通过仿真实验与部分实际实验进行对比，得到了较为准确的结果，尽管部分频率选择并非十分合理，但实验现象十分明显，我们成功验证了 RLC(RL、RC) 电路的幅频特性以及相频特性，并且验证了仿真交、直流电桥的准确性，以及搭建了蔡氏混沌电路，通过调节参数以及初值得到了不同的混沌现象，其中包括极限环、双涡旋吸引因子以及单涡旋吸引因子等，给出了各个现象的阻值区间，并且我们用无量纲化的方法，证明了混沌电路系统的状态不单单取决于电阻 R1 或 L1，分析了现象产生的原因。各个实验均达到了预期效果。

关键词：Multisim 仿真；直流电桥；交流电桥；RLC 电路；相频特性；幅频特性；混沌电路

1 引言

二阶 RLC 串联电路的暂态过程，在电力生产实际中比较常见。在控制工程中，二阶系统有很重要的地位，因为可以将高阶系统降为二阶系统进行处理，仍不失其运动过程的基本性质^{[1][2][3]}。本文中通过调节频率，模拟了 RLC、RL、RC 电路的特性，进行了实验与理论的印证。

由电阻、电容、电感等元件组成的比较测量电路叫做电桥。最简单的电桥是由四个支路组成的电路，各支路称为电桥的“臂”。电桥是重要的电磁学实验基本测量仪器之一。电桥按其激励电源类型的不同，可以分为直流电桥^[4]和交流电桥^[5]。

直流电桥具有平衡电路相对简单而更易实现的优点，但具有只适用于电阻变化测量的局限性和易受到人工频率干扰的缺点，因而应用范围相对受限。而交流电桥能应用于电容、电感或电阻等参数变化的测量，因此交流电桥的应用范围更加广泛。交流电桥按其测量内容的不同，可分为惠斯通电桥^[6]、电容电桥、电感电桥、麦克斯韦电桥^[7]、海氏电桥等。本文将采用直流电桥的半桥工作模式，检验直流电桥仿真的真实性，以及采用交流电容、电感电桥进行仿真。

20 世纪 60 年代 Lorenz 在实验中发现第一个混沌

吸引子的 Lorenz 系统^[8]，1984 年华裔学者蔡少棠提出了著名的“蔡氏电路^[9]”，通过计算机和电子电路实验研究，证实了“蔡氏电路”是一种自激振荡电路，在一定参数条件下，能产生各种分岔，单旋涡和双旋涡吸引因子等丰富和复杂的非线性现象和混沌动力学行为。之后相继发现了许多新型混沌系统，如分数阶系统^[10]，多翼混沌系统^[11]，超混沌系统及恒 Lyapunov 指数系统^[12]等，本文中，我们通过 Multisim 软件搭建了蔡氏混沌电路，进行某些混沌现象的观察。

2 基于 Multisim 的电路仿真基础实验

2.1 仿真软件

Multisim 仿真软件是电子线路仿真软件，基于工业标准 SPICE 仿真，以获得最优化的设计。该软件的前身为加拿大 IIT(Interactive Image Technologies)公司于 1988 年推出的 EWB(ElectronicsWork Bench)套件，是一套用于电子线路设计和仿真的 EDA 软件。该套件可对模拟、数字、模拟/数字混合电路进行仿真，具有很强的分析功能。

2001 年，IIT 公司在推出 EWB6.0 时，将套件名称改为 Multisim，意为多功能仿真软件，即 Multisim2001。

2005 年,美国 NI(National Instrument) 公司收购了 IIT 公司,将软件改名为 NI Multisim,本实验将采用 NI Multisim12.0 版软件。

2.2 Multisim 电路仿真测量幅频、相频特性

首先我们利用 Multisim 仿真软件进行了 RC、RL、RLC 串联电路的幅频特性以及相频特性的测量。

2.2.1 RC 串联电路特性实验

RC 串联电路如图1所示

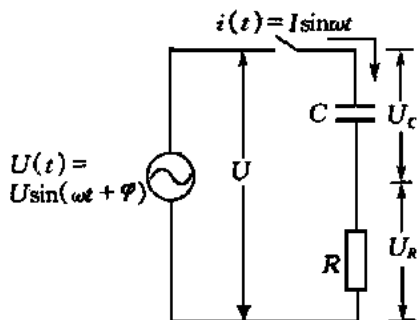


图 1: RC 串联电路示意图

由相量法,我们知道阻抗有如下表达式^[13]

$$Z = R - j \frac{1}{\omega C} \quad (1)$$

其中 C 为电容大小, ω 为电源的频率, R 为电阻大小。则有阻抗的大小为

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (2)$$

以及阻抗角

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{1}{\omega CR}\right) \quad (3)$$

阻抗角即为 U 与 I 之间的相位差。

则通过以上式子即可得出

$$U_R = \frac{U}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega CR}\right)^2}} \quad (4)$$

$$U_C = \frac{U}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}} \quad (5)$$

其中 U 为总电压有效值。则我们通过以上式子即可得出其幅频特性 (图2) 以及相频特性 (图3)

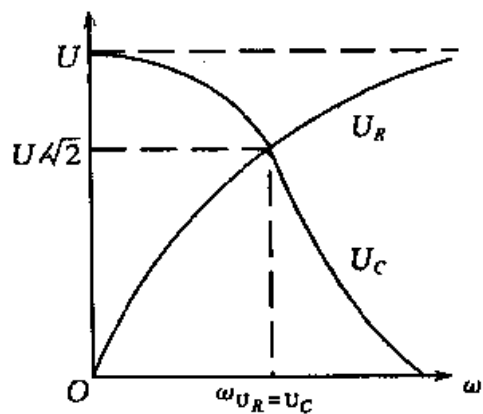


图 2: RC 串联电路幅频特性曲线

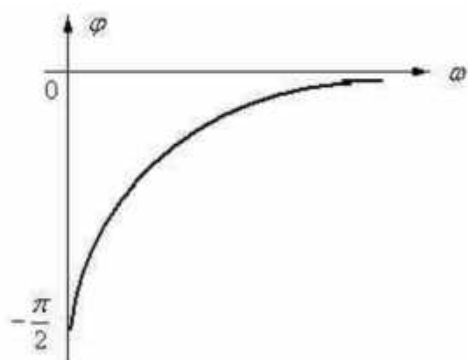


图 3: RC 串联电路相频特性曲线

2.2.2 RL 串联电路特性实验

RL 串联电路如图4所示

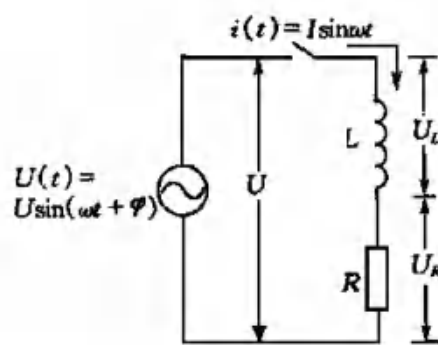


图 4: RL 串联电路示意图

由相量法,我们知道阻抗有如下表达式

$$Z = R + j\omega L \quad (6)$$

其中 L 为电感大小, ω 为电源的频率, R 为电阻大小。 **2.2.3 RLC 串联电路特性实验**
则有阻抗的大小为

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad (7)$$

以及阻抗角

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right) \quad (8)$$

阻抗角即为 U 与 I 之间的相位差。

则通过以上式子即可得出

$$U_R = \frac{U}{\sqrt{1 + (\frac{\omega L}{R})^2}} \quad (9)$$

$$U_L = \frac{U}{\sqrt{1 + (\frac{R}{\omega L})^2}} \quad (10)$$

其中 U 为总电压有效值。则我们通过以上式子即可得出其幅频特性 (图5) 以及相频特性 (图6)

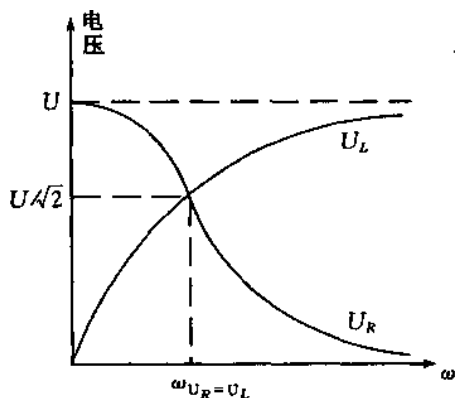


图 5: RL 串联电路幅频特性曲线

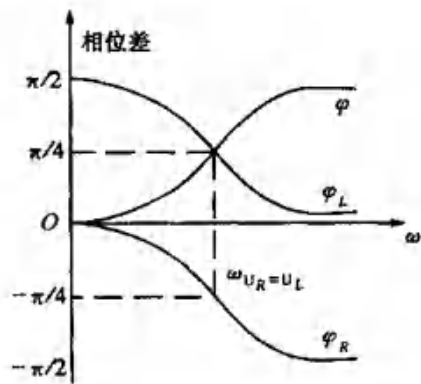


图 6: RL 串联电路相频特性曲线

RLC 串联电路如图7所示

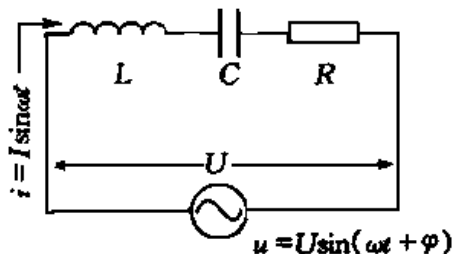


图 7: RLC 串联电路

经过与 RL 与 RC 的实验分析可知, 电路电流值为

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (11)$$

相位差

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right) \quad (12)$$

则通过以上式子即可知道其幅频曲线 (图8) 以及相频曲线 (图9)

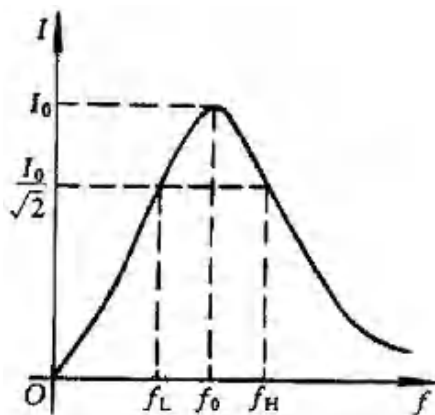


图 8: RLC 串联电路幅频曲线

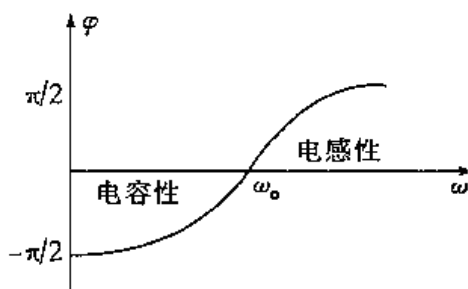


图 9: RLC 串联电路相频曲线

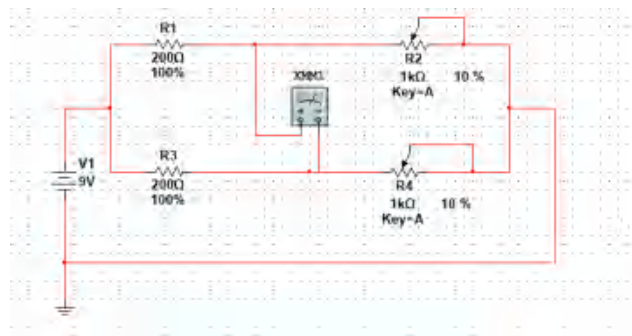


图 11: 直流电桥模拟电路

2.2.4 电路搭建

实验中搭建的 RLC 串联电路如图10所示

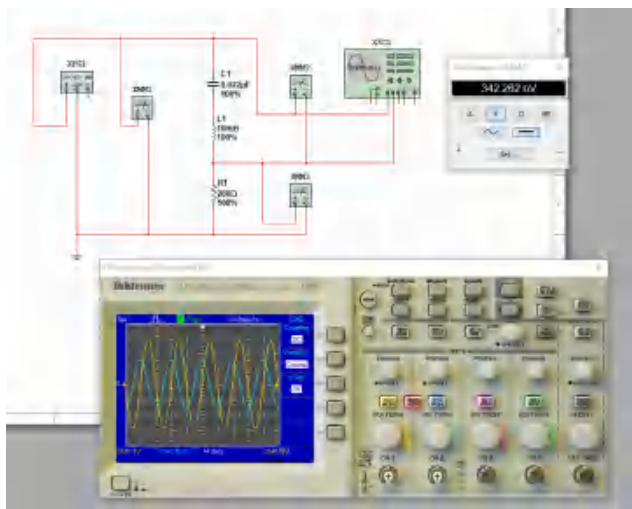


图 10: RLC 串联模拟电路

加 ΔR , 则 R_4 的阻值相应地减少 ΔR , 反之亦然。使 A 点和 B 点间的电压分别为 (40,30,20,10,0)mV, 记录 ΔR 值。

根据此电路模型, 我们可以得出

$$U = \frac{3600 \Delta R}{90000 - (\Delta R)^2} \quad (13)$$

则根据我们实际所得电阻即可以验证直流电桥模型模拟是否精确。

2.3 Multisim 电路仿真直流电桥和交流电桥

利用 Multisim 电路仿真我们也可以做到仿真电桥并测量电阻、电容和电感。

2.3.1 仿真非平衡直流电桥实验

首先, 我们进行直流电桥的仿真实验^[14], 实验中搭建的直流电桥如图11所示

参照实际使用情况, 可分别采用 1/4 桥、半桥、全桥的工作模式。1/4 桥即四个桥臂中只有一个桥臂的电阻发生改变; 半桥只有两个桥臂的电阻发生改变; 而全桥则是四个桥臂的电阻都发生改变。三种模式的灵敏度逐渐增加。本实验采用半桥模式。

半桥工作模式: 保持 R_1 和 R_3 电阻不变。反向调节电位器 R_2 和 R_4 的阻值 ΔR , 即如果 R_2 的阻值增

2.3.2 仿真交流电桥实验

接下来仿真实验 B6 交流电桥测电感电容实验, 给出电桥平衡时 (平衡电压为零) 各桥臂对应的电阻、电容、电感等参数。

A. 仿真交流电桥测电容实验

测电容电路如图12所示。其中电阻 $R_1 = 51\Omega$, $R_2 = 510\Omega$, 可调电阻 $R_3 = 100\Omega$, 可调电阻 $R_4 = 1k\Omega$, 电容 $C_1 = 0.1\mu F$, $C_2 = 0.47\mu F$, 信号为正弦信号, 频率为 10kHz, 电压幅峰值 $V_{P-P} = 5V$ 。

因为实际电容不是理想的电容器, 在电路中会损耗能量, 故其等效电路可看成是一个纯电容 C_1 和一个损耗电阻 R_1 的串联或并联电路, 本实验将采用串联等效电路来处理。

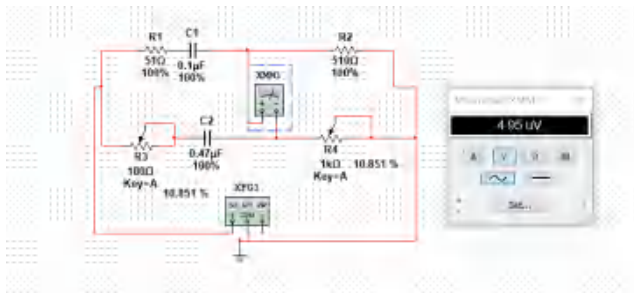


图 12: 交流电桥测电容模拟电路

记录电桥平衡时电阻 R_3 和电阻 R_4 值。为了减小测量误差, 转换 C_X 和 R_4 位置重复模拟, 并记录相应的 R_3 和 R_4 值。通过如下公式可求得相应被测电容的内阻和电容值。

$$R_1 = \frac{R_2}{R_4} \cdot R_3 \quad (14)$$

$$C_1 = \frac{R_4}{R_2} \cdot C_2 \quad (15)$$

我们也可知电容的损耗为

$$D = R_3 \cdot C_2 \cdot \omega = R_1 \cdot C_1 \cdot \omega \quad (16)$$

其中 $\omega = 2\pi f$ 为电路的角频率。

B. 仿真交流电桥测电感实验

测电感电路如图13所示。其中电阻 $R_1 = 100\Omega$, $R_3 = 510\Omega$, 可调电阻 $R_2 = 1k\Omega$, 可调电阻 $R_4 = 1k\Omega$, 电容 $L_1 = 20mH$, $C_1 = 0.47\mu F$, 信号为正弦信号, 频率为 10kHz, 电压峰峰值 $V_{P-P} = 5V$ 。

因为实际电感不是理想的电感器, 在电路中会损耗能量, 故其等效电路可看成是一个纯电感 L_1 和一个损耗电阻 R_1 的串联或并联电路, 本实验将采用串联等效电路来处理。

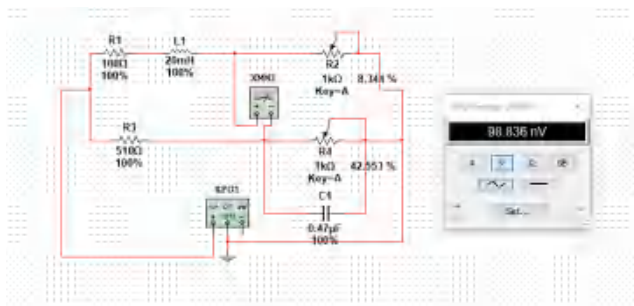


图 13: 交流电桥测电感模拟电路

记录电桥平衡时电阻 R_2 和电阻 R_4 值。为了减小

测量误差, 转换 L_X 和 R_4 、 C_1 位置重复测量, 并记录相应的 R_2 和 R_4 值。通过如下公式可求得相应被测电感的内阻和电感值。

$$R_1 = \frac{R_2}{R_4} \cdot R_3 \quad (17)$$

$$L_1 = C_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \quad (18)$$

我们也可知电感的品质因数为

$$Q = \omega \cdot C_1 \cdot R_4 \quad (19)$$

3 基于 Multisim 的混沌电路仿真

3.1 混沌电路

一个确定的动力系统有三种常见的稳定状态, 平衡态、周期振荡态和准周期振荡态。混沌振荡是一种不稳定的但有限的动力学振荡行为, 局限在有限区域, 轨道永不重复且具有遍历性。

混沌振荡有如下几个特征: 混沌运行对系统初始值极端敏感性, 初始值极其微小的改变, 会使系统的振荡输出产生很大差异; 混沌振荡输出的信号是一定频率范围内的连续谱; 吸引子局限在有限的区域内, 对大范围而言, 可看作稳定的吸引子; 吸引子空间结构复杂, 具有无穷层次自相似结构。

3.2 蔡氏电路

在混沌现象研究中, 蔡氏电路是被广泛用作混沌实验教学的经典电路。原理图如图14所示, 由一个线性电感 L , 两个线性电容 C_1 、 C_2 , 一个线性电阻 R_1 和一个非线性电阻 R_N 构成。蔡氏电路是一个结构简单的三阶自治动态系统, 能产生丰富的混沌现象。其中电感 L 和电容 C_2 构成一个 LC 振荡电路, 非线性电阻 R_N 是有源非线性的分段线性电阻, 与电容 C_1 并联滤波电路将振荡器产生的正弦信号移相输出, 线性电阻 R_1 调节 C_1 和 C_2 相位差, 并消耗能量。非线性电阻 R_N 伏安特性如图15所示。

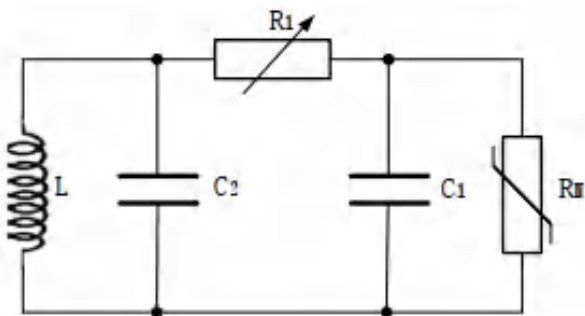


图 14: 蔡氏电路原理图

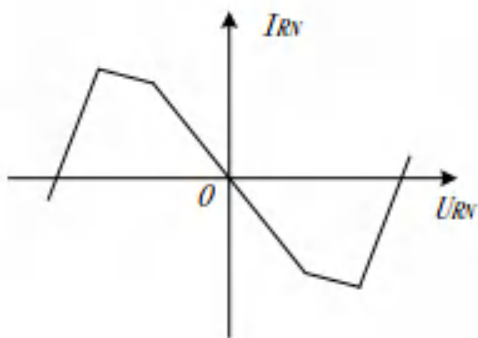


图 15: 非线性电阻伏安特性

根据基尔霍夫定律, 由图14可知

$$i_{C_1} = C_1 \cdot \frac{dU_{C_1}}{dt}; i_{C_2} = C_2 \cdot \frac{dU_{C_2}}{dt}; u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt} \quad (20)$$

得到电路的非线性动力学方程如公式21所示:

$$\begin{cases} C_1 \cdot \frac{dU_{C_1}}{dt} = \frac{u_{C_2} - u_{C_1}}{R_1} - f(u_{R_N}) \\ C_2 \cdot \frac{dU_{C_2}}{dt} = i_L - \frac{u_{C_2} - u_{C_1}}{R_1} \\ L \cdot \frac{di_L}{dt} = -U_{C_2} \end{cases} \quad (21)$$

其中, U_{C_1} 是电容 C_1 上的电压, U_{C_2} 是电容 C_2 上的电压, i_L 是电感上电流, 由于 R_N 是非线性电阻, $f(u_{R_N})$ 是非线性函数, 上述方程组没有解析解, 且方程组右端不显含时间变量的微分方程组, 构成三阶自治动态系统。

4 实验装置

4.1 基于 Multisim 的电路仿真基础实验

实验测控用计算机 (安装了 Multisim 和 LabVIEW 软件)

4.2 基于 Multisim 的混沌电路仿真

实验测控用计算机 (安装了 Multisim、LabVIEW、ELVIS Launcher 和 NI VirtualBench 软件。

5 实验内容

5.1 基于 Multisim 的电路仿真基础实验

- (1) 打开电脑并启动 Multisim 仿真软件。
- (2) 按照 RLC 串联电路放置模拟元器件, 通过示波器以及电压表输出其电信号, 从而做出幅频曲线以及相频曲线。

实验中所用参数如表1所示

表 1: RLC 仿真实验参数

参数名称	参数符号	参数值
输出电压有效值	U	2V
电阻	R	200Ω
电容	C	0.022μF
电感	L	10mH

- (3) 分别将 L 与 C 短接, 测量 RC 与 RL 电路的幅频特性以及相频特性。
- (4) 再搭建直流电桥, 并通过理论与实验验证模拟实验的准确性。
- (5) 最后搭建交流电桥, 并且分别用其测量电容以及电感。

5.2 基于 Multisim 的混沌电路仿真

- (1) 熟悉 Multisim 仿真软件的使用。
 - (2) 利用 Multisim 电路仿真软件搭建蔡氏混沌电路。
- 仿真电路、参数及数据如图16所示

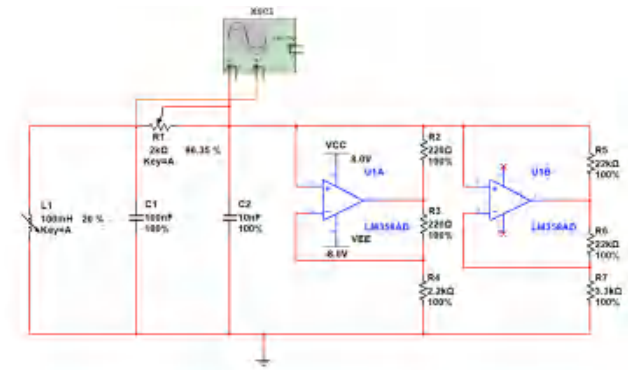


图 16: 仿真蔡氏电路图

(3) 通过调节 $L1$ 与 $R1$ 的参数, 用示波器的 XY 功能观察并记录各自不同的混沌现象。

6 实验结果与讨论

6.1 Multisim 电路仿真测量幅频、相频特性

6.1.1 RLC 串联电路

通过实验记录的数据, 我们可以做出其幅频特性曲线如图17所示。

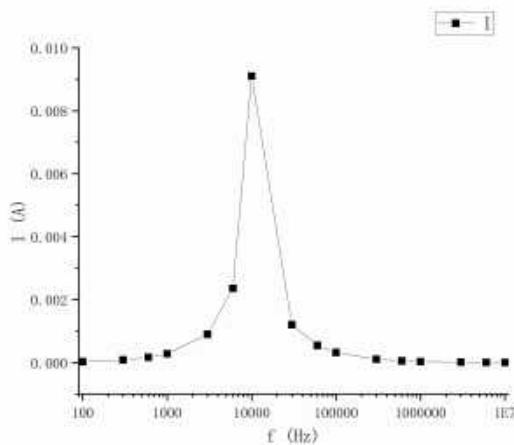


图 17: RLC 模拟电路幅频曲线

可以看出, 电路的电流 I 随频率 f 的增大, 先增大后减小, 具有唯一的峰值, 其与我们在理论论述中的曲线一致, 符合公式11。即理论与模拟实验十分吻合。

然后我们做出相频曲线, 其如图18所示, 并与实验中的相频曲线 (图19) 进行对比。

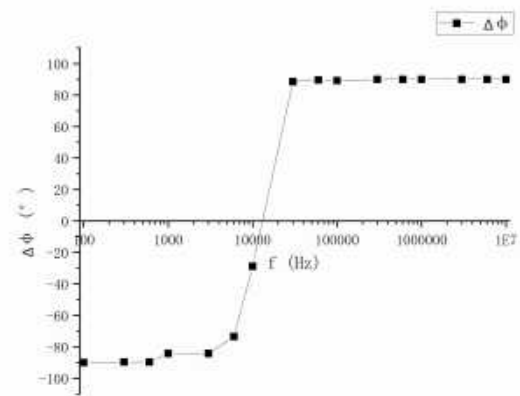


图 18: RLC 模拟电路相频曲线

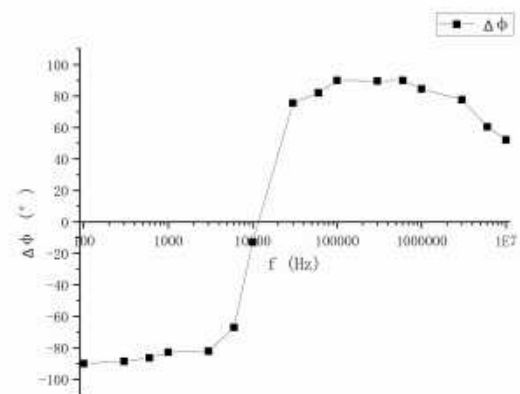


图 19: RLC 实验电路相频曲线

通过观察, 可知模拟电路与实验电路的相频曲线基本一致, 均与我们的理论分析 (图8) 相吻合, 而且模拟电路的高频特性不会因为仪器的带宽影响而产生偏移, 此即模拟电路的优点。

说明 Multisim 模拟仿真可信度较高, 通过图像观察可知其谐振频率为 11000 左右, 根据计算我们可知, 谐振频率为

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 10730\text{Hz} \quad (22)$$

故实验结果较好。

误差分析:

实验中所取的频率并非特别合理, 因为相频曲线以及幅频曲线在谐振频率周围的变动较大, 故应该在

谐振频率周边进行多组测量，以画出更加直观的图像。
且模拟实验中读数要求精度较高，但仿真中的示波器并非特别精确，这也是误差来源之一。

6.1.2 RC 串联电路

以实验中记录的数据，做出 RC 电路的模拟20与实验21幅频特性曲线。

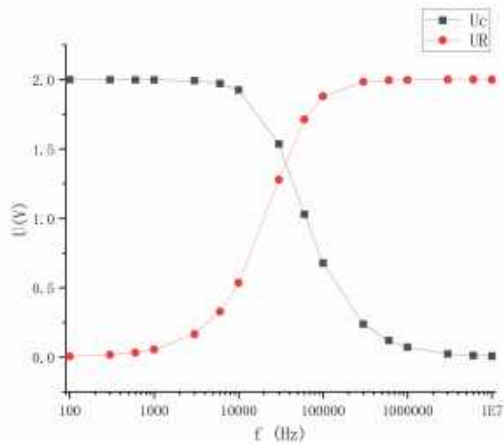


图 20: RC 模拟电路幅频曲线

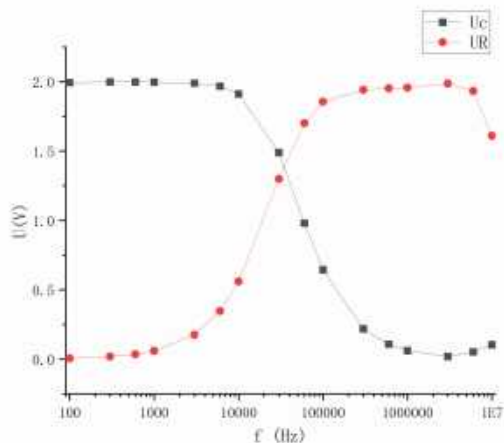


图 21: RC 实验电路幅频曲线

通过对比发现，两曲线极为相似，仿真与实验符合度很好，并且我们将其与图2对比，可以发现十分符合，故实验较为成功。

然后做出相频曲线，如图22，并与实验电路所测数据进行比较23。

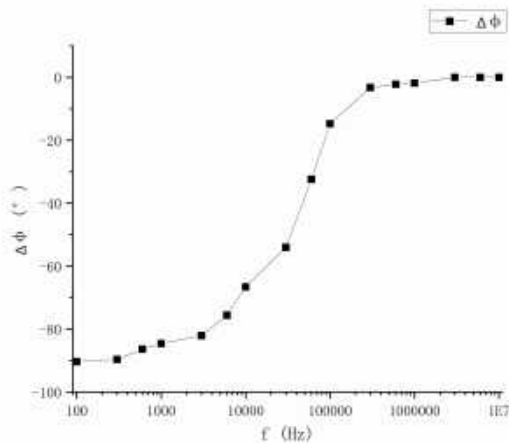


图 22: RC 模拟电路相频曲线

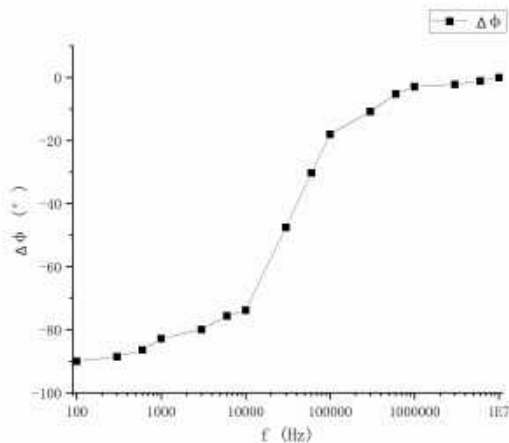


图 23: RC 实验电路相频曲线

观察曲线即可发现，阻抗角始终为负值，即我们电流为容性电路，且实验结果与图3 极为符合，随着 f 的增大，均从纯电感电路变为电阻性电路。

因为对于每个实验值仅进行了一次测量，故测量中通过读数等可能产生偏差，故我们可以采用多次测量的方法，能够消除一定的偏差。

6.1.3 RL 串联电路

由实验中记录数据做出 RL 电路的幅频特性曲线24，并与实验 (图25) 进行对比

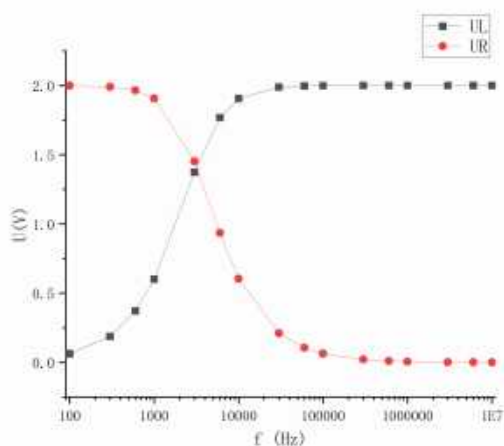


图 24: RL 模拟电路幅频曲线

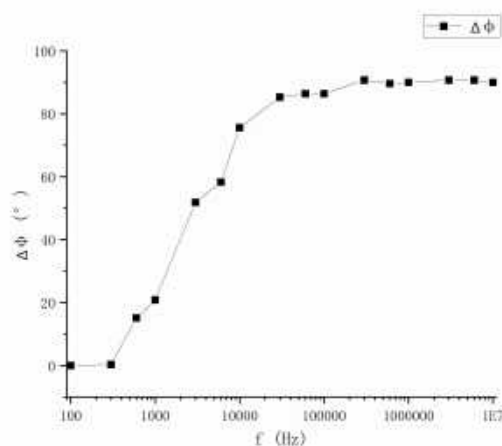


图 26: RL 模拟电路相频曲线

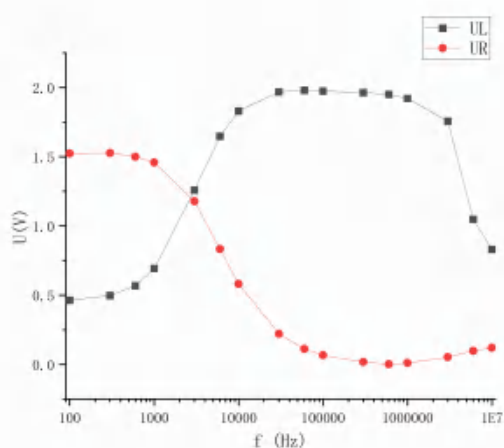


图 25: RL 实验电路幅频曲线

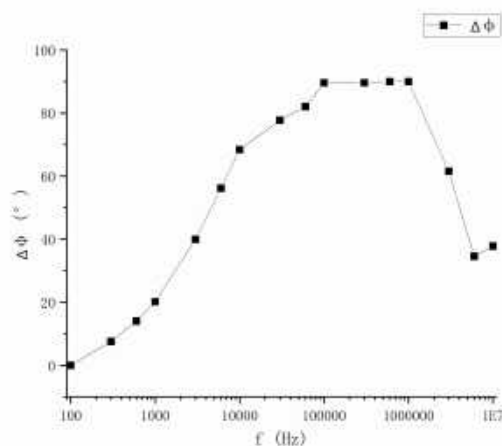


图 27: RL 实验电路相频曲线

可以发现，两者的变化趋势均相同，模拟电路与理论分析 (图5) 较为符合，但实验电路的符合程度较差。

误差分析：

实际上，仿真中所用电感均为理想电感，而实验中所用电感为非理想的，其应等效为恒定电阻与理想电感的串联，根据实验数据分析，实验电感应该有一个阻值 $R_L = 67\Omega$ 的电阻，所以其在 f 等于 0 时分到了 $1/4$ 份的电压。

且实验电路的末端已经产生较大偏移，这是由于示波器带宽的限制所产生的影响，其丢失了某些信号，故所测电压已经失真。

但总体来说，我们已经成功验证了 RL 电路幅频特性理论的正确性。

可以看出，我们 RL 电路的相频曲线均为随 f 增长，阻抗角从 0 增长到 90° ，即我们从电阻性电路变为纯电感电路。实验与仿真的曲线趋势一致，故实验较为成功。

对于高频率的偏差，实际上就是因为示波器的限制导致的。

6.2 Multisim 电路仿真直流电桥和交流电桥

接下来我们仿真交流与直流电桥。

6.2.1 仿真非平衡直流电桥实验

此时我们调节滑动变阻器的初始值均为 100Ω ，则可得出公式13，当我们电阻足够小时，我们可以近似认

为符合公式23。

$$U = 40 \triangle R(mV) \tag{23}$$

下表即为我们所得数据以及理论值。

表 2: 直流电桥数据

U/mV	实验值 $\triangle R/\Omega$	理论值 $\triangle R/\Omega$
40	1	1
30	0.75	0.75
20	0.5	0.5
10	0.25	0.25
0	0	0

根据比较可知，实验与理论极其吻合，可知仿真实验较为成功。

6.2.2 仿真交流电桥实验

接下来，我们进行交流电桥的仿真实验。

A. 交流电桥测电容

实验参数如图12所示经过调节后，实验数据如表3。

表 3: 交流电桥测电容实验数据

交流电容	R3/ Ω	R4/ Ω
换臂前	10.851	108.51
换臂后	10.851	108.51

则我们由公式14可知

$$R_1 = 51\Omega \tag{24}$$

以及公式15可知

$$C_1 = 0.1\mu F \tag{25}$$

与实验电路中的实际值相同，故仿真电路较好。

且我们通过公式16可知

$$D = 0.32 \tag{26}$$

B. 交流电桥测电感

仿真实验数据如表4。

表 4: 交流电桥测电感实验数据

交流电感	R2/ Ω	R4/ Ω
换臂前	83.44	425.53
换臂后	83.44	425.53

则由公式17以及公式18可知

$$R_1 = 100\Omega \tag{27}$$

$$L_1 = 0.02H \tag{28}$$

与实验电路中的实际值相同，仿真较好。

且我们可以由公式19算出电感的品质因数为

$$Q = 12.57 \tag{29}$$

6.3 Multisim 电路仿真混沌电路

6.3.1 数据记录

在仿真实验中，我们通过取 L 为定值 20mH，并调节 R1 从 0 到 2000 Ω ，发现相图的变化为：

直线 $\rightarrow$ 极限环 $\rightarrow$ 双涡旋因子 $\rightarrow$ 单涡旋吸引子 $\rightarrow$ 三周期 $\rightarrow$ 四周期 $\rightarrow$ 二周期 $\rightarrow$ 单周期。

当阻值为 2000 Ω 时，其最终收敛到单周期，即一个圆环。期间我们通过给电路某些初始值进行了左右周期的模拟。

仿真实验数据如表5所示，其中电感我们始终使用 20mH 其现象如图28至图32所示。

表 5: 混沌仿真数据

混沌现象类型	起始位置 R/ Ω	终止位置 R/ Ω
直线	0	0
极限环	0.2	1535.2
双涡旋吸引因子	1535.4	1899.2
单涡旋吸引因子	1899.4	1927

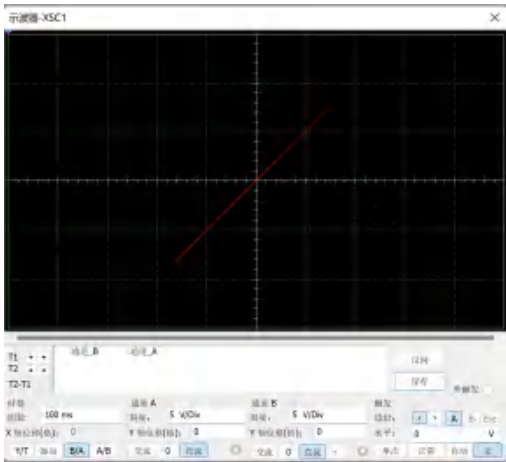


图 28: 直线 $R=0\Omega$

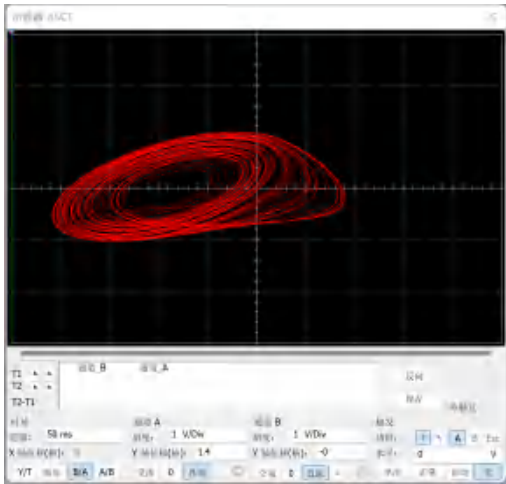


图 31: 左侧单涡旋吸引子 $R=1912.2\Omega$

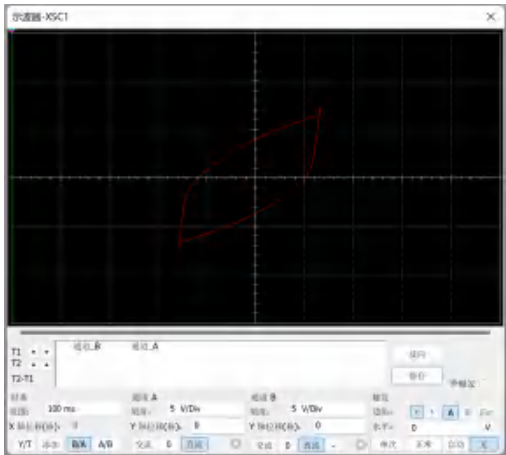


图 29: 极限环 $R=1400\Omega$

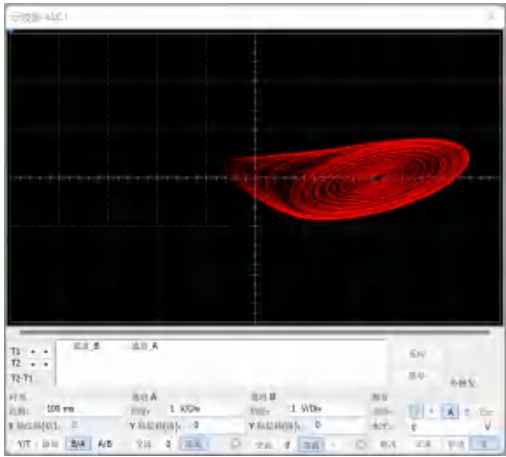


图 32: 右侧单涡旋吸引因子 $R=1900\Omega$

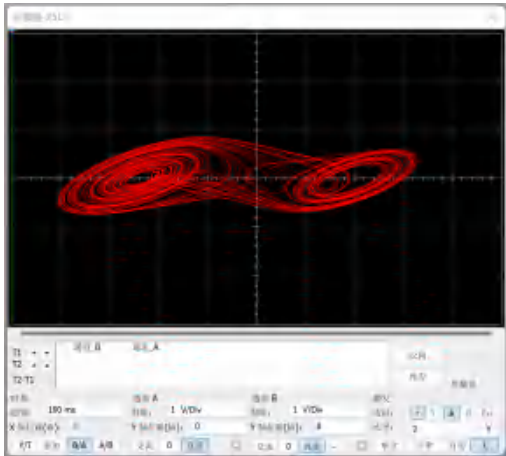


图 30: 双涡旋吸引因子 $R=1780\Omega$

以及某些特殊位置我们给出其电阻如表6

表 6: 混沌现象特殊类型

特殊位置 R/Ω	左侧三周期	左侧四周期	左侧双周期	左侧单周期
	1928.6	1937	1946	1956
	右侧三周期	右侧四周期	右侧双周期	右侧单周期
	1927.2	1935.2	1939	1953

其实验现象如图33至40所示

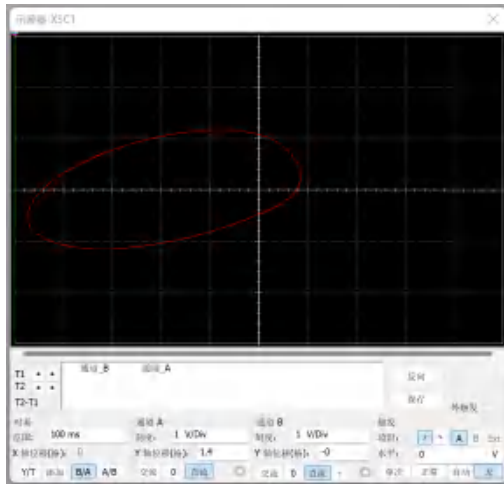


图 33: 左侧单周期 $R=1956\Omega$

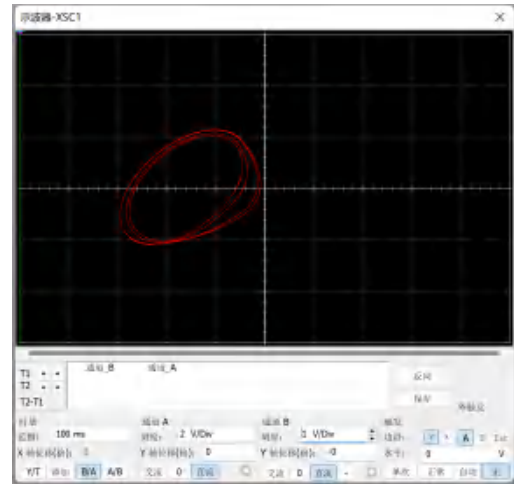


图 36: 左侧四周期 $R=1937\Omega$

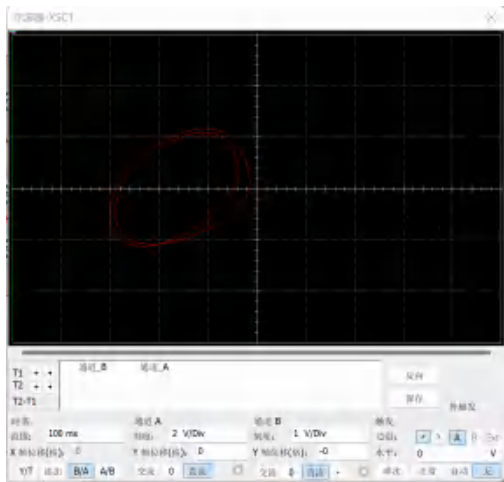


图 34: 左侧双周期 $R=1946\Omega$

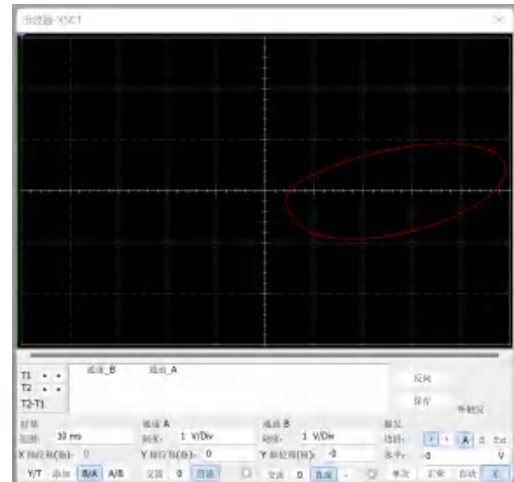


图 37: 右侧单周期 $R=1953\Omega$

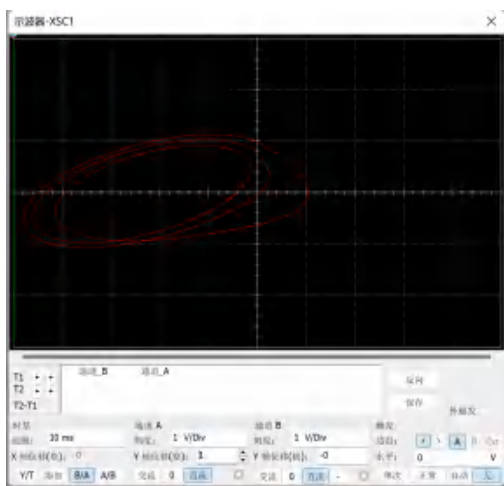


图 35: 左侧三周期 $R=1928.6\Omega$

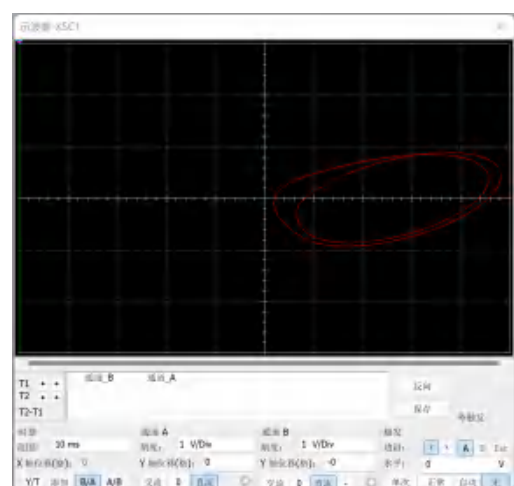
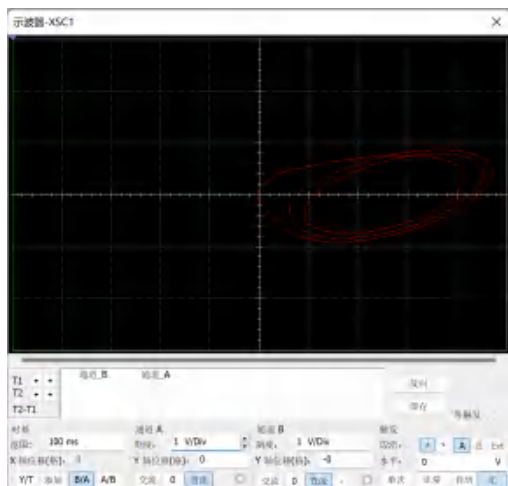
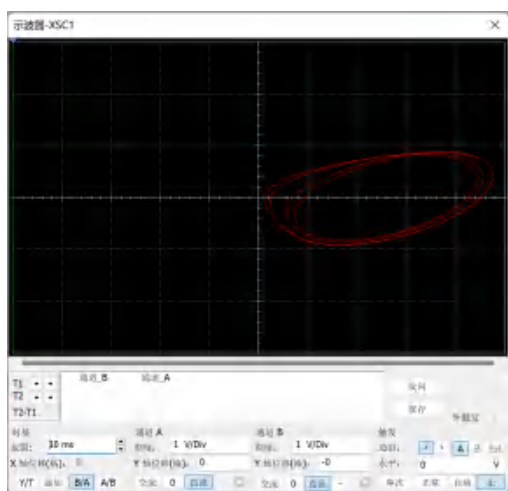


图 38: 右侧双周期 $R=1939\Omega$

图 39: 右侧三周期 $R=1927.2\Omega$ 图 40: 右侧四周期 $R=1935.2\Omega$

可以发现, 我们成功模拟出了各种效果, 并且模拟效果较好。

6.3.2 混沌电路分析

在实验过程中, 我们发现, 在调节电感后其现象会发生改变, 增大电感与减小电阻的现象几乎一致, 故我们猜测, 实际上的混沌电路是由电阻与电感的比值有一定的关系, 且电阻过小后再也难以调出混沌现象, 我们尝试对电路方程30进行无量纲化处理。

$$\begin{cases} C_1 \cdot \frac{dU_{C1}}{dt} = \frac{u_{C2} - u_{C1}}{R_1} - f(u_{RN}) \\ C_2 \cdot \frac{dU_{C2}}{dt} = i_L - \frac{u_{C2} - u_{C1}}{R_1} \\ L \cdot \frac{di_L}{dt} = -U_{C2} \end{cases} \quad (30)$$

其中:

$$f(u) = G_b u + \frac{1}{2} (G_a - G_b) [|u + E| - |u - E|] \quad (31)$$

得:

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha(y - x - f(x)) \\ \dot{y} = x - y + z \\ \dot{z} = -\beta y \end{cases} \quad (32)$$

其中:

$$f(x) = \begin{cases} m_1 x + (m_1 - m_0) & , x \leq -1 \\ m_0 x & , -1 \leq x \leq 1 \\ m_1 x + (m_0 - m_1) & , x \geq 1 \end{cases} \quad (33)$$

式中, x, y, z, α, β 等都是无量纲量, 他们的定义是: $x = u_1/E, y = u_2/E, z = Ri_L/E, \tau = t/RC_2, m_0 = RG_a, m_1 = RG_b, \alpha = C_2/C_1, \beta = C_2 R^2/L$ 。

我们发现, 微分方程的解只与无量纲参量 α, β, m_0, m_1 有关, 而且这四个量只有 $\beta = C_2 R^2/L$ 与电感值有关, 因此这样的系统的并不取决于电感值本身, 而可以通过调节电容、电阻值达到一样的效果。

并且, 我们发现混沌电路对初值的敏感性极强。对于周期性的相图, 左侧与右侧的对应周期数目的电阻值几乎一样, 实际上, 意味着左右侧的周期相图与电阻值并非一一对应, 而是这个电阻值能够同时产生左右侧的周期数的相图。事实上, 系统的状态是与初值 (也可以说是系统的历史) 是息息相关的。

实际上, 这也是混沌电路的特性之一, 对应不同的初始值可能有多个解, 当我们每次关闭电路以 0 状态开始仿真, 此时我们可以发现, 在 R_1 阻值大约为 1900Ω 以上时, 不会再产生右侧的吸引子或者周期相图, 这恰好证明了初值对混沌电路的重要影响。

7 结论

首先, 我们通过 Multisim 软件仿真了 RLC、RL、RC 电路, 并且将仿真数据与实验数据进行对比, 可以看出, 实验与仿真的图像变化基本一致, 但由于实验仪器的限制, 在高频状态下图像会发生偏移, 但总体是实验效果较好, 成功验证了 RLC 电路的幅频特性以及相频特性。然后我们进行了直流电桥以及交流电桥的仿真, 发现实验结果与理论极其吻合, 说明了 Multisim 软件仿真的准确性。最后, 我们通过搭建蔡氏电路, 实

现了对混沌现象的观察,解释了混沌体系产生的缘由,并且找出了出现混沌现象的阻值区间,仿真较为成功。

参考文献

- [1] 王艳秋. 自动控制原理 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2018:63-74.
- [2] 李志平. 二阶 RLC 电路响应与参数的关系及工程应用 [J]. 上海电力大学学报,2022,38(04):322-326.
- [3] 柳革命, 林春景.RLC 电路基本特性实验方法研究 [J]. 工业控制计算机,2021,34(08):149-151+155.
- [4] 成爽, 于娜, 刘雪华, 王林杰. 直流电桥桥臂比例与电桥灵敏度关系的研究与应用 [J]. 计算机产品与流通,2020(05):283.
- [5] 李至博. 对电桥电路的分析及应用 [J]. 科技风,2018(01):177-178.
- [6] 顾丹. 惠斯顿电桥电路在空气流量传感器中的应用分析 [J]. 时代农机,2016,43(05):27+29.
- [7] 王欢, 项琼, 吴良科, 彭淑华, 杨洪. 基于麦克斯韦电桥的互感器负荷箱测试仪的设计 [J]. 电测与仪表,2011,48(12):70-73.
- [8] 杨文杰, 张帆, 郑前前. 一类 Lorenz 型系统中的混沌分析 [J]. 许昌学院学报,2022,41(02):8-11.
- [9] 刘恒, 刘远林, 吴朝阳, 孙亚坤, 刘泽. 一种蔡氏混沌电路实验设计 [J]. 实验科学与技术,2020,18(06):8-13.
- [10] 王玉品. 分数阶非线性动力系统分形分析与控制 [D]. 山东大学,2021.
- [11] 何颖辉. 新型多翼混沌系统及其电路设计 [D]. 重庆邮电大学,2020.
- [12] 万求真, 周昭腾. 具有多参数恒 Lyapunov 指数谱的新型统一混沌系统 [J]. 通信学报,2020,41(06):202-213.
- [13] 邱关源, 罗先觉. 电路 (第 5 版) [M]. 北京: 高等教育出版社,2006:115-122
- [14] 沈韩等. 基础物理实验 [M]. 北京: 高等教育出版社,2015.

A 附录

A.1 原始数据

原始数据已记录于教师签名页以及上传至服务器中。

A.2 思考题

1. 检索资料, 简述混沌电路的可能应用。要求给出参考文献。

①用于人工智能系统实验预测中。

[1]Zhang C, Jiang J, Qu SX, Lai YC. Predicting phase and sensing phase coherence in chaotic systems with machine learning. Chaos. 2020 Aug;30(8):083114.

②用于视频图像加密。

[1] 涂立, 汪彦. 一种基于 Lorenz-Duffing 混沌系统的视频图像加密新算法 [J]. 湖南城市学院学报 (自然科学版), 2022, 31(05): 67-72.

[2] 吕晏旻, 闵富红, 彭光娅, 张若飞. 异构磁控忆阻混沌电路的同步及其在彩色图像加密中的应用 [J]. 南京师范大学学报 (工程技术版), 2019, 19(01): 8-18.

③用于微弱距离信号检测。

[1] 王晓媛, 周鹏飞, 王光义, 陈瑾. 基于自制音频示波器的混沌电路微弱距离信号检测系统设计 [J]. 实验技术与管理, 2020, 37(01): 101-104+121.

④用于自供能以及无线通讯。

[1] 何李毅. 混沌电路在自供能系统和无线通信中的应用初探 [J]. 中国新通信, 2018, 20(07): 114.

[2] 张玉静. 混沌电路在自供能系统和无线通信中的应用 [D]. 兰州大学, 2016.

⑤应用于保密通讯工程领域。

[1] 王维. 忆阻混沌电路设计及其在保密通信中的应用 [D]. 湘潭大学, 2016.

[2] 崔力. 混沌电路及其在保密通信中的应用研究 [D]. 湖南科技大学, 2010. [3] 闫少辉. 混沌电路分析及其在保密通信中的应用研究 [D]. 西北师范大学, 2007.

2. 交流电桥和直流电桥有何区别?

①两者工作电压不同。直流电桥在直流电下工作, 交流电桥在交流电下工作。

②两者的工作元件不同。直流电桥只包含电阻, 交流电桥还包含电感、电容等元件。

③两者考虑的参数不一样。由于阻抗角约束的存在, 一个已知的交流电桥, 如果只改变各元件的参数大小, 而不改变网络结构和各元件的布置, 不一定能达到平衡; 而直流电桥仅仅改变各元件参数, 即电阻, 就能达到平衡条件。

④两者功能用途不同。交流电桥能够用于测电阻、电感、电容、材料介电常数、电容器介质损耗、线圈互感系数和耗散系数等等, 而直流电桥一般只用于测量电阻。

3. 麦克斯威尔-维恩电桥中, R_0 和 C_0 组成的桥臂若改成串联形式, 电桥是否还能达到平衡? 比较这两种形式的电桥, 那一种电桥适合测量高 Q 值的电感, 那一种适合测量低 Q 值的电感?

我们将麦克斯威尔-韦恩电桥改为如图1所示。

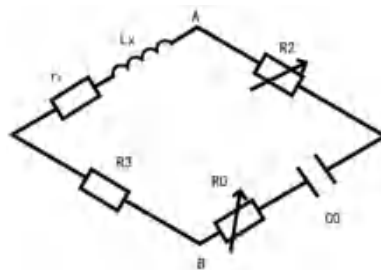


图 1: 改装麦克斯威尔-韦恩电桥

对于此电桥，倘若满足平衡条件，我们有

$$R_2 R_3 = (r_L + j\omega L_X) \left(R_0 - j\frac{1}{\omega C_0} \right) \quad (34)$$

$$R_2 R_3 = r_L R_0 + \frac{L_X}{C_0} + j \left(\omega R_0 L_X - \frac{r_L}{\omega C_0} \right) \quad (35)$$

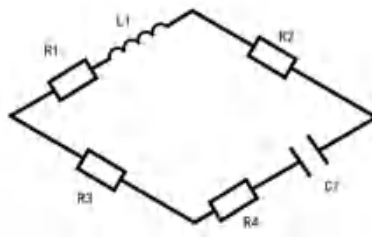


图 3: 电桥 1

由平衡条件，令左右两边实部虚部相等得

$$R_2 R_3 = r_L R_0 + \frac{L_X}{C_0} \quad (36)$$

$$\omega R_0 L_X = \frac{r_L}{\omega C_0} \quad (37)$$

解上面的方程组有

$$L_X = \frac{C_0 R_2 R_3}{1 + (\omega C_0 R_0)^2} \quad (38)$$

$$r_L = \frac{\omega^2 C_0^2 R_0 R_2 R_3}{1 + (\omega C_0 R_0)^2} \quad (39)$$

品质因数 Q' 为

$$Q' = \frac{\omega L_X}{r_L} = \omega \frac{C_0 R_2 R_3}{1 + (\omega C_0 R_0)^2} / \frac{\omega^2 C_0^2 R_0 R_2 R_3}{1 + (\omega C_0 R_0)^2} = \frac{1}{\omega C_0 R_0} \quad (40)$$

可以发现，所得出的 Q' 是原本品质因数 Q 的倒数，一般来说，电容器电容值 C 较小，故 $\omega_0 C$ 的值较小，而 R_0 一般不会太大，则改装前的电桥适用于测品质因数较小的电感，改装后的适用于测品质因数较大的电感。

4. 分析下列四种电桥线路是否能实现平衡，为什么？

$$R_2 R_3 = (R_1 + j\omega L_1) \left(R_4 - j\frac{1}{\omega C_1} \right) \quad (41)$$

$$R_2 R_3 = R_1 R_4 + \frac{L_1}{C_1} \quad (42)$$

$$\omega R_4 L_1 = \frac{R_1}{\omega C_1} \quad (43)$$

可以看出，通过调节左右侧可以使得阻抗角等满足平衡条件，其可以达到平衡。②若下图电桥能达到平衡，应满足

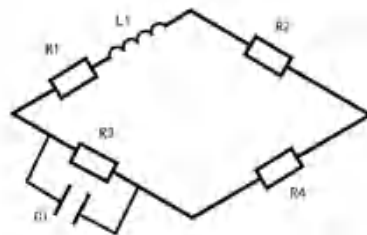


图 4: 电桥 2

$$R_2 \frac{R_3 \left(-j\frac{1}{\omega C_1} \right)}{R_3 - j\frac{1}{\omega C_1}} = (R_1 + j\omega L_1) R_4 \quad (44)$$

经过计算得

$$R_2 R_3 = R_1 R_4 [1 + (\omega C_1 R_3)^2] \quad (45)$$

$$-C_1 R_2 R_3^2 = L_1 R_4 [1 + (\omega C_1 R_3)^2] \quad (46)$$

可以看到，在第二个等式中， $C_1 R_2 R_3^2$ 应为正值， $L_1 R_4 [1 + (\omega C_1 R_3)^2]$ 也应为正值，显然不论如何调节都不能满足，故该电桥无法平衡。

以下分析都基于参数不为 0 的情况。

①若下图电桥能达到平衡，应满足

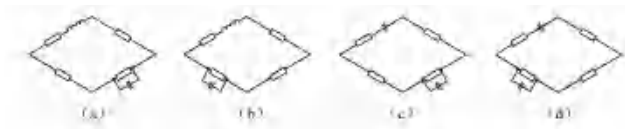


图 2: 几种交流电桥

实际上,其也可以简单看出,因为左侧是 解得
电感与电容的串联,其必定不能满足阻抗角的
平衡要求,即无法平衡。

③若下图电桥能达到平衡,应满足

$$\omega^2 R_1 R_3 C_1 C_2 = 1 \quad (51)$$

$$\left(\frac{R_1}{C_2} + \frac{R_3}{C_1} \right) R_4 = \frac{R_3}{C_1} R_2 \quad (52)$$

通过调节参数即可得到平衡。

A.3 教师签名页

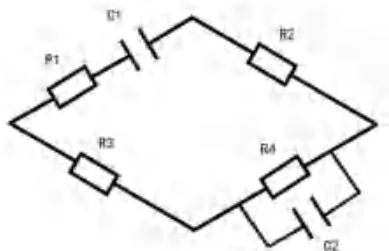


图 5: 电桥 3

$$\left(R_1 - j \frac{1}{\omega C_1} \right) \frac{R_4 \left(-j \frac{1}{\omega C_2} \right)}{R_4 - j \frac{1}{\omega C_2}} = R_2 R_3 \quad (47)$$

解得

$$-\frac{R_4}{C_1 C_2} = R_2 R_3 R_4 \quad (48)$$

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (49)$$

与图二所解得结果相似,其无法平衡。④若下
图电桥能达到平衡,应满足

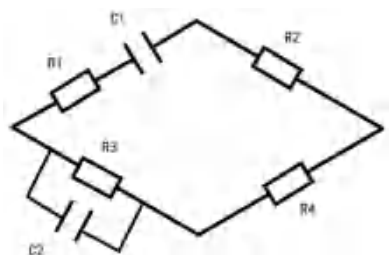


图 6: 电桥 4

$$\left(R_1 - j \frac{1}{\omega C_1} \right) R_4 = R_2 \frac{R_3 \left(-j \frac{1}{\omega C_2} \right)}{\left(R_3 - j \frac{1}{\omega C_2} \right)} \quad (50)$$

No.

Date

信号源选择，频率为 1.0kHz，中峰电压 $V_{pp}=2V$ ，

信号源采用 2 型时，由信号发生器 (4.1.1)，测量电压 V_{pp} 不用 $100\mu V$ ，误差 100

R_1, R_2 取值，应使 R_1 为最小值 1k Ω 以下， R_2 为 10k Ω 以下，

1. 记录可测电压 V_{pp} 和 R_1 值，为测试 1 条，频率 f 和 R_1, C 值，任意改变 R_1, C 值，

$$R_1 = \frac{L}{C \cdot V_{pp}}$$

$$L = C \cdot R_1 \cdot V_{pp}$$

$$L = C \cdot R_1 \cdot V_{pp}$$

4. 上述表格数据，结果与仿真图片至附录

谭创
2022.11.15

「数据记录」 1. 频率，恒变数据

RLC 串联电路			RL 串联电路			RL 串联电路		
f/Hz	U_V	$U_V/\Delta f$	U_V	$U_V/\Delta f$	Δf	U_V	$U_V/\Delta f$	Δf
100	0.55E-3	2.5E-3	2	5.55E-3	2.5E-3	6.30E-2	1.999	0
300	1.67E-2	8.3E-4	2	1.66E-2	8.30E-4	1.82E-1	1.991	3.00E-6
600	3.34E-2	4.15E-4	1.99	3.33E-2	4.00E-4	3.72E-1	1.96	-7.00E-5
1000	5.54E-2	2.34E-4	1.999	5.54E-2	2.35E-4	6.01E-1	1.907	-5.80E-5
3000	1.80E-1	7.80E-5	1.993	1.66E-1	7.60E-5	1.374	1.453	-4.00E-5
6000	4.72E-1	3.11E-5	1.973	3.28E-1	3.50E-5	1.768	9.35E-1	-2.70E-5
10000	1.82	8.00E-6	1.927	5.34E-1	1.85E-5	1.906	6.05E-1	-2.00E-5
30000	2.41E-1	-8.20E-6	1.537	1.279	5.00E-6	1.989	2.10E-1	-7.90E-6
60000	1.09E-1	-4.15E-6	1.03	1.714	1.50E-6	1.997	1.06E-1	-4.00E-6
100000	6.41E-2	-2.48E-6	6.76E-1	1.001	4.10E-7	1.999	6.34E-2	-2.40E-6
300000	2.12E-2	-8.20E-7	2.39E-1	1.983	3.00E-8	2	2.11E-2	-8.40E-7
600000	1.06E-2	-4.50E-7	1.20E-1	1.996	1.00E-8	2	1.06E-2	-4.15E-7
1000000	6.35E-3	-2.50E-7	7.24E-2	1.998	5.00E-9	2	6.35E-3	-2.50E-7
3000000	2.12E-3	-8.33E-8	2.40E-2	2	0	2	2.12E-3	-8.40E-8
6000000	1.06E-3	-4.17E-8	1.20E-2	2	0	2	1.06E-3	-4.17E-8
10000000	6.34E-4	-2.50E-8	7.24E-3	2	0	2	6.34E-4	-2.50E-8

$$R = 200\Omega, \quad C = 0.022\mu F, \quad L = 10nH, \quad U_0 = 2V$$

图 7: 实验 B14 数据及签名页 1

2. 仿真非平衡直流电桥

$$R_2 = R_4 = 1000 \Omega$$

$$R_3 = 100 \Omega \quad R_4 = 100 \Omega$$

0.1V/V 40 20 20 10 0

R_3/Ω 101% 1005% 1005% 1005% 10%

R_4/Ω 9.99% 9.925% 9.90% 9.925% 10%

0R/ Ω 1 0.75 0.5 0.25 0

3. 仿真交流电桥

频率	R_3/Ω	R_4/Ω	$\Delta U/V$	$\Delta I/\mu A$
$R_3 = 100 \Omega$ 接前	101851%	101851%	4.95×10^{-6}	
$R_4 = 1k\Omega$ 接前	101851%	101851%	3.754×10^{-6}	
	101851%	101851%	2.864×10^{-6}	
接后	101851%	101851%	2.864×10^{-6}	
	101851%	101851%	2.172×10^{-6}	
	101851%	101851%	1.623×10^{-6}	

频率	R_2/Ω	R_4/Ω	$\Delta U/V$	$\Delta I/\mu A$
$R_2 = 1k\Omega$ 接前	8.344%	42.553%	9.834×10^{-7}	
$R_4 = 1k\Omega$	8.344%	42.553%	8.954×10^{-7}	
	8.344%	42.553%	8.408×10^{-7}	
接后	8.344%	42.553%	5.199×10^{-6}	
	8.344%	42.553%	4.253×10^{-7}	
	8.344%	42.553%	6.441×10^{-7}	

数据已上传 Internet > 125.217.165.51 > Data > 周二 11:40 组 > 2022.11.15 路高朋 > BH

谭剑(数据)

2022.11.15 11:35

No.

Date.

得到电路的非线性微分方程(2)所示:

$$\begin{cases} C_1 \frac{du_{C1}}{dt} = \frac{1}{R_1} (u_{C2} - u_{C1}) - f(u_{RN}) \\ C_2 \frac{du_{C2}}{dt} = \frac{1}{R_2} (u_{C1} - u_{C2}) \\ L \frac{di_L}{dt} = -u_{C2} \end{cases}$$

其中 u_{C1} 是电容 C_1 上的电压, u_{C2} 是电容 C_2 上的电压, i_L 是电感上的电流, 由于 f 是非线性电阻, $f(u_{RN})$ 是非线性函数, 上述方程没有解, 且该组右端不全为时变量, 故该组构成三阶自治动力系统。

2. Multisim 电路仿真软件

[实验注意事项]

④ 实验过程中, 除计算机, 不需要使用其他的实验设备和器材

[实验内容步骤]

1. 熟悉软件使用

2. 利用 Multisim 软件仿真电路

按照图 9-1 所示电路, 改变电阻 R_1 和电容 C_1 的阻值, 仔细调节元件参数, 用于观察 XSC1 的 X1 示波器功能进行观察。要求: 分别观察到不同混沌现象, 并记录不同图形对应的仿真元件参数。

[数据记录]

数据已上传至: Internet > 120.217.165.51 > 数据 > 周=上中 CP 组 21305127 路路路路路

图 9: 实验 C9 数据

Experiment B14

Basic Experiment of Circuit Simulation Based on Multisim

Experiment C9.1

Chaotic circuit simulation based on Multisim

Shangrun Lu¹

¹ School of Physics, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China

Abstract: The Circuit Simulation Experiment aims to learn how to use Multisim circuit simulation cases and simulate RLC series circuits and DC, AC bridges, and chaotic circuit experiments. The RLC experiment is based on the principle of steady-state AC circuit, and the amplitude frequency and phase frequency of the circuit components change with the frequency added to the circuit, thereby obtaining the amplitude frequency and phase frequency curves. According to the principle of impedance voltage division, the bridge experiment stimulates different chaotic phenomena by adjusting the impedance on both sides of the bridge to reach equilibrium or a specific state, and the chaotic bridge simulates different chaotic phenomena through different initial values and circuit parameters. Through the simulation experiment and some actual experiments compared, more accurate results were obtained, although some frequency selection is not very reasonable, but the experimental phenomenon is very obvious, we successfully verified the amplitude-frequency characteristics and phase frequency characteristics of RLC(RL, RC) circuit, and verified the accuracy of the simulated AC and DC bridges, and built the Cai's chaos circuit, by adjusting the parameters and initial values to obtain different chaotic phenomena, including limit ring, double vortex attraction factor and single vortex attraction factor, etc. The resistance intervals of each phenomenon are given, and we use dimensionless methods to prove that the state of the chaotic circuit system does not depend solely on resistance R1 or L1, and analyze the phenomenon generation reasons. All experiments achieved the desired results.

Key words: Multisim emulation, DC bridge, AC bridge, RLC circuits, Phase frequency characteristics, Amplitude-frequency characteristics, Chaotic circuits

实验 C3 原子的发射和吸收光谱以及颜色分析实验

实验人：路尚润 21305127 合作人：叶馨蔓 21305151 指导老师：谭创¹

(1 中山大学物理系, 广东广州 510275)

摘要：不同的原子发射的谱线的光强与波长都有所区别；光在经过介质后强度减小的现象被称为光的吸收，不同的介质对光的吸收有不同的特性；物体的颜色为不同的波长进入人眼时的感觉，对于色彩的描述有定性描述以及混色描述两种方法。在本文中，首先我们用光谱仪进行了发射光谱的测量，分别测量了汞灯、氢氦灯、钠灯、溴钨灯以及五种颜色二极管的发射光谱图，得到其特征谱线以及消除偏差后发现其与理论十分吻合；然后我们以红墨水溶液研究液体对光的吸收特性，通过光纤光谱仪我们通过光纤光谱仪得到了其吸收曲线，发现红墨水对光的吸收集中在绿光到蓝紫光波段，而唯一吸收峰在波长 504.3nm 处。随后，我们验证了红墨水溶液在低浓度下对比尔定律有着较好的符合程度，而在高浓度下定律并不符合，并且验证了朗伯定律。我们还利用光纤光谱仪测量并比较了手机 (红米 K50Pro) 和显示器 (小新 14Pro) 的色域。我们的实验都很好地符合了理论的预期。

关键词：碱金属原子光谱；光谱仪；溶液；光的吸收；吸收峰；比尔定律；光纤光谱仪；色品图

1 引言

碱金属原子和氢原子一样，核外只有一个电子，不同原子的发射谱线有不同的波长以及强度。光谱分析就是从识别这些元素的特征光谱来鉴别元素的存在 (定性分析)，而这些光谱线的强度又与试样中该元素的含量有关，因此又可利用这些谱线的强度来测定元素的含量 (定量分析)。现如今有很多方法可以测量原子发射光谱^[1]，光谱仪器可分为：棱镜光谱仪，衍射光栅光谱仪和干涉光谱仪。光学多道^[2]是近十几年出现的采用光子探测器和计算机控制的新型光谱分析仪器。

在经典意义上，光是一类常见的电磁波，会与物质作用而被吸收。对该物理过程目前有着多种的测量方法，如光声光谱测量法^[3]等。光纤光谱仪是一类精密的光学仪器，在测量吸收光谱方面有着精确度高、受环境影响小和便于操作等诸多优势。

颜色在工业、农业、环境监测、医学、生物学、化学等许多领域广泛应用。颜色的表示方法有显色系统表示法以及混色系统表示法，常见的混色系统表示法有 CIE 1931 RGB 表色系统、CEI 19 31 XYZ 系统以及 CEI 1976 Lab 均匀表色系统等。

在本文中，我们采用了北京北光世纪的 WPG50-Z 的自动光栅光谱仪进行了发射光谱的测量^[4]，并找出了各个光源的特征谱线。并且采用了光纤光谱仪进行了吸收光谱实验，并用该方法研究液体溶液的吸收曲

线特征，同时验证比尔定律和朗伯定律是否成立，探究有关的规律。最后用光纤光谱仪测量分析了手机以及液晶显示器的色域。

2 发射光谱实验

各原子的发射光谱，其特征谱线的波长以及强度不同，通过光栅光谱仪即可测量其特征谱线强度及波长。

2.1 碱金属原子光谱

碱金属原子与氢原子一样，核外只有一个价电子，内层封闭的电子与原子核统称为原子实。原子实作用于价电子的电场与点电荷的电场有显著不同，特别当价电子轨道贯穿原子实时 (称轨道贯穿) 现象更加明显。碱金属原子光谱公式为

$$\tilde{\nu} = R \left(\frac{1}{n_2^*} - \frac{1}{n_1^*} \right) = \frac{R}{(n' - \mu_{l'})^2} - \frac{R}{(n - \mu_l)^2} \quad (1)$$

其中 $\tilde{\nu}$ 为光谱线的波数；R 为里德堡常数。

对于钠原子，其分为四个线系：

主线系： $\tilde{\nu} = np \rightarrow 3s$

锐线系： $\tilde{\nu} = ns \rightarrow 3p$

漫线系： $\tilde{\nu} = nd \rightarrow 3p$

基线系： $\tilde{\nu} = nf \rightarrow 3d$

对于任意谱线，谱线的波数为

$$\tilde{\nu} = A_{n'l'} - \frac{R}{(n - \mu_l)^2} \quad (2)$$

其中 $A_{n'l'}$ 对于某个线系来说为常数，称为固定项。

2.2 汞原子光谱

汞原子的能级需要求解多体的薛定谔方程，一般以数值处理的方法求解。通过检索文献^[5]可知，低压汞灯的部分特征谱线如下：

序号	波长/nm
1	365.01
2	404.66
3	407.78
4	435.84
5	546.07
6	576.96
7	579.07

表 1: 低压汞灯可见光波段特征谱线

2.3 二极管发射光谱

LED 是英文 light emitTIng diode(发光二极管) 的缩写，它的基本结构是一块电致发光的半导体材料，置于一个有引线的架子上，然后四周用环氧树脂密封。

发光二极管的核心部分是由 p 型半导体和 n 型半导体组成的晶片，在 p 型半导体和 n 型半导体之间有一个过渡层，称为 p-n 结。在某些半导体材料的 PN 结中，注入的少数载流子与多数载流子复合时会把多余的能量以光的形式释放出来，从而把电能直接转换为光能。PN 结加反向电压，少数载流子难以注入，故不发光。当它处于正向工作状态时（即两端加上正向电压），电流从 LED 阳极流向阴极时，半导体晶体就发出从紫外到红外不同颜色的光线，光的强弱与电流有关。

3 吸收光谱实验

吸收光谱是指物质吸收光子从低能级跃迁到高能级而产生的谱线，通过光纤光谱仪即可测量物质的吸收光谱。

3.1 光的基本性质

在吸收过程中，物质的分子吸收了入射的辐射能，其吸收的能量与电磁辐射频率成正比，符合普朗克公式

$$E = h\nu \quad (3)$$

其中 E 为一个光子的能量； h 为普朗克常数； ν 是辐射的频率。波长与频率又有如下关系式

$$c = \lambda\nu \quad (4)$$

我们也可以用波数 ω 作为形容吸收光谱测量的单位

$$\omega = \frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda} \quad (5)$$

光谱有许多分区，如果用波长 λ 表示，则紫外光区为 200nm-400nm，可见光区为 400nm-750nm，红外光区为 750nm-1mm。不同的光区有着不同的频率，具体可以体现在光的能量以及和光介质的相互作用强度上。光的分区如下：

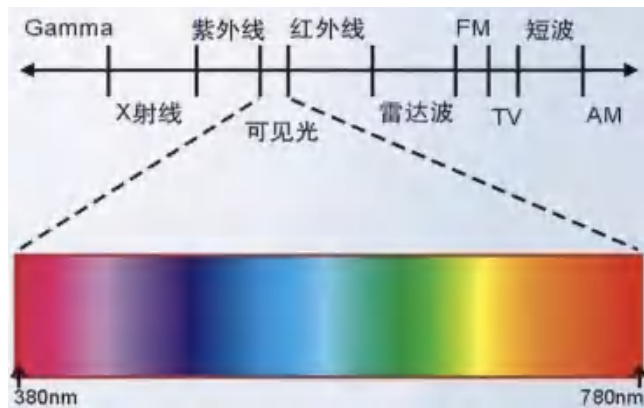


图 1: 光的分区

3.2 光的吸收

光的吸收是指光波通过媒介后，光强减弱的现象。由于光介质内的原子等结构总会与光子发生相互作用，

因此除了真空, 没有一种介质对任何波长的电磁波是完全透明的。

在一定波长范围内, 若物质对光的吸收不随波长而变 (严格来说是随波长的变化可忽略不计), 这种吸收称为一般吸收; 相应地, 若吸收随波长而变则称为选择吸收。任一介质对光的吸收都由这两种吸收组成; 或者也可以说, 一般吸收实际上是选择吸收的特殊情况。

在本实验中, 水对可见光波段的吸收变化不大, 为一般吸收; 而对紫外光和红外光吸收相对强烈, 为选择吸收

3.3 朗伯定律

如图 2 所示, 若有一平面波在一各向同性均匀介质中传播, 经过一厚度为 dl 的薄层后, 朗伯指出, dI/I 应与吸收层的厚度 dl 成正比, 即有

$$dI/I = -kdl \quad (6)$$

其中 k 为吸收系数。由上式积分得

$$I = I_0 e^{-kl} \quad (7)$$

即朗伯定律的数学表达式。说明介质吸收时, 引入消光

系数 η , 则朗伯定律可以写为

$$I = I_0 e^{-4\pi n \eta l / \lambda_0} \quad (8)$$

其中 λ_0 为光在真空中的波长。

3.4 比尔定律

液体的吸收系数主要与液体的浓度有关, 比尔通过实验, 总结出了比尔定律: 多数条件下, 气体分子或溶解在不吸光溶剂中的某些物质分子吸收光时, 吸收系数 k 与光波通过路径上单位长度内的分子数 (即为浓度 C) 成正比, 即

$$k = \alpha' C \quad (9)$$

其中 α' 是一个与浓度无关的数, 则 (7) 式变为

$$I = I_0 e^{-\alpha' Cl} \quad (10)$$

以 $T = I/I_0$ 作为透过率, $A = -\log T = \log(1/T)$ 表示吸光度, 则上式可化为

$$A = \alpha Cl \quad (11)$$

上式, 即为比尔定律的数学形式。当浓度很大时, 物质分子的吸收本领会受其周围分子的影响, 分子间的相互作用不可忽略, 此时比尔定律不再成立。故朗伯定律是始终成立的, 但比尔定律仅在一定条件下才成立。

在比尔定律成立时, 就可用测量吸收光谱的方法来测定物质的浓度, 此方法称为吸收光谱分析法。

4 颜色分析实验

色彩描述方法分为显色系统表示法与混色系统表示法。

4.1 显色系统表示法

显色系统表示法是根据色彩的心理属性即色相、明度和饱和度对颜色进行分类, 是一种定性的描述方法。

4.2 混色系统表示法

由于显色系统存在不足, 人们需要一种精度更高的、对人依赖性低的色彩定量描述系统, 即混色系统。采用光的混色实验, 求出与某一颜色相匹配所需色光的

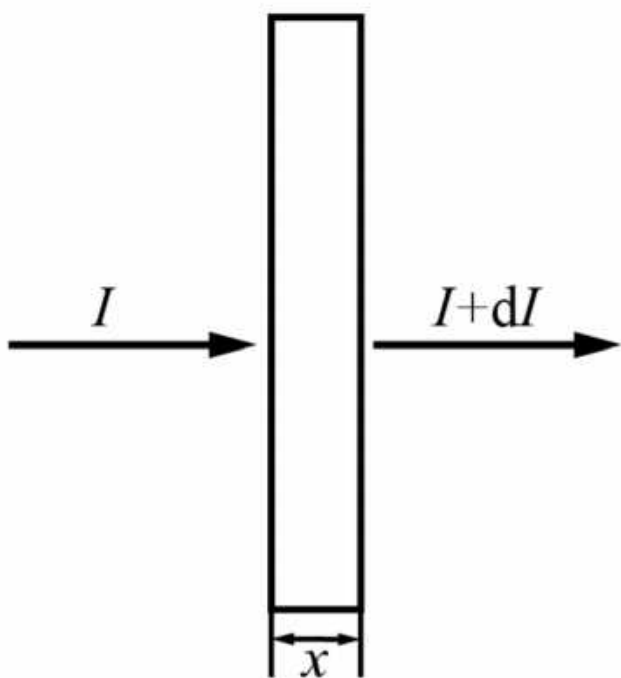


图 2: 均匀介质对光的吸收

混合量为基础, 对色彩进行定量描述。混色系统又称为三色表色系统, 用三个值表示色刺激。把色刺激的光谱分布称作色刺激函数。三刺激值是由色刺激函数这种客观的物理量和人眼光谱响应这种主观量组合求出的, 因此是一种心理物理量。表征色刺激特性的三刺激值的三个数值可作为混色系统的定量色彩表征参数, 称为色度值, 是一种心理物理色。

4.2.1 CEI 1931 XYZ 系统

首先由 CIE 1931 RGB 表色系统。1931 年国际照明委员会 (CIE, Commission Internationale de L'Eclairage/ International Commission on Illumination) 规定三原色光的选取为: 红原色 (R) 波长为 700 nm, 绿原色 (G) 波长为 546.1 nm, 蓝原色 (B) 波长为 435.8 nm。根据实验, 当这三原色光的相对亮度比例为 1.0000:4.5907:0.0601, 或辐射量之比为 72.0966:1.3791:1.0000 时, 就能混合匹配产生出等能量中性色的白光 E。所以,CIE 选取该比率作为红、绿、蓝三原色光的单位量, 即 (R):(G):(B)=1:1:1, 将此时每一原色的亮度值归一化, 确定了标准观察者匹配函数, 得到的三刺激值 *RGB* 可以唯一确定具有任意光谱分布的光的颜色。

在此基础上, 用坐标变换的方法, 选用三个”理想”的原色来代替三原色, 从而使得 RGB 表色系统中的光谱三刺激值和色度坐标均为正值, 选择 (X)、(Y)、(Z) 代表假想的红、绿、蓝原色。

4.2.2 色品图

色品图是以不同位置的点表示各种色品的平面图。1931 年由国际照明委员会 (CIE) 制定, 故称 CIE 色品图。

图 (3) 中 *x* 坐标是红原色的比例, *y* 坐标是绿原色的比例, 代表蓝原色的坐标 *z* 可由 $x+y+z=1$ 推出。图中弧线上的各点代表纯光谱色, 此弧线称为光谱轨迹。自然界各种颜色都位于这条封闭的舌型曲线之内。

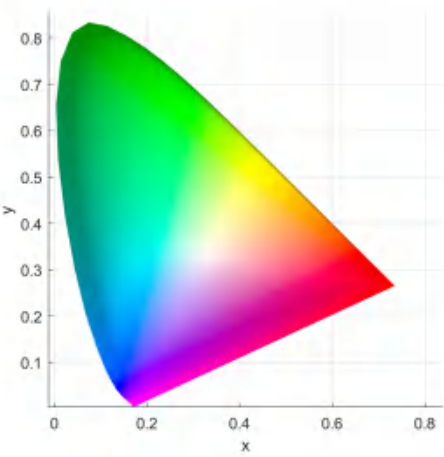


图 3: 色品图

实验设备	仪器型号	数量
光谱灯等及源	GY-5A/GY-4A/GY-13/GY-6A	4
溴钨灯	DH-XWD	1
光栅光谱仪	北光世纪 WPG50-Z	1
单色二极管	白、蓝、绿、黄、红	5

表 2: 发射光谱仪器

实验设备组装及设计如下图所示

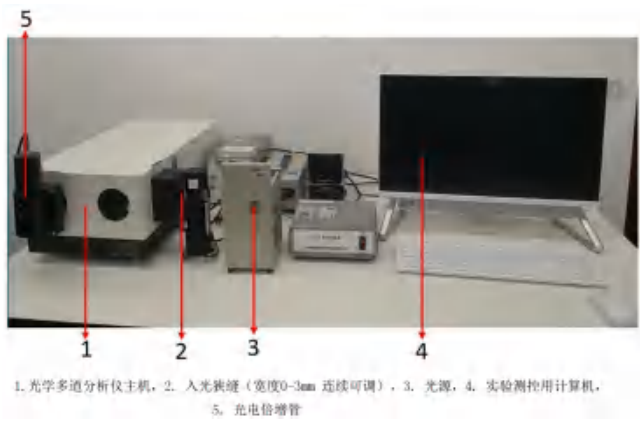


图 4: 发射光谱实验装置

5 实验装置

5.1 发射光谱实验设备

实验仪器如下表

5.2 吸收光谱、颜色分析实验设备

实验仪器如下表

实验设备	仪器型号	数量
卤素光源	广州标旗 LW-5V	1
光纤光谱仪	USB2000+	1
石英比色皿	751-0.5/1/2/3/4/5/10mm	7
光纤	/	2

表 3: 吸收光谱及颜色分析实验仪器

实验设备组装及设计如下图所示



图 5: 吸收光谱及颜色分析实验装置

6 实验内容

6.1 发射光谱实验

(1) 打开光谱仪并设置采集参数。参数如下

灯的类型	起始波长/nm	终止波长/nm	光栅间隔/s
汞灯	300	700	0.1
钠灯	585	595	0.01
氘灯	300	700	0.1
溴钨灯	300	900	0.3
二极管	300	700	0.3

表 4: 光谱仪扫描参数设置

(2) 依次扫描汞灯、钠灯、氘灯、溴钨灯、五种颜色(红、黄、绿、蓝、白)的 LED 灯的发射光谱。

(3) 对各种灯的发射光谱的特征谱线进行分析。

6.2 吸收光谱实验

(1) 调试 USB2000+ 型光纤光谱仪, 组装并调试扫描参数, 参数如下表所示

参数名称	参数值
积分时间	1ms
平均次数	3 次

表 5: 吸收光谱实验参数

(2) 配好各种浓度的红墨水溶液, 其浓度如下表

红墨水浓度/($\mu\text{L}/\text{L}$)					
0	150	187.5	300	375	750
1500	1875	3000	3750	7500	15000

表 6: 红墨水浓度

(3) 用光纤光谱仪测量各种浓度红墨水的吸收曲线以及在浓度为 $1500\mu\text{L}/\text{L}$ 下不同宽度的红墨水吸收曲线。宽度的参数如下表所示

红墨水宽度/mm							
0.5	1	2	3	4	5	10	

表 7: 红墨水宽度

(4) 统计吸收峰, 验证朗伯定律以及比尔定律。

6.3 颜色分析实验

(1) 用白色标准件标定光纤光谱仪的颜色坐标。

(2) 调试光纤, 并用光纤光谱仪尝试测量色坐标值。

(3) 将手机与液晶显示器分别打开三原色图片, 并用光纤对准显示屏, 测量并记录各颜色对应的色坐标值。

(4) 在色品图中画出色坐标点并连线, 得出手机与显示器的色域并进行比较。

7 实验结果与讨论

7.1 发射光谱实验

通过光栅光谱仪所连接的计算机导出数据并作图, 可以分析各种灯的特征谱线。

7.1.1 汞灯

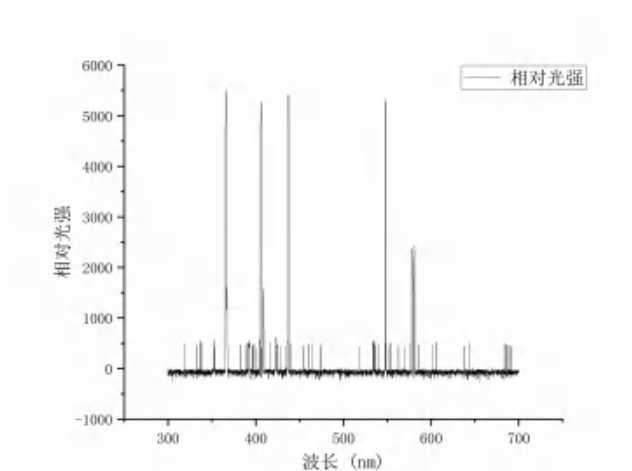


图 6: 汞灯发射光谱

经测量并读取原始数据, 汞灯发射光谱在 300-700nm 内有四个主要峰值和三个次要峰值, 其数据如下表

主要谱线波长/nm	相对光强	次要谱线波长/nm	相对光强
365.8	5518	409.0	1539
406.1	5269	578.7	2371
437.4	5408	580.8	2443
548.0	5308	/	/

表 8: 汞灯的特征谱线

在以上的七个峰值中, 我们发现其中 406.1nm 与 409nm 和 578.7nm 与 580.8nm 的峰间隔较近, 呈现双峰结构, 且后者的双峰结构相对光强更为接近。

可以看出, 在该测量范围内, 汞灯的发射光谱符合预期且误差较小。各发射峰集中在几个波长附近, 呈现出“阶跃”的特性, 色差很低, 是原子光谱的特征。同时我们的发射光谱噪声的波动范围远小于峰值, 测量结果可靠性好。部分零点附近的小突变后期再进行总体分析。

经过初步分析, 可知我们实验数据相对真实数据较大, 其应为实验仪器产生的系统误差。

7.1.2 钠灯

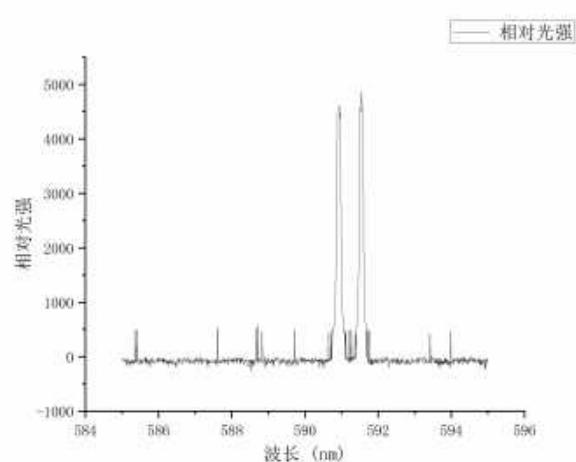


图 7: 钠灯发射光谱

经数据统计, 钠灯的两峰值波长为 590.94nm 与 591.55nm, 即著名的钠双黄线。其原始波长^[6]应为 589.0nm 与 589.6nm。

特征谱线波长/nm	相对光强
590.94	4609
591.55	4863

表 9: 钠灯的特征谱线

分析其衬比度, 由衬比度的定义可知

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (12)$$

取两峰值光强的平均值作为 $I_{max}=4736$, 且读数据可知 $I_{min}=30$, 则经过计算可知

$$V = 0.987 \quad (13)$$

即由瑞利判据我们的谱线完全可分。

我们所测得的钠双黄线波长差为 0.61nm 与理论值 0.6nm 极为接近, 说明实验较为成功。但我们同样发现, 其特征谱线波长相对真实值偏大 2nm, 其应为实验仪器的系统误差。

7.1.3 氢氖灯

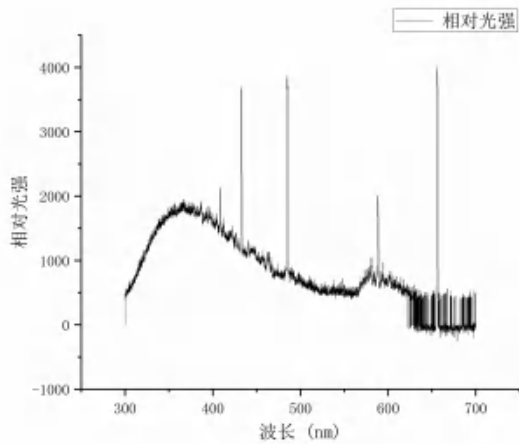


图 8: 氢氖灯发射光谱

经数据统计, 其共有五条特征谱线, 数据如下 我

	波长/nm	相对光强
主要谱线	432.8	3683
	485.2	3854
	655.9	4012
次要谱线	408.6	2136
	588.5	2006

表 10: 氢氖灯特征谱线

们知道氢的巴耳末系谱线波长为 656.3nm、486.1nm、434.1nm 和 410.2nm, 其分别对应 H_α , H_β , H_γ 和 H_δ 谱线。我们发现测量值相对理论值均有一个-1nm 的偏差, 其应为系统误差导致的。

发射光谱较为平滑, 噪声很小。该曲线体现了氢氖灯在各个波段均有光发出, 但因富集了大量氖, 故其对应的特征光谱明显较强, 因此才会呈现出在平滑变化的过程中存在阶跃的光谱特点, 且其在 365nm-385nm 处有一个持续的峰值, 因为巴耳末系的高能级能量相差极小, 即多个能级挤在一起, 故其在此波段产生的谱线图应该是连续的, 通过观察发现我们的实验与理论较为吻合。

7.1.4 溴钨灯

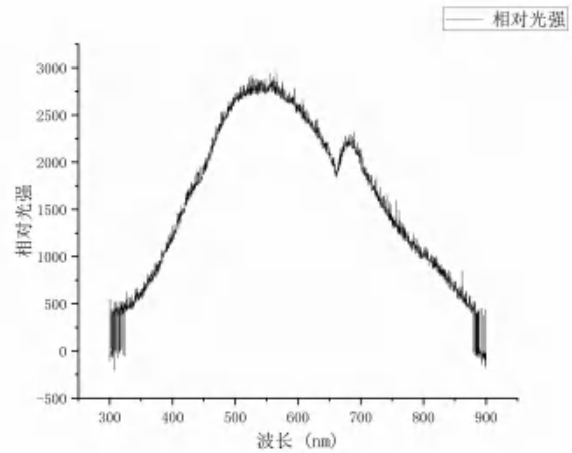


图 9: 溴钨灯发射光谱

溴钨灯为白色, 其连续谱为 320nm-2500nm, 实验中所测得数据较吻合, 其从 320nm 处起始, 呈连续谱, 可以看出, 谱线较为平滑, 噪声较小, 充分体现了连续谱的特征, 实验较为成功。

7.1.5 五种颜色 LED

a. 红

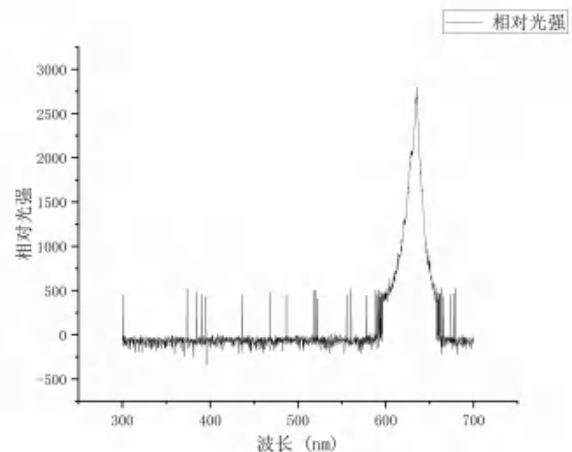


图 10: 红 LED 发射光谱

从图中可以看出, LED 红灯发射光谱在 300nm-700nm 有 1 个峰值, 其对应的波长我们测量的结果为 635.1nm, 且主要光强集中在红光区。

可以看出, 在该测量范围内, 发射光谱符合预期, 且误差较小。同时我们的发射光谱较为平滑, 噪声很小。

b. 黄

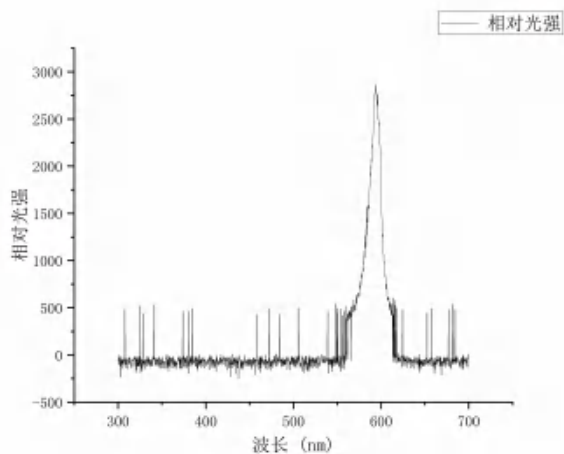


图 11: 黄 LED 发射光谱

从图中可以看出, LED 黄灯发射光谱在 300nm-700nm 有 1 个峰值, 其对应的波长我们测量的结果为 594nm, 且主要光强集中在黄光区。

可以看出, 在该测量范围内, 发射光谱符合预期, 且误差较小。同时我们的发射光谱较为平滑, 噪声很小。

c. 绿

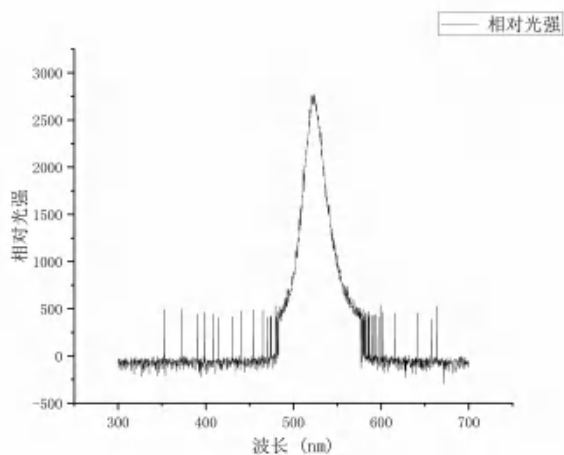


图 12: 绿 LED 发射光谱

从图中可以看出, LED 绿灯发射光谱在 300nm-700nm 有 1 个峰值, 其对应的波长我们测量的结果为

522.9nm, 且主要光强集中在绿光区。

可以看出, 在该测量范围内, 发射光谱符合预期, 且误差较小。同时我们的发射光谱较为平滑, 噪声很小。

d. 蓝

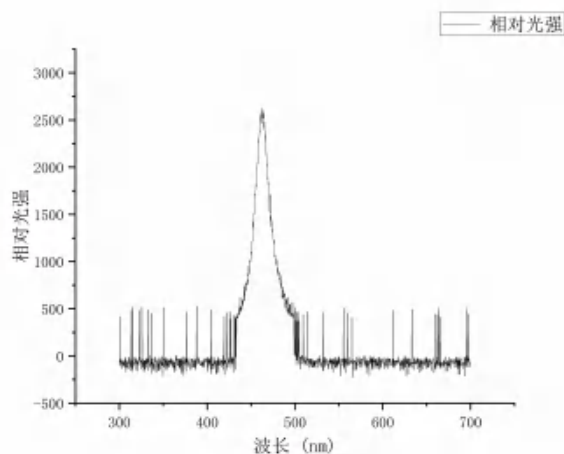


图 13: 蓝 LED 发射光谱

从图中可以看出, LED 蓝灯发射光谱在 300nm-700nm 有 1 个峰值, 其对应的波长我们测量的结果为 462.9nm, 且主要光强集中在蓝光区。

可以看出, 在该测量范围内, 发射光谱符合预期, 且误差较小。同时我们的发射光谱较为平滑, 噪声很小。

e. 白

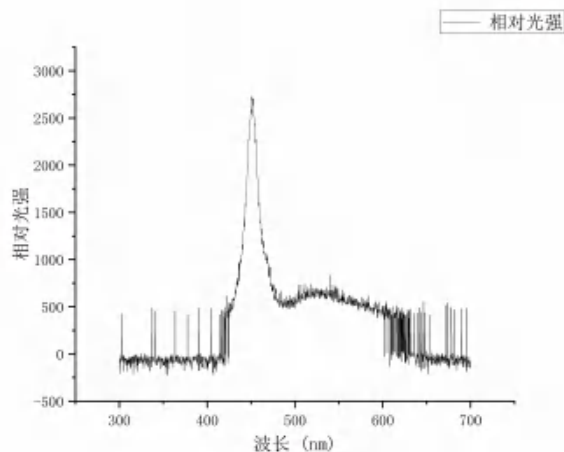


图 14: 白 LED 发射光谱

经过观察, LED 白灯的发射光谱与其他单色光谱

不同, 其在 300nm-700nm 中有两峰值, 其位置分别位于蓝光与绿光波段, 其对应波长分别为 451.2nm 与 526.8nm。

在该测量范围内, 发射光谱符合预期, 且误差较小。同时发射光谱较为平滑, 噪声很小。

7.1.6 误差分析

a. 系统偏差

经过观察实验数据, 我们发现实验中的特征谱线测量值有时会相对真实值偏大, 有时会偏小, 经过观察发现, 各个组均或多或少产生了这种偏差, 故我们将这种偏差认定为系统偏差, 应该是仪器导致的。

经调查, 我们知道光栅光谱仪中使用了转动齿轮, 在转动齿轮的周期性扫频中容易引起机械偏差, 导致波长与角度值不对应, 进而使灯的特征谱线整体产生偏离。为解决这一现象, 我要确保在实验前用钠双黄线等特征谱线对光栅光谱仪进行标定。

b. 谷底小阶跃

实验中在谷底直线与峰值曲线交界处会产生许多小阶跃, 并且我们发现无法找到相对光强为 150-500 之间的数据, 故说明其为一些仪器产生的特殊现象。

经过了解, 我们知道光谱仪中含有电子放大器元件。当不同能流密度的光射入光电接受单元时, 其产生的电子流强度不同, 而电子放大器元件对于不同强度范围的电子流都会将其信号放大, 但不同强度范围所乘的放大系数不同。

由上述原理, 我们就可以解释小阶跃现象了。经过推测, 我们的光谱仪内的电子放大器会在我们所测的相对光强为 0 的附近进行换挡, 当相对光强稍微增大时, 其从低档换至高档时, 由于两档所乘系数不同, 所以其相对光强的起始点不同。即, 我们本身对低档进行了校准基准值, 假设其为相对光强为 100, 而我们换到高档后, 其放大系数可能为低档的 6 倍, 其就会产生一个相对光强为 600 的信号, 故此时正如小阶跃所示, 其从 0 附近直接跳至 500 附近。

并且小阶跃的产生是随机的, 所以我们分析换挡时刻应极为接近基准值, 当基准值产生一个小噪声时, 其就会产生小阶跃, 导致图中出现许多小尖峰, 真实图形应为将大于 500 的数据都减去阶跃值所作图像。

7.2 吸收光谱实验

7.2.1 吸收光谱的测量

配置好一系列浓度的红墨水, 用光纤光谱仪测量各种颜色红墨水的吸收曲线, 可得测量曲线如图 (15) 所示

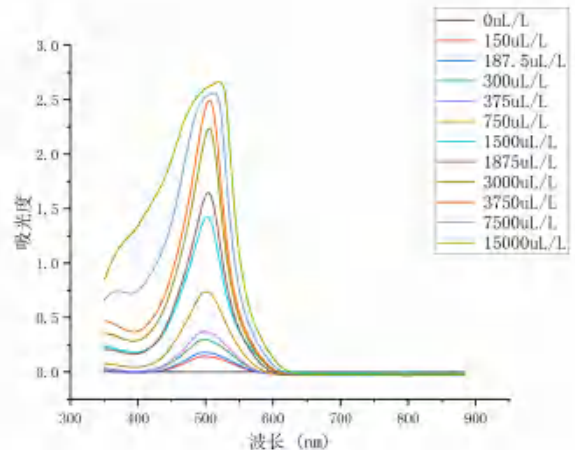


图 15: 不同浓度红墨水吸收谱

可以发现, 红墨水对可见光的吸收主要集中在绿光到紫光波段, 故其呈现红色。

同时, 观察实验结果可知, 其呈现明显的单峰特性。通过数据得到不同浓度红墨水的吸收峰所对应波长

红墨水浓度 $C/(\mu\text{L}/\text{L})$	吸收峰位置/nm
150	499.4
187.5	499.4
300	499.4
375	499.4
750	501.5
1500	501.5
1875	503.6
3000	505.7
3750	505.7
7500	511.9
15000	520.2

表 11: 红墨水吸收峰波长

经过计算可知吸收峰波长结果为

$$\lambda = (504.3 \pm 6)\text{nm} \quad (14)$$

7.2.2 红墨水溶液吸光度随浓度的变化规律

经过数据统计，我们作出不同浓度下吸光度峰值随溶液浓度变化的曲线

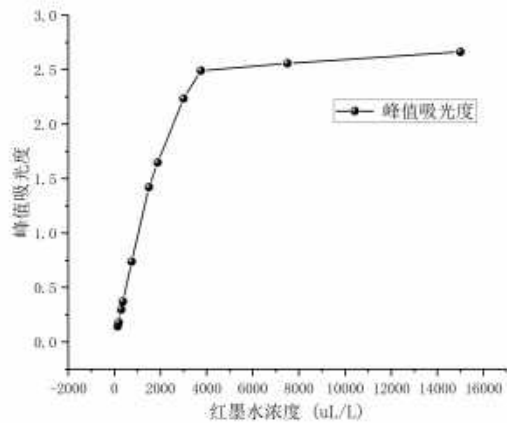


图 16: 峰值吸光度曲线

可以看到，在低浓度时峰值吸光度 T 与浓度 C 呈现线性关系，此时满足比尔定律。但随着浓度的增长，其逐渐偏离线性，并且有达到定值的趋势。

我们观察其曲线，近似于指数增长，故我们采用指数拟合对其进行分析，拟合函数为

$$T = T_0 + Ae^{R_0 C} \tag{15}$$

指数拟合所得结果如下

参数名称	值	标准误差
T_0	2.68559	0.05965
A	-2.82569	0.07170
R_0	-5.61E-04	4.04E-05
$R^2=0.99491$		

表 12: 拟合结果

实际上我们也采用了对数、多项式等方式的拟合，但实际拟合效果不好，故我们采用了指数量拟合，拟合曲线如下

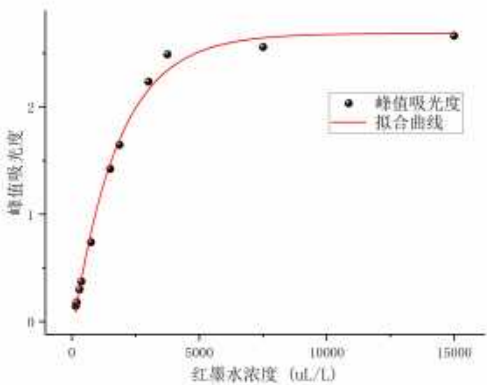


图 17: 峰值吸光度拟合曲线

可以看到，该拟合结果较好，可以充分证实其在浓度较大时失去线性关系。故我们可以推测浓度高时由于比尔定律的偏移导致吸收峰波长红移。

7.2.3 验证比尔定律

我们将较为符合线性的低浓度红墨水的数据汇总，即浓度 $C \leq 1875\mu L/L$ 的数据组，将其吸光度峰值绘图并进行线性拟合，拟合函数为

$$T = aC + b \tag{16}$$

导出拟合数据结果如下

参数名称	值	标准误差
a	8.91E-04	2.40E-05
b	0.03179	0.02331
$R^2=0.99639$		

表 13: 低浓度数据拟合结果

拟合曲线如下

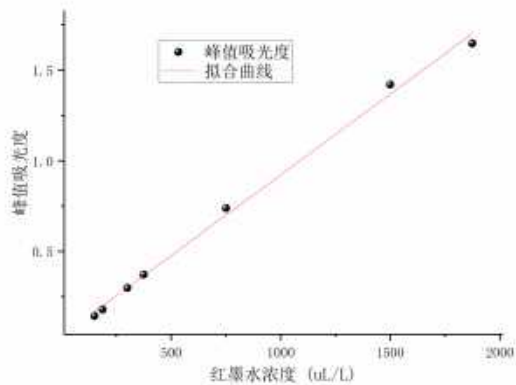


图 18: 低浓度数据拟合曲线

可见，在低浓度红墨水中，吸收峰的吸光度 T 与浓度 C 之间符合非常好的线性关系，其 R^2 极为接近 1，并且截距 b 几乎为 0，故我们很好地验证了比尔定律对低浓度红墨水的适用性。

7.2.4 验证朗伯定律

虽然比尔定律在高浓度不成立，但我们知道朗伯定律始终成立，通过改变溶液宽度，测量了不同宽度下浓度为 $1500\mu\text{L/L}$ 的红墨水溶液的吸光度，其吸收谱如下

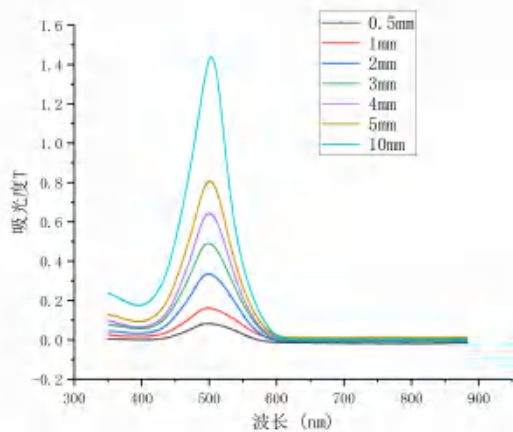


图 19: 不同宽度红墨水吸收谱

通过统计其峰值所对应的吸光度，将宽度作为变量，对其进行线性拟合，拟合函数为

$$T = al + b \quad (17)$$

拟合参数如下

参数名称	值	标准误差
a	0.14297	0.00449
b	0.04391	0.02114
$R^2=0.9951$		

表 14: 不同溶液宽度拟合结果

拟合曲线如下

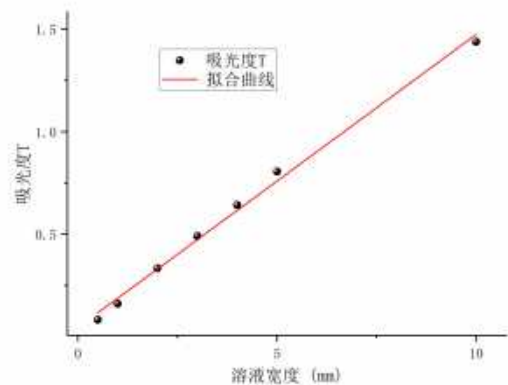


图 20: 不同溶液宽度拟合曲线

通过上图可以看出，拟合效果较好， R^2 极为接近 1，且截距很小，故吸光度随溶液宽度呈线性变化，很好地验证了朗伯定律。

7.3 颜色分析实验

我们分别用手机 (红米 K50Pro) 和显示器 (小新 14Pro) 打开三原色图片，测量其色坐标

7.3.1 手机显示色品图

手机的色坐标值如下

颜色分类	x	y	z
蓝色	0.1411	0.0707	0.7882
绿色	0.2855	0.6330	0.0814
红色	0.6668	0.3402	0.0000

注：红色色坐标 z 实际值为 -0.0070，应为噪声使其小于 0，所以此时将其值取为 0

表 15: 手机色坐标值

绘制手机色品图如下

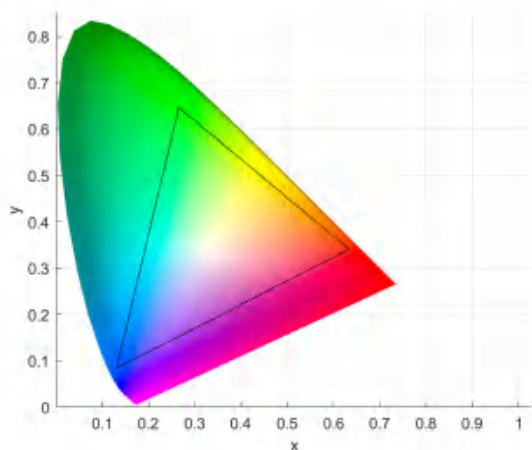


图 21: 手机色品图

7.3.2 显示器色品图

显示器的色坐标值如下

颜色分类	x	y	z
蓝色	0.1574	0.0888	0.7538
绿色	0.3087	0.5510	0.1403
红色	0.6260	0.3481	0.0259

表 16: 手机色坐标值

绘制显示器色品图如下

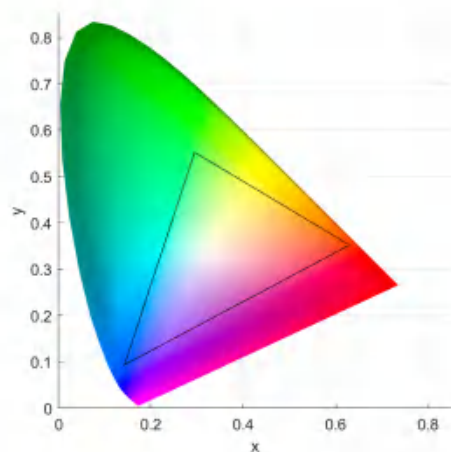


图 22: 显示器色品图

7.3.3 分析色域

首先,通过对比三角形大小,即色域大小,可以发现,显示器色域明显小于手机色域,即手机对颜色的显

示更加饱满。

然后对比二者的三个色坐标值与边线的距离,发现手机的坐标离边线更近,其对颜色的显示更真实。

8 结论

1. 我们在第一个实验中分别测量了汞灯、钠灯、氢氙灯、溴钨灯和五种颜色的 LED 灯的发射光谱,分别分析了其特征谱线,进行了实验结果的合理性分析,实验较为成功

2. 然后我们进行了红墨水吸收光谱的实验,分别测量不同浓度的红墨水的吸光度,得出了红墨水吸收峰所对应波长位置 (504.3nm),以及用低浓度验证了比尔定律;并且分别测量不同溶液宽度、浓度为 $1500\mu\text{L/L}$ 的红墨水溶液的吸光度,进行了朗伯定律的验证。

通过结果可知我们对低浓度的比尔定律以及朗伯定律进行了极好的验证,实验较为成功。

3. 最后我们测量并分析了手机 (红米 K50Pro) 和显示器 (小新 14Pro) 的色域,发现手机的色域更广。

参考文献

- [1] 刘克玲, 王云山, 张金平, 杨刚, 李智新, 陈磊. 原子光谱分析的进展及其应用 [J]. 光谱学与光谱分析, 2010, 30(08): 2248-2252.
- [2] 曹念文, 刘文清, 张玉均, 王峰平, 许克军. 光学多道光谱仪的应用 [J]. 激光与光电子学进展, 1999(02): 23-27.
- [3] 基于光声光谱技术的气溶胶光吸收及其光谱依赖性研究 [D]. 中国科学技术大学, 2021.
- [4] 沈韩等. 基础物理实验 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2015: 323-328.
- [5] 潘忠泉, 朱波, 张国峰, 王曙光. 分光光度计波长校准用低压汞灯的研制 [J]. 化学分析计量, 2003(01): 45-47.
- [6] 苏小华, 张加深. 几种常见光源特性的研究 [J]. 大学物理实验, 2003(01): 52-54.

A 附录

A.1 思考题

1. 钠原子光谱有哪些特征？从光谱图上如何判断各谱线所属线系？

(1) 钠原子光谱分为主线系、锐线系、漫线系和基线系。

①同一线系内，越靠近短波方向，相邻谱线的波数差越小，最后趋于一个极限，即连续谱与分立谱的边界。这是因为能量越高，能级越密，最后趋于连续。

②同一线系内，越靠近短波方向，谱线光强越小。因为能级越高，将原子从基态激发至该能级的难度越大。

③不同线系所在的波段不同，主线系只有钠双黄线位于可见光范围内，锐线系和漫线系除第一条谱线在红外区外，其余谱线均在可见光波段，基线系位于红外区。

④主线系谱线光强较强；漫线系的光谱边缘较弥漫，谱线展宽明显；锐线系谱线较清晰，边缘较细锐。

⑤钠原子光谱具有双重结构。由于电子具有自旋，其自旋量子数 $S = 1/2$ ，电子自旋和轨道运动的相互作用 ($L-S$ 耦合)，使原子具有了附加能量。波数差可表示为

$$\Delta v = \frac{Ra^2(Z^*)^4}{n^3l(l+1)}$$

其中 a 为精细结构常数； Z^* 为原子实有效电荷数； n 为主量子数； l 为角量子数。

钠为 11 号元素，其核外只有一个价电子，故我们可知其总角动量 J 应有两个取值，即能级劈裂为两条，为其谱线的精细结构。由此产生的著名的钠黄双线即为钠原子的共振线。

(2) 本次实验采用的钠灯为低压钠灯，其主要测量目的为测量钠原子的共振线，即波长

为 589.0nm 和 589.6nm 的两条谱线，因此在本次实验中较难观察到其他线系的谱线。

2. 根据红墨水吸收峰波长，如何选择光源？理由是什么？

我们知道红墨水吸收曲线对应吸收峰在 500nm 附近，主要吸收波段集中在绿光到紫光波段。因此在选择光源时，应该选择在绿光和紫光波段产生光辐射连续、稳定、均匀且辐射强度高的光源，这样才能明显地显示出光的吸收。

倘若选择红 LED 灯，其基本不在红墨水的吸收波段产生光辐射，故此时无法体现红墨水选择吸收光的特性。

3. 发射光谱和吸收光谱的测量中，光路的设置上有什么异同？

相同：

①发射光谱和吸收光谱的测量中，从出射到入射，都具有完整的光路，。

②两者都用到了光栅分光和滤光片去除噪声光等操作，以减小噪声对实验的影响，使实验曲线更平稳。

③因为实际所需的分光路径过长，所以两者均使用了反射镜，以减小装置的体积。

④对于两者所用仪器光栅光谱仪和光纤光谱仪，均需要通过光栅将入射光展开成不同波长的光然后进行测量。

不同：

①发射光谱实验中，从光源发出光后，其不再经过介质，而是直接打到光谱仪光电接受单元上，其光谱图的形状不再改变；吸收光谱实验中，卤素光源发光后，光路还要经过红墨水的吸收，会改变光谱图，变为吸收光谱。

②发射光谱实验中的发射光源有许多类别，是因为我们要测量不同灯的发射光谱；而吸收光谱所需的光源必须为出射光在绿光-紫光波段较强的光源，即卤素光源，才能使实验

效果较明显。

4. 光栅光谱仪和光纤光谱仪各有什么优缺点？试举若干只能采用一种光谱仪进行测量的例子。

测量用光栅决定了仪器的光学分辨率，直接决定了仪器的性能。

光栅光谱仪

光栅光谱仪，是将成分复杂的光分解为光谱线的科学仪器。

①优点：

光栅光谱仪能够利用光的色散将光线分解成光谱，可以扫描整个光谱的特性，测量结果准确直观。

仪器的入射和出射狭缝位置与宽度可调节，可以灵活地对不同波长和强度的入射光进行测量，实现较好的实验观测，灵活性较强。

现代单色仪可具有很宽的光谱范围 (UV-IR)，高光谱分辨率 (0.001nm)，自动波长扫描，完整的电脑控制功能极易与其他周边设备融合为高性能自动测试系统，十分便捷。

②缺点：

光栅光谱仪对光栅的质量要求较高，如果光栅质量不够或受到损坏，光栅光谱仪的测量准确性会受到很大的影响。

光栅光谱仪对光束宽度的要求也较高，这要求了内置狭缝有较高的加工精度。

此外还要考虑光栅效率，其为衍射到给定级次的单色光与入射单色光的比值。光栅效率愈高，信号损失愈小。为提高此效率，除提高光栅制作工艺外，还采用特殊镀膜，提高反射效率，制作工艺要求很高。

光纤光谱仪

光纤光谱仪，是采用光纤作为信号耦合器件，将被测光耦合到光谱仪中进行光谱分析。

①优点：

光纤光谱仪具有检测精度高、速度快等

优点。

其在搭建光路和设置空间上具有很大的灵活性，可以加入其他光学元件在光传导的过程中进行不同的测量。同时，由于其模块化的特点，易于在复杂的环境下操作，且操作难度较低。

由于光纤传输的光信号不容易受到外界的电磁干扰，光纤光谱仪还有抗电磁干扰的特性，

②缺点：

光纤在外部传输过程中是暴露的，容易因为弯折而损坏，且不易修复，故运输条件要求较高。

光纤的质量是否良好、是否损坏以及连接处是否接触良好，均对实验的测量结果有着较大的影响。

因为光纤内径有粗有细，故在光线传输过程中，光纤是否耦合对实验影响极大，其对抗动十分敏感，实验中不能轻易触碰其表面，容易导致实验数据发生较大的突变。

只能用光栅光谱仪测量：

对化学计量灵敏度要求高的测量，即成分分析实验等。

只能用光纤光谱仪测量：

①需要快速响应的测量，即外部环境变化较快的测量。

②外界电磁辐射干扰较多的测量。

5. 测量日光灯的辐射通量对波长的分布时，为什么 400nm - 600nm 之间有两个很深的谷？

因为日光灯不是全可见光波谱的灯，即其发射光谱并不是连续波谱。

日光灯管发光的原理是：

灯管的汞原子在通电后，气体放电的过程释放出紫外光（主要波长为 253.7nm ），灯管内表面的荧光物质吸收紫外光后释放出可见光，

其属于低气压弧光放电光源。

不同的荧光物质，会发出不同的可见光。一般的日光灯的荧光粉采用三种发光波长不同的荧光粉，其实际光为三种荧光粉所发出光的叠加。

现用的比较多的荧光粉为稀土族荧光体，其为发出人眼敏感的红、绿、蓝三色光的荧光粉氧化钇(发红光，峰值波长为 611nm)、多铝酸镁(发绿光，峰值波长为 541nm)和多铝酸镁钡(发蓝光，峰值波长为 450nm)按一定比例混合成三基色荧光粉(完整名称是稀土元素三基色荧光粉)，它的发光效率高，色温为 2500K-6500K，显色指数在 85 左右，用它作荧光灯的原料可大大节省能源。

故实验中测量日光灯的光谱图时，其实际测量的是三基色荧光粉所发出的光，即我们应该在光谱图中的 400nm-700nm 之间看到三个波峰，其分别对应红(611nm)、绿(541nm)和蓝(450nm)色光，则其三者之间就会产生两个波谷。

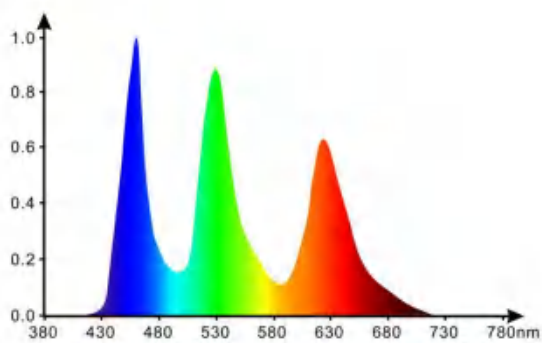


图 23: 日光灯光谱图

由实验中的日光灯光谱图可以看出，其第一个波谷在 500nm 左右，第二个波谷在 590nm 左右，即其在 400nm-600nm 之间有两个很深的谷。

A.2 教师签名页



图 24: 教师签名页 1

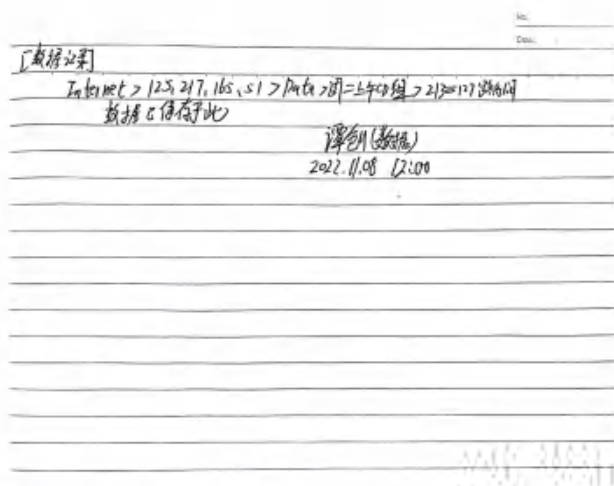


图 25: 教师签名页 2

Experiment C3: Emission and absorption spectra of atoms and colour analysis experiments

Shangrun Lu¹

¹ School of Physics, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China

Abstract: The intensity and wavelength of the spectral lines emitted by different atoms vary; the reduction of the intensity of light after passing through a medium is known as light absorption, and different media have different properties for light absorption; the colour of an object is the perception of the human eye when different wavelengths enter it, and there are two ways of describing colour, qualitative and mixed. In this paper, we first measured the emission spectra of a mercury lamp, a hydrogen-deuterium lamp, a sodium lamp, a bromotungsten lamp and five colour diodes using a spectrometer, obtained their characteristic spectral lines and eliminated deviations and found them to be in good agreement with theory. We found that the absorption of light by red ink was concentrated in the green to blue-violet band, with the only absorption peak at a wavelength of (504.3) nm. Subsequently, we verified that the red ink solution conforms well to Beer's law at low concentrations, but not at high concentrations. We also measured and compared the colour gamut of a mobile phone (Redmi K50Pro) and a display (Xiaoxin 14Pro) using a fibre optic spectrometer. Our experiments all conformed well to the expectations of the theory.

Key words: Atomic spectroscopy of alkali metals, Spectrometry, Solutions, Light absorption, Absorption peaks, Beer's law, Fiber optic spectrometry, Chromatograms

实验 C8.1 基于 LabVIEW 的仿真实验

实验 C8.2 电阻加热过程的 COMSOL 模拟

实验人：路尚润 21305127 合作人：巩元昊 21305179 指导老师：谭创¹

(1 中山大学物理系, 广东广州 510275)

摘要：LabVIEW 是实验室虚拟仪器集成环境的简称，其不仅是一个虚拟仪器开发的环境，还是一种编程语言，功能性极强。COMSOL 是求解偏微分方程或方程组时对多物理场耦合进行分析的软件，其有许多集成模块。热传导时热量传递的三种基本方式之一，在各向同性的热导体，热导体服从傅里叶导热定律，能够在热导体中呈现出明显的温度特征。我们在实验中利用 COMSOL 软件仿真固体传热模块进行电阻热传导的仿真，仿真结果表明，COMSOL 能够实现多边界条件的灵活设定，能够对多参数进行调整，可以通过仿真与实验对比，获得真实参数，我们在本文中实现了电阻热传导模型的升温曲线仿真，实验较成功。

关键词：LabVIEW; COMSOL Multiphysics; 热传导; 电阻模型; 虚拟仿真; 虚实结合

1 引言

热传导模型是热学的重要问题^[1]，热传导指的是 (thermal conduction) 是介质内无宏观运动时的传热现象，其实质是由物质中大量的分子热运动互相撞击，而使能量从物体的高温部分传至低温部分，或由高温物体传给低温物体的过程^[2]。热传导模型一般难以进行解析求解，一般的方式为采用数值求解或用软件仿真^[3]。现如今，许多工程都与热传导密切相关^[4]，对热传导模型进行深度研究对众多工程领域都有着较大的帮助。

COMSOL 仿真软件功能强大，其不仅可以适用于温度场的模拟^[5]，还在各种领域 (光学，电磁学，流体力学等) 有无可比拟的仿真效果^{[6][7][8]}。并且其也是实验教学的重要软件之一^{[9][10]}。

在本文中，我们首先学习了 LabVIEW 的使用，完成了实验任务；然后我们利用 COMSOL 对实验数据进行仿真，使得升温曲线尽量一致，通过简单铜柱模型、陶瓷管 + 金属膜 + 保温海绵的三层仿真模型进行了四种实验条件下四个电阻升温曲线的仿真，我们也搭建了四层仿真模型，即空气膜 + 陶瓷管 + 金属膜 + 保温海绵的仿真模型，验证了其可行性，并给出了输出结果。

2 实验原理

2.1 基于 LabVIEW 的仿真实验

2.1.1 LabVIEW 简介

LabVIEW 是实验室虚拟仪器集成环境 (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench) 的简称，由 NI 公司的创始人杰姆 - 特鲁查德 (James Truchard) 博士、杰夫-柯德斯凯 (Jeff Kodosky) 博士以及他们的好友杰克 - 麦克里森等人设计，于 1986 年 05 月首先在 Macintosh 计算机上实现，该时间甚至早于 Microsoft 公司推出图形化的 Windows 操作系统。

由于 LabVIEW 中定义了数据模型、结构类型、模块调用语法规则等编程语言所需要的各种基本要素，在功能完整性和应用灵活性上不逊于任何高级语言，因此 LabVIEW 不仅仅是一个虚拟仪器开发环境，还与常规的 BASIC、C、Delphi 等语言一样，是一种编程语言。但与这些文本编程语言不同，LabVIEW 采用的是图形化的编程方式，故称为 G (Graph) 语言，美国许多理工科院校都将该语言列为一门必修课。经过 20 年的不懈努力，LabVIEW 现已发展到 2012 版，支持多国语言。由于虚拟仪器的概念最早是由特鲁查德博士等人在设计 LabVIEW 的过程中提出的，因此虚拟仪器狭义上仅指用 LabVIEW 编写的程序，这些程序往往以 “.VI” 作为扩展名。

2.1.2 虚拟仪器

虚拟仪器是指基于计算机的测控平台, 它可以代替传统的测控仪器, 如示波器、逻辑分析仪、信号发生器、频谱分析仪等; 可集成于自动控制、工业控制系统; 可自由构建成专有仪器系统。如图 1 所示, 一台完整实用的虚拟仪器主要由三个部分组成: 虚拟仪器平台、开发软件、模块化 I/O 硬件。

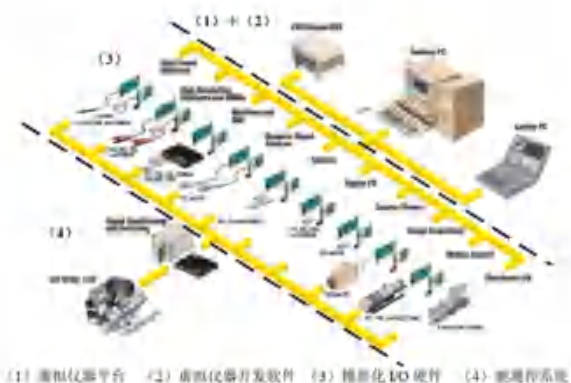


图 1: 虚拟仪器

(1) 虚拟仪器平台是虚拟仪器的核心, 其上运行着虚拟仪器开发软件, 控制着整台虚拟仪器的工作。该平台可以是平时使用的台式计算机、笔记本电脑、PDA, 也可以是 NI 公司生产的专用 PXI、CompactRIO、ELVIS 平台等。

(2) 虚拟仪器开发软件可实现对各种模块化 I / O 设备的控制。目前应用最广、发展最快、功能最强的虚拟仪器开发软件是美国国家仪器 (National Instruments, 简称 NI) 公司生产的 LabVIEW。

(3) 模块化 I/O 硬件是指通过 PCI、PXI、PCMCIA、USB、1394、GPIB 等各种接口与虚拟仪器平台连接, 以实现各种测控功能的硬件设备。例如 PXI 模块化仪器, 类似于插在计算机内部插槽上的各种功能卡; 又如通过 USB 口连接的多功能数据采集器等。这些硬件大多是完成一些最基本的物理量的测控, 通过这些基础硬件的不同组合, 可以实现多种测控仪器的功能。由于这些仪器本身都没有面板, 其控制和显示都通过计算机屏幕上出现的“虚拟面板”来完成, 而不是传统意义上的一台“独立”的仪器, 因此称为虚拟仪器。

2.2 电阻加热过程的 COMSOL 模拟

2.2.1 COMSOL 简介

COMSOL Multiphysics 是一款基于有限元, 通过求解偏微分方程或偏微分方程组对多物理场耦合进行分析的软件, 由瑞典的 COMSOL 公司设计。创始人 Svan te Littmarck 和 Farhad Saeidi。COMSOL Multiphysics 最早为 Matlab 的一个偏微分工具箱, 称为 Toolbox1.0, 后改名为 Femlab1.0。从 2005 年的 Femlab3.2 版本开始, 正式命名为 COMSOL Multiphysics。经过多年发展, 该软件已在企业的产品研发、科学研究等领域得到广泛应用, 针对不同的专业领域开发了许多专用的求解模块, 如传热模块 (Heat Transfer Module)、射频模块 (RF Module)、结构力学模块 (Structural Mechanics Module)、声学模块 (Acoustics Module) 等等。本实验中拟采用其中的传热模块来模拟电阻的通电加热过程。

2.2.2 电阻加热的热力学模型

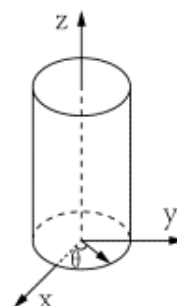


图 2: 电阻加热模型

如图2所示建立电阻通电加热的模型。将电阻看成一个理想均匀的圆柱体, 取柱坐标系 (r, θ, z) , 电流沿 z 方向均匀分布。因体系具有轴对称性, 可设电阻上各处随时间变化的温度为 $u = u(r, \theta, z)$, 热流密度 (也称为热通量) 为 $\mathbf{q}$, 热导率为 $\mathbf{k}$, 满足 Fourier 定律:

$$\mathbf{q} = -k\nabla u \quad (1)$$

其中 $\mathbf{q}$ 为矢量, 用粗体表示, 定义由电阻向外的方向为正。假设圆柱体半径为 a , 高为 b , 比热为 c , 质量密度为 ρ , 体积为 V , 通电电流强度为 I , 电阻阻值为 R , 初

始温度为 u_0 , 则 u 满足以下定解问题:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \kappa \nabla^2 u = \frac{I^2 R}{c\rho V} & \left(\kappa = \frac{k}{c\rho} \right) \\ u|_{t=0} = u_0 & (\text{初条件}) \\ \frac{\partial u}{\partial r}|_{r=a} = -\frac{Q_r}{2\pi abk} & u|_{r=0} \text{ 有限} \\ \frac{\partial u}{\partial z}|_{z=0} = \frac{Q_1}{\pi a^2 k} \\ \frac{\partial u}{\partial z}|_{z=b} = -\frac{Q_2}{\pi a^2 k} \end{cases} \quad (2)$$

其中 Q_r 为单位时间沿 r 方向通过侧面的总热量 (法线向外为正), $2\pi ab$ 为圆柱体侧面总面积; Q_1 为单位时间垂直通过底面的热量, πa^2 为底面的面积; Q_2 为单位时间垂直通过顶面的热量; $I^2 R$ 为通电电阻的加热功率, $c\rho V$ 为电阻的热容量。若所有边界绝热, 则边界条件均为齐次, 即 $Q_r = Q_1 = Q_2 = 0$, 则

$$u = u_0 + \frac{I^2 R}{c\rho V} t \quad (3)$$

当不是所有边界绝热时, 定解问题的严格解析解为:

$$\begin{aligned} u = & \left(\frac{I^2 R}{c\rho V} - \kappa \frac{Q_1 + Q_2 + Q_r}{\pi k a^2 b} \right) t - \frac{Q_r}{4\pi k a^2 b} r^2 + \frac{Q_1}{\pi k a^2} z - \frac{Q_1 + Q_2}{2\pi k a^2 b} z^2 \\ & + u_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_i^2 a^2 J_0^2(\lambda_i a)} \cdot \frac{Q_r}{\pi k b} \cdot J_0(\lambda_i a) \cdot J_0(\lambda_i r) \cdot \exp(-\kappa \lambda_i^2 t) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2b}{n^2 \pi^3 k a^2} \cdot [Q_1 + (-1)^n Q_2] \cdot \cos \frac{n\pi}{b} z \cdot \exp \left[-\kappa \cdot \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 t \right] \end{aligned} \quad (4)$$

其中 λ_i 为方程 $J'_0(\lambda a) = 0$ 的第 i 个非负根, $i = 0, 1, 2, 3, \dots$, 满足 $\lambda_0 = 0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots$ 。 $J_m(x)$ 为 m 阶 Bessel 函数。 $J'_m(x) = \frac{d}{dx} [J_m(x)]$ 。由定解条件知 u 与方位角 θ 无关, 且假定 Q_r, Q_1, Q_2 均为常数。若圆柱体侧面不是绝热的, 而是按 Newton 冷却定律 $\mathbf{q} \cdot \mathbf{e}_r|_{r=a} = g(u|_{r=a} - u_{ext})$ 与周围环境交换热量, 其中周围环境保持恒定的温度 u_{ext} , g 称为介质的热交换系数。若令 $h = g/k$, 则 $r = a$ 的侧面满足第三类边界条件:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial r} + hu \right) \Big|_{r=a} = hu_{ext} \quad (5)$$

此时即使圆柱体的上下底面都是绝热的, 要用分离变量法来求解该定解问题仍是很困难的。可借助计算机进行数值模拟。

3 实验装置

3.1 基于 LabVIEW 的仿真实验

实验测控用计算机 (安装了 LabVIEW 软件)。

3.2 电阻加热过程的 COMSOL 模拟

实验测控用计算机 (安装了 COMSOL 软件)。

4 实验内容

4.1 基于 LabVIEW 的仿真实验

- (1) 参照 LabVIEW 入门指南, 完成第 1-3 章, 学习 LabVIEW 软件的使用方法。保存 vi 文件和第 3 章练习完成后的程序截屏。
- (2) 采用 LabVIEW 结合仿真硬件的方式编制温度多通道数据采集虚拟仪器, 实现数据采集、温度曲线显示、温度数字显示、数据保存等功能。仿真硬件为 NI cDAQ-9171 单槽机箱和 NI 9211 四通道热电偶模块。

4.2 电阻加热过程的 COMSOL 模拟

模拟电阻参数如表 1

表 1: 实验电阻值

电阻编号	电阻值/ Ω
R_1	19.95
R_2	43
R_3	82.43
R_4	99.05

- (1) 采用 COMSOL 多物理场仿真软件仿真加热电阻表面温度随时间变化关系。采用单模型, 即实心铜圆柱模型, 要求仿真温度曲线的平衡温度与实验曲线的平衡温度一致。只关注平衡温度是否一致, 不管升降温曲线如何。
- (2) 改进模型, 采用电阻加热仿真的三层模型, 即陶瓷管 + 金属膜 + 保温海绵的三层仿真模型, 调节参数使得仿真的温度曲线尽可能跟实验曲线重合。

5 实验结果与讨论

5.1 基于 LabVIEW 的仿真实验

5.1.1 1-3 章练习题

通过学习 LabVIEW 入门指南, 一到三章的练习题截屏如图 3-图 7 所示

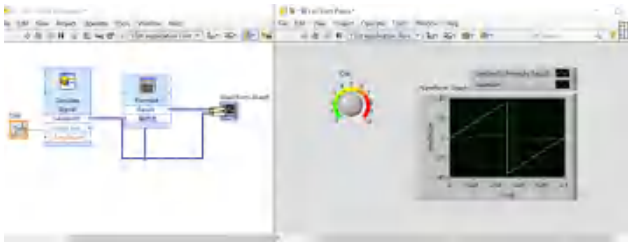


图 3: 第一章练习截屏

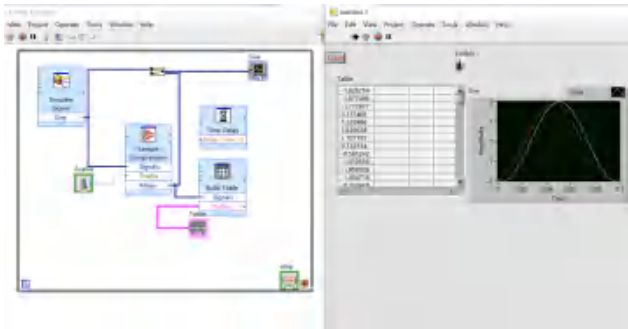


图 4: 第二章练习截屏

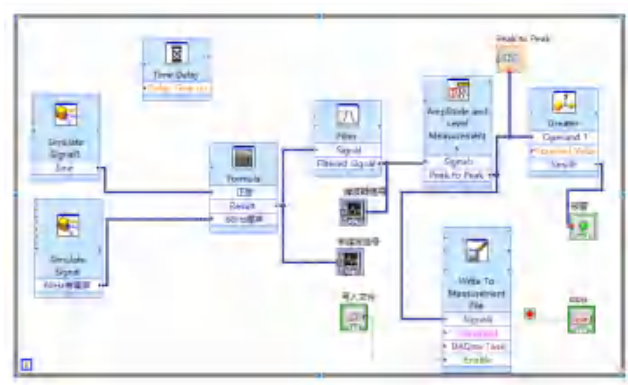


图 5: 第三章练习截屏 1

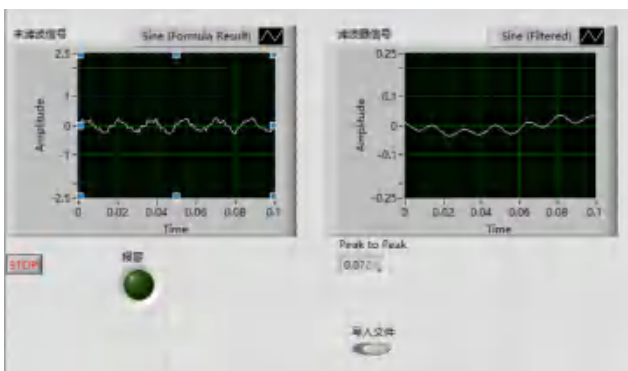


图 6: 第三章练习截屏 2

```

testitem - 记事本
文件(F) 编辑(E) 格式(O) 查看(V) 帮助(H)
Date 2022/12/18
Time 20:46:24.8446254730224609375
X Dimension Time
X0 1.000000000000001E-1
Delta X 0.001000
***End of Header***
X Value Sine (Peak to Peak) Comment
0.072873
0.061986
0.056260
0.073974
0.047100
0.065394
0.050993
0.052748
0.061872
0.072469
0.061982
0.078350
0.064017
0.064312
0.060405
0.058643
0.055592
0.057076
0.045103
0.076768
0.072366

```

图 7: 第三章数据

保存的 vi 文件已上传。

5.1.2 仿真虚拟仪器

采用 LabVIEW 仿真虚拟仪器的截屏如图8所示

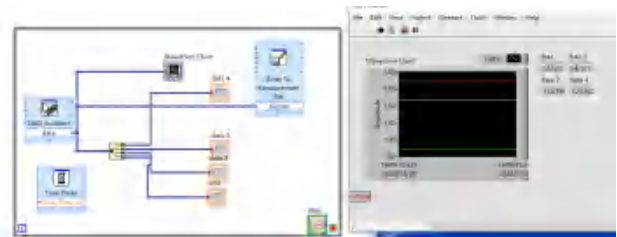


图 8: 补充讲义虚拟仪器仿真

5.2 电阻加热过程的 COMSOL 模拟

本实验采用 COMSOL 的固体传热模块模拟电阻加热过程，并假设各电阻的阻值不随温度的变化而变化。电阻薄膜假设为铜膜，在 COMSOL 自带的材料库中，选取铜薄膜的恒压比热容为 $385\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，密度为 $8960\text{kg}/\text{m}^3$ ，导热系数为 $400\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ；陶瓷芯材料的恒压比热容为 $1200\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，密度为 $3200\text{kg}/\text{m}^3$ ，导热系数为 $450\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ；保温层恒压比热容为 $1700\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ，密度为 $25\text{kg}/\text{m}^3$ ，导热系数为 $0.161\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ；保温层外边界与外界室温环境按牛顿冷却定律交换热量，相应地系数 h 与桌面接触的面取为 $20\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，其他几个面均取为 $100\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ 。

我们要仿真的原始数据图像为图9-12

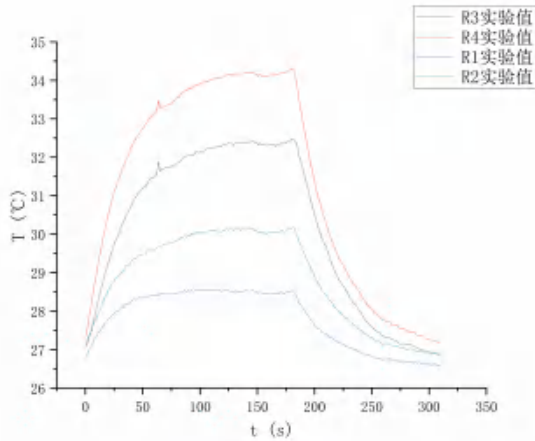


图 9: 0.025A 原始曲线

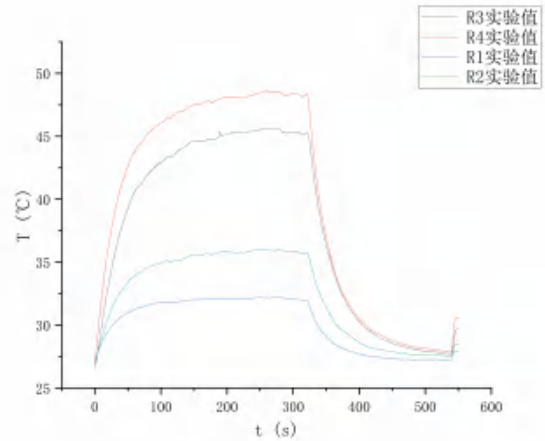


图 12: 0.040A 原始曲线

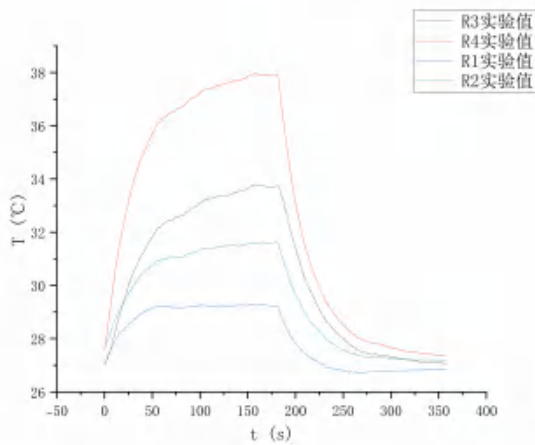


图 10: 0.030A 原始曲线

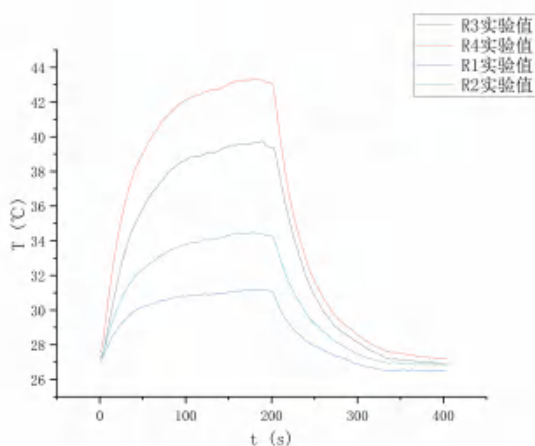


图 11: 0.035A 原始曲线

通过观察原始曲线,我们发现,实际上,实验数据有很大的误差:

1、实验的条件是相同的,假设电阻阻值不变,其应该呈现一种相似关系,但通四种电流时的图像并不相似。

2、观察图像可以看出,实验数据有高有低,且有的数据点明显低于室温,且有上下波动,故实验数据有所偏差,这是真实实验不可避免的。

3、且我们可以发现,所给数据是改变电流,但实际操作中,我们很难实现恒流源,故我们猜测其应当是适用电压源,并除以总电流所得到的结果,其可能未考虑导线分压,故所给电流应偏大,后期我们模拟仿真时发现了这个问题,但我们是通过改变导热系数去整体调控,并未改变所给电流值。

实验数据虽有误差,但我们依旧尽力仿真实验结果,但无可避免地会有所偏差。

5.2.1 实心铜柱模型

通过 COMSOL 搭建模型,进行实心铜柱模型的搭建,搭建模型如图13所示,通过调节电阻尺寸、海绵层导热系数进行仿真模拟,我们有四组原始数据,考虑将每组分别处理,进行调控。

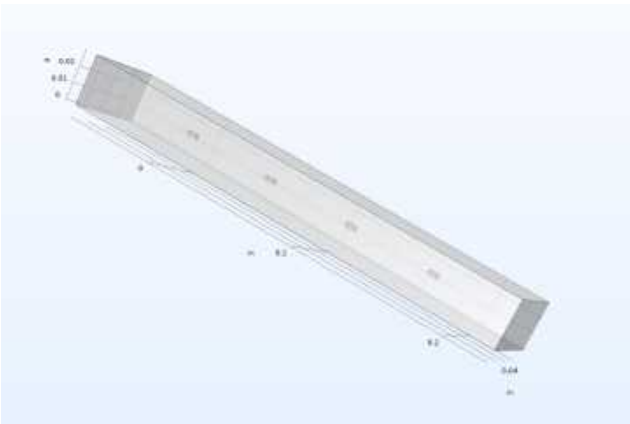


图 13: 实心铜柱模型

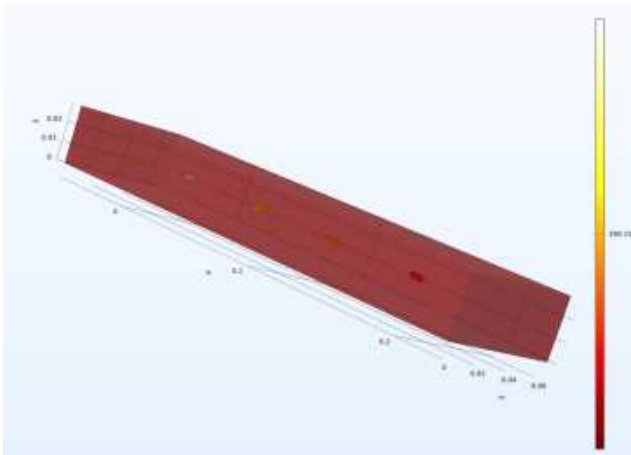


图 15: 0.025A 实心铜柱模型仿真结果

我们采用的仿真初始设定为：电阻直径 3.0mm，长 6.0mm。

A.0.025A

此时我们调节参数为：海绵层导热系数为 $0.23W/(m \cdot K)$ ，电阻大小及长高如表2

表 2: 0.025A 铜模型电阻尺寸

电阻编号	长/mm	半径/mm
R_1	6.0	1.5
R_2	6.1	1.55
R_3	6.6	1.8
R_4	6.2	1.6

所得仿真数据与原始数据如图14所示

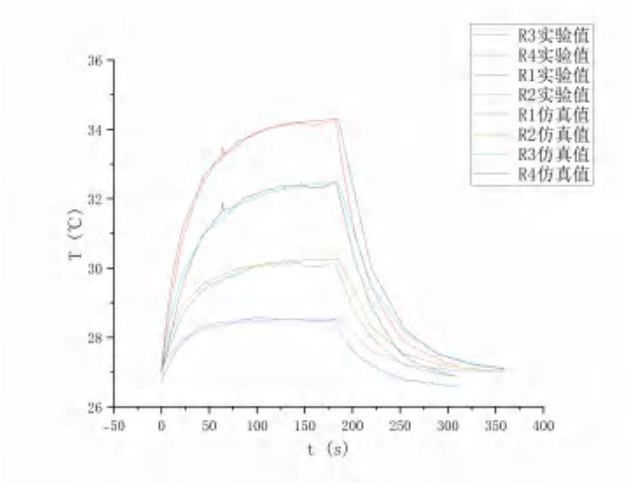


图 14: 0.025A 实心铜柱模型仿真数据

可见，我们在铜模型下也实现了 0.025A 升温曲线基本一致，仿真较为成功。

B.0.030A

此时我们调节参数为：海绵层导热系数为 $0.23W/(m \cdot K)$ ，电阻大小及长高如表3

表 3: 0.030A 铜模型电阻尺寸

电阻编号	长/mm	半径/mm
R_1	6.0	1.5
R_2	6.0	1.5
R_3	8.0	2.0
R_4	6.0	1.5

所得仿真数据与原始数据如图16所示

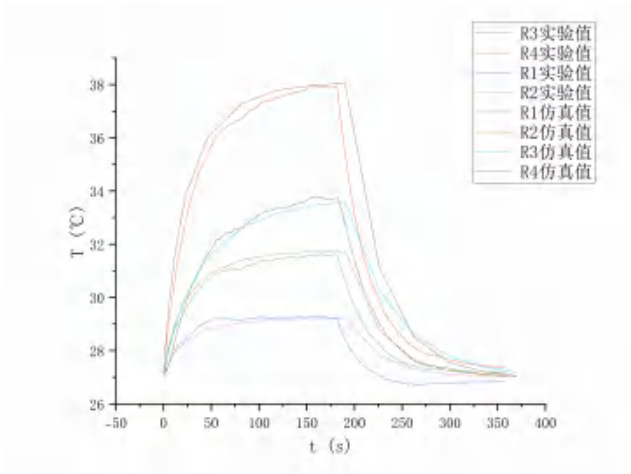


图 16: 0.030A 实心铜柱模型仿真数据

其温度示意图及模型尺寸如图15所示

其温度示意图及模型尺寸如图17所示

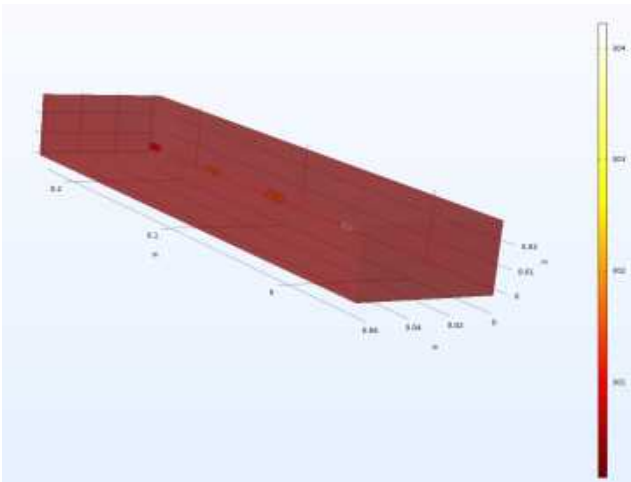


图 17: 0.030A 实心铜柱模型仿真结果

通过观察，我们在铜模型下也实现了 0.030A 升温曲线基本一致，仿真较为成功。

C.0.035A

此时我们调节参数为：海绵层导热系数为 $0.21W/(m \cdot K)$ ，电阻大小及长高如表4

表 4: 0.035A 铜模型电阻尺寸

电阻编号	长/mm	半径/mm
R_1	1.2	5.4
R_2	5.8	1.45
R_3	6.3	1.65
R_4	6.1	1.53

所得仿真数据与原始数据如图18所示

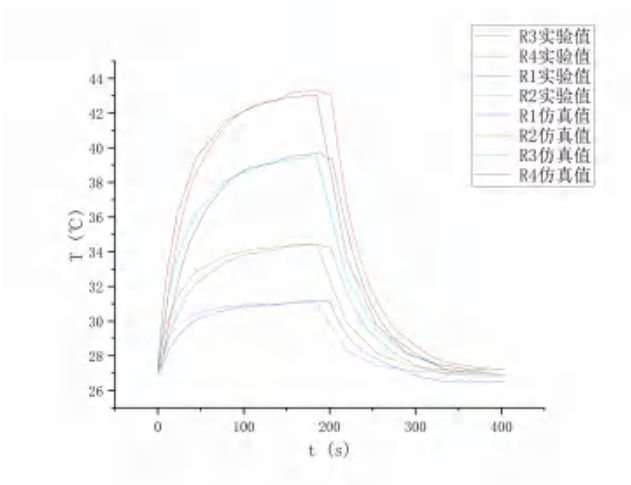


图 18: 0.035A 实心铜柱模型仿真数据

其温度示意图及模型尺寸如图19所示

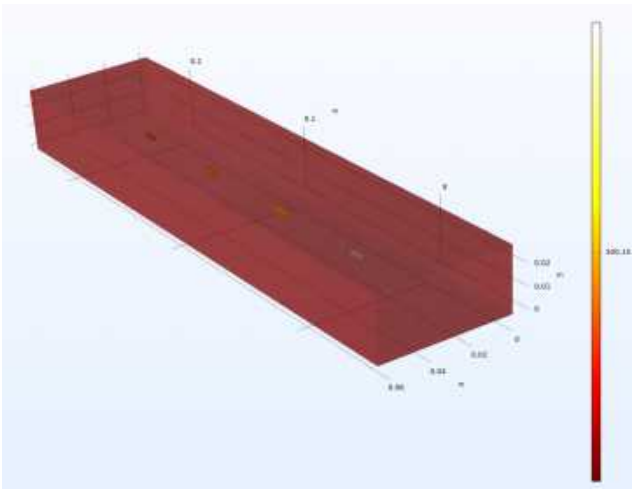


图 19: 0.035A 实心铜柱模型仿真结果

通过观察，我们在铜模型下也实现了 0.035A 升温曲线基本一致，仿真较为成功。

D.0.040A

此时我们调节参数为：海绵层导热系数为 $0.21W/(m \cdot K)$ ，电阻大小及长高如表2

表 5: 0.040A 铜模型电阻尺寸

电阻编号	长/mm	半径/mm
R_1	5.6	1.35
R_2	6.2	1.60
R_3	5.9	1.48
R_4	6.1	1.52

所得仿真数据与原始数据如图20所示

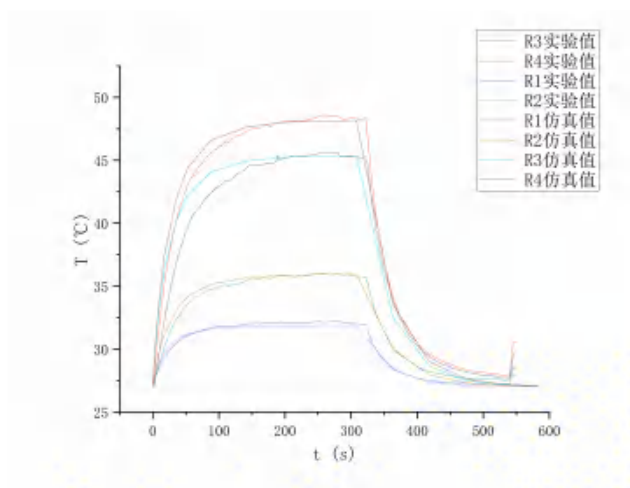


图 20: 0.040A 实心铜柱模型仿真数据

其温度示意图及模型尺寸如图21所示

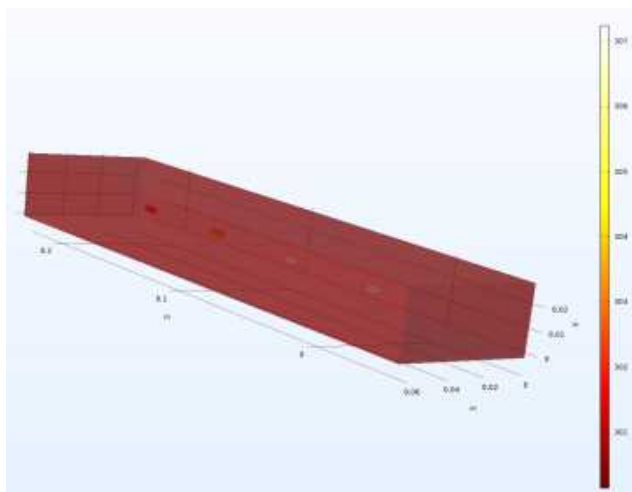


图 21: 0.040A 实心铜柱模型仿真结果

在 0.040A 下，铜模型的升温曲线有些许偏差，但我们可以看出，仿真平衡位置还是与实验基本一致，故达到了我们的仿真目的。**F. 仿真结果分析**

在铜模型下，我们实现了较好的升温曲线一致，以及每个模型的平衡位置与实验一致，故仿真很成功。

在本次仿真中，因为海绵层的导热系数并非与实验完全一致，我们首先通过改变海绵层的导热系数去大致限制平衡温度，然后通过改变电阻尺寸实现微调，最终基本可以满足升温曲线的一致，但因为整体调整了导热系数，所以降温曲线并未能够与实验一致。

实际上，我们发现，倘若我们直接改变电阻值与电流，是能够完全实现曲线吻合的，故原始数据存在一定的偏差，可能存在温度改变电阻值，或者导线分压过多

使得总电流变小，实验中原始数据可能是电压，但被转换为电流后含有了许多误差，故我们已经尽力使得曲线基本一致。

且我们的阶跃函数阶跃位置与实验时的开关电流位置有些偏差，但总体比较还是十分吻合的。

5.2.2 陶瓷 + 金属膜 + 保温海绵三层仿真模型

通过 COMSOL 搭建模型，进行实心铜柱模型的搭建，搭建模型如图22所示，通过调节电阻尺寸、海绵层导热系数、陶瓷进行仿真模拟，我们有四组原始数据，考虑将每组分别处理，进行调控。

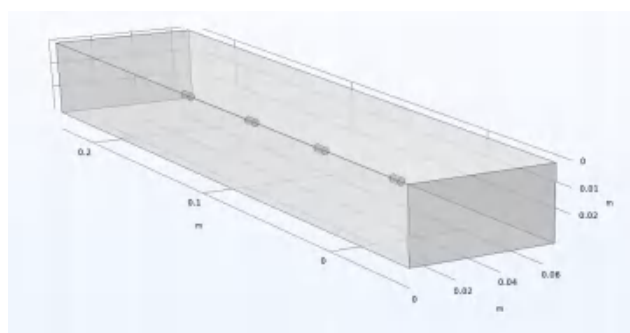


图 22: 陶瓷 + 金属膜 + 保温海绵三层模型

其中电阻的细节展示图如图23

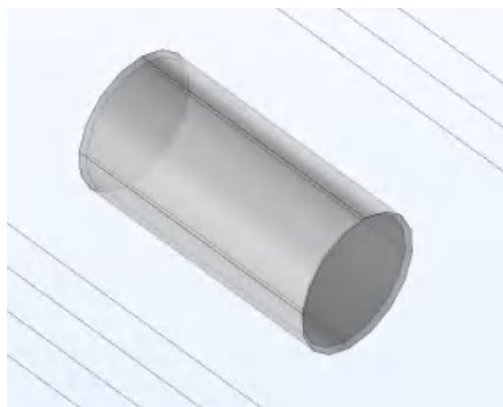


图 23: 陶瓷 + 金属膜 + 保温海绵三层电阻模型

我们采用的仿真初始设定为：电阻直径 3.0mm，长 6.0mm。

A.0.025A

此时我们调节参数为：海绵层导热系数为 $0.23W/(m \cdot K)$ ，实验参数如表6

表 6: 0.025A 三层模型电阻尺寸

电阻编号	陶瓷长/mm	陶瓷半径/mm	电阻膜厚度/mm	陶瓷恒压热容/ $J \cdot (kg \cdot K)^{-1}$
R_1	6.0	1.5	0.1	800
R_2	6.0	1.5	0.1	1200
R_3	5.8	1.4	0.3	1200
R_4	6.0	1.5	0.06	1200

所得仿真数据与原始数据如图24所示

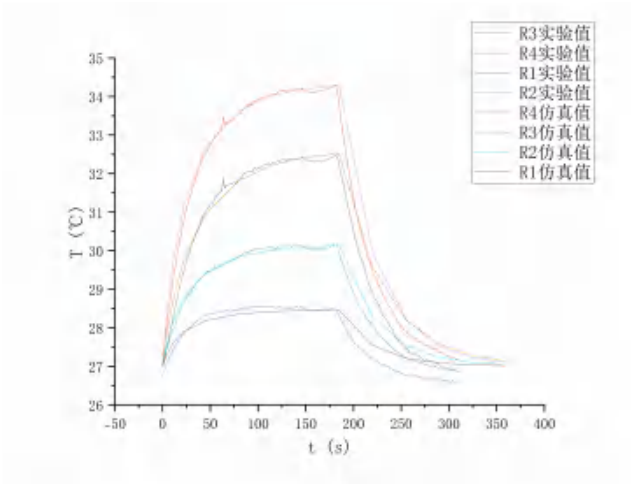


图 24: 0.025A 三层模型仿真数据

其温度示意图及模型尺寸如图25所示

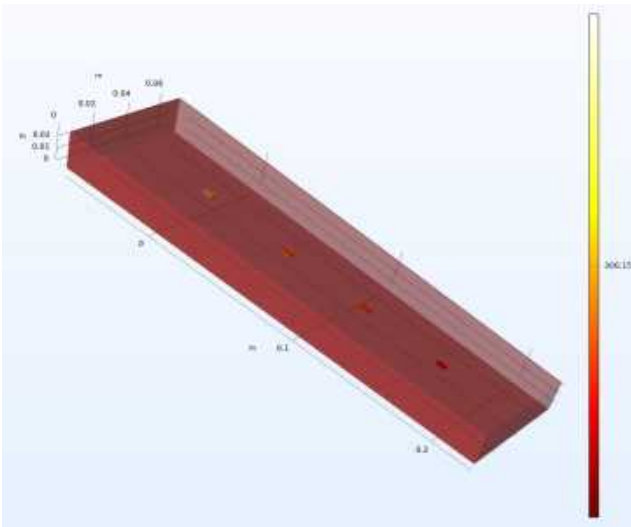


图 25: 0.025A 三层模型仿真结果

可见，我们在三层模型下实现了 0.025A 升温曲线基本一致，仿真较为成功。

B.0.030A

此时我们调节参数为：海绵层导热系数为 $0.215W/(m \cdot K)$ ，实验参数如表7

表 7: 0.030A 三层模型电阻尺寸

电阻编号	陶瓷长/mm	陶瓷半径/mm	电阻膜厚度/mm	陶瓷恒压热容/ $J \cdot (kg \cdot K)^{-1}$
R_1	6.0	1.5	0.08	1200
R_2	6.0	1.5	0.2	1200
R_3	5.8	1.4	0.7	1200
R_4	6.02	1.51	0.1	1200

所得仿真数据与原始数据如图26所示

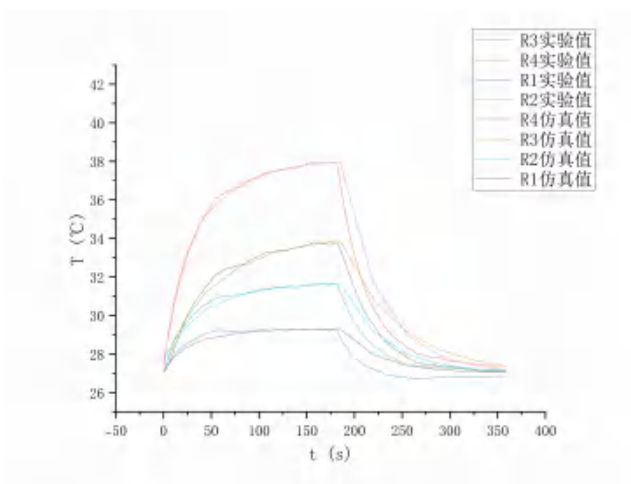


图 26: 0.030A 三层模型仿真数据

其温度示意图及模型尺寸如图27所示

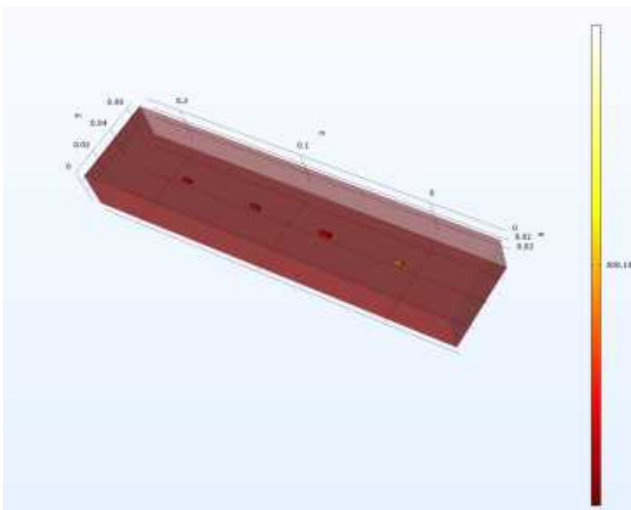


图 27: 0.030A 三层模型仿真结果

可见，我们在三层模型下实现了 0.030A 升温曲线基本一致，仿真较为成功。

C.0.035A

此时我们调节参数为：海绵层导热系数为 $0.195W/(m \cdot K)$ ，实验参数如表8

表 8: 0.035A 三层模型电阻尺寸

电阻编号	陶瓷长/mm	陶瓷半径/mm	电阻膜厚度/mm	陶瓷恒压热容/ $J \cdot (kg \cdot K)^{-1}$
R_1	6.0	1.5	0.05	800
R_2	6.0	1.5	0.08	1200
R_3	5.8	1.4	0.30	1200
R_4	6.0	1.5	0.08	1200

表 9: 0.040A 三层模型电阻尺寸

电阻编号	陶瓷长/mm	陶瓷半径/mm	电阻膜厚度/mm	陶瓷恒压热容/ $J \cdot (kg \cdot K)^{-1}$
R_1	5.8	1.4	0.02	1600
R_2	6.0	1.5	0.20	2800
R_3	6.0	1.5	0.09	2800
R_4	5.8	1.4	0.20	2100

所得仿真数据与原始数据如图28所示

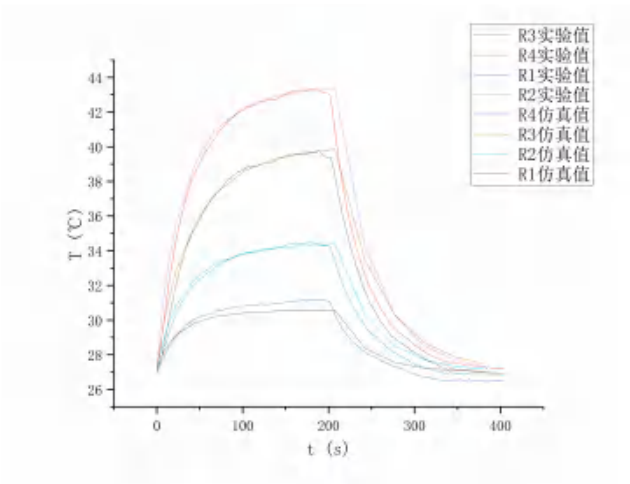


图 28: 0.035A 三层模型仿真数据

所得仿真数据与原始数据如图30所示

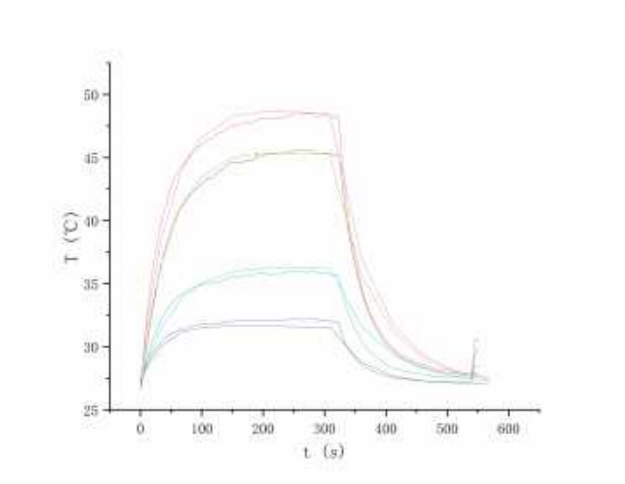


图 30: 0.040A 三层模型仿真数据

其温度示意图及模型尺寸如图29所示

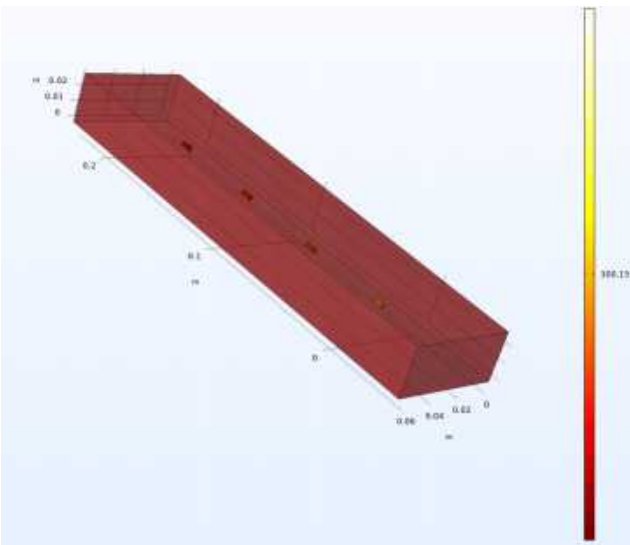


图 29: 0.035A 三层模型仿真结果

其温度示意图及模型尺寸如图31所示

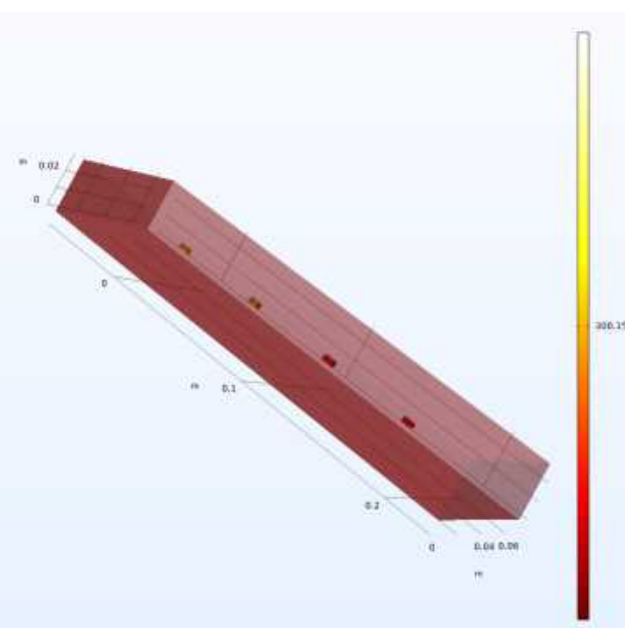


图 31: 0.040A 三层模型仿真结果

可见，我们在三层模型下实现了 0.035A 升温曲线基本一致，仿真较为成功。

D.0.040A

此时我们调节参数为：海绵层导热系数为 $0.195W/(m \cdot K)$ ，实验参数如表9

可见，我们在三层模型下实现了 0.040A 升温曲线基本一致，仿真较为成功。

F. 仿真结果分析

我们实现了陶瓷 + 金属膜 + 保温海绵三层电阻模型对四种电流的实验仿真，从结果可见，仿真效果较好，实验较成功。

我们调节陶瓷比热容是为了调节升温速度，不同电阻用的陶瓷种类、尺寸可能不同；调节海绵层热传导系数是为了整体调节平衡温度；调节电阻尺寸是为了整体调节升温曲线。通过这些的调节实现了实验重现。

但我们在此模型中仍然能通过调节电流和电阻值实现曲线拟合，故实验数据可能有所偏差。

5.2.3 空气薄膜模型

此时考虑空气膜 + 陶瓷 + 金属膜 + 保温海绵四层电阻模型，我们在此仅搭建了仿真模型，但并未进行参数调节，此时模型如图32所示

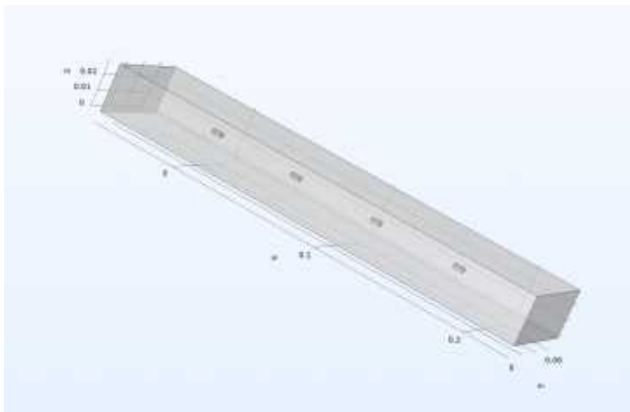


图 32: 空气膜 + 陶瓷 + 金属膜 + 保温海绵四层模型

其中电阻的细节展示图如图33



图 33: 空气膜 + 陶瓷 + 金属膜 + 保温海绵四层电阻模型

对此模型，我们应当调节空气膜厚度、海绵层热传

导系数、电阻的厚度、陶瓷的比热容即可实现与实验一致。我们运行了一次以证明其是可行的模型

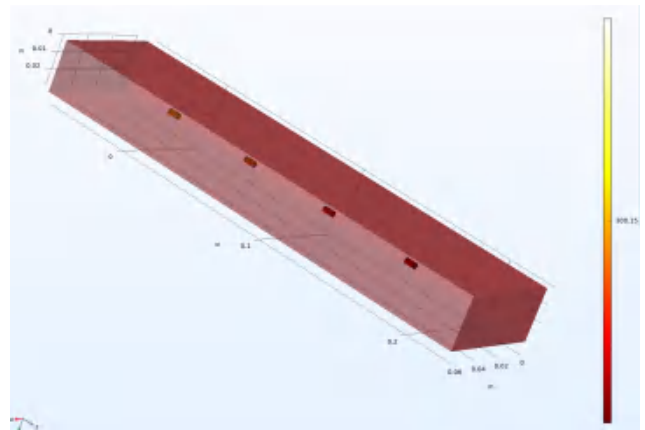


图 34: 四层模型温度效果图

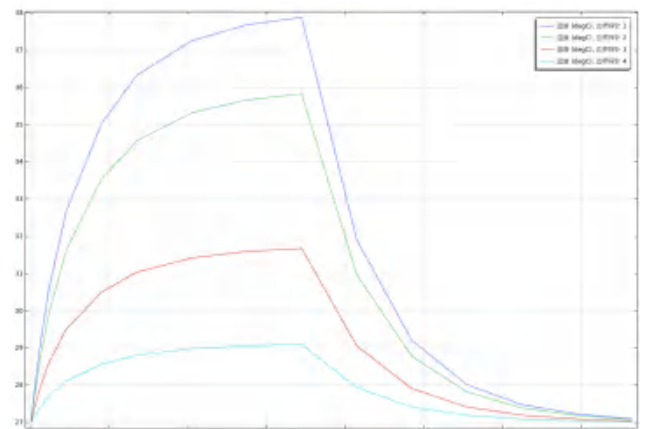


图 35: 四层模型运行结果

6 结论

首先，我们学习了 LabVIEW 的用法，并且完成了 1-3 章的习题，将截屏与 vi 文件保存并上传，并且完成了补充讲义的内容。然后我们进行了电阻热传导的仿真，用铜模型仿真了平衡温度一致，并且用陶瓷 + 金属膜 + 保温海绵三层模型实现了升温曲线的一致，我们也搭建了空气膜 + 陶瓷 + 金属膜 + 保温海绵四层模型，验证了其可行性。

在实验数据误差较大的情况下，仿真与实验基本一致，故实验较为成功。

参考文献

- [1] 沈韩等. 基础物理实验 [M]. 北京: 高等教育出版社,2015.
- [2] 葛新石叶宏. 传热和传质基本原理. 北京: 化学工业出版社, 2007
- [3] 冯晓燕, 贺熙, 游小龙, 周林凯, 单保平. 热传导问题的数值分析方法概述 [J]. 大众标准化,2022(16):91-93.
- [4] 袁瑞琳, 陈龙, 吴长征. 二维纳米材料热传导行为及其界面调控 [J]. 化学学报,2022,80(06):839-847.
- [5] 张开达, 宋李兴. 基于 COMSOL 的单次脉冲激光辐照氧化铝陶瓷温度场分析 [J]. 中国水运 (下半月),2022,22(11):46-48.
- [6] 曹威, 马嘉欣, 陈宝远. 基于 Comsol 软件仿真技术的光学式电场传感器特性研究 [J]. 电子制作,2022,30(19):91-93+26.
- [7] 侯娟, 陆向前, 刘思彤, 刘磊. 膨润土衬垫溶质扩散及渗透行为 COMSOL 模拟 [J]. 环境工程学报,2022,16(08):2691-2698.
- [8] 王兴君, 王巍然. 基于 COMSOL 的材料杨氏模量的超声测量研究 [J]. 科学技术创新,2022(23):1-6.
- [9] 陈宗元, 祖甘霖, 牛智伟, 靳强, 郭治军, 吴王锁.COMSOL Multiphysics 在物理化学教学中的应用 [J/OL]. 大学化学:1-7[2022-12-21].
- [10] 梁威, 杨超, 曹菊勇, 袁涛, 周天俊.COMSOL 软件进行流体力学基础教学的探索 [J]. 汽车实用技术,2022,47(15):161-163.

A 附录

A.1 原始数据

原始数据已记录于教师签名页以及上传至服务器中。

A.2 思考题

1. 什么是第一类边条件 (*Dirichlet* 条件)、第二类边条件 (*Neumann* 条件) 和第三类变条件 (*Robin* 条件), *COMSOL* 能求解哪种边条件的问题?

广义来讲, 边界条件是通过通量与参量值定义的, 实际上, 第一类边界条件为边界无通量, 第二类边界条件为边界通量恒定, 第三类边界条件处通量与该处的参量值呈线性关系。对于热传导模型, 即为如下:

①第一类边界条件要求待求解域边界处的温度恒定不变。当系统边界处与一个较大的恒温热库接触时, 可认为系统满足第一类边界条件。此时有

$$T|_{\partial} = \text{const} \quad (1)$$

②第二类边界条件要求待求解域边界处具有恒定不变的温度梯度。当输入热通量受调控而恒定时满足第二类边界条件。此时有

$$k \frac{\partial T}{\partial n} = \text{const} \quad (2)$$

其中, $\frac{\partial T}{\partial n}$ 为温度在边界处的法向梯度。

③第三类边界条件要求待求解域边界处温度梯度与温度呈线性关系, 在热学模型中即边界处热量按牛顿冷却定律传输, 即

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h(T - T_{\text{ext}}) \quad (3)$$

其中, h 为边界处传热系数, T_{ext} 为外界温度。

对于 *COMSOL*, 通过调节边界特性, 能

进行三种边界条件的仿真实验。

2. 本实验采用电阻加热模型还有哪些可以改进的地方?

①实际上, 我们电阻还连接了导线, 其会产生一定的影响, 故我们可以考虑加入导线进行仿真。

②对于我们的空气膜 + 陶瓷 + 金属膜 + 保温海绵四层模型即为仿真的改进, 我们可以对其进行调节获得较为理想的仿真结果。

③我们实验中的参数与仿真参数并非完全一致, 我们可以考虑用定量的方法得出各种材料的参数, 进而实现更优、更准、更符合实际的仿真结果。

A.3 教师签名页

No.

Date

并不是所有场论都能过解问题的严格解解法。

$$u = \frac{2b}{Cpr} - k \frac{q_1 + q_2 + q_3}{\pi k a b} t - \frac{q_1}{4\pi k a b} \left[1 + \frac{q_2}{q_1} z - \frac{q_1 q_3}{2\pi k a b} z^2 + k \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n a y_j u_{jn}} \right) \frac{q_1}{z} \right]$$

$$p + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2b}{n\pi k a c} \left[q_1 + (1 - \frac{q_2}{q_1}) q_1 z \frac{1}{2} \exp \left[-k \left(\frac{a}{b} \right)^2 t \right] \right] \cdot J_0(\lambda_n) \cdot J_0(\lambda_n y) \cdot \exp(-k \lambda_n^2 t)$$

其中 λ_n 为 $J_0(\lambda_n) = 0$ 的第 n 个非零根, $n=0, 1, 2, \dots$, 满足 $\lambda_0 = 0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ 。

$J_0(x)$ 为 n 阶 Bessel 函数, $J'_0(x) = -J_1(x)$ 。该方程解和 u 与 t 成正比, 且假设 q_1, q_2, q_3 为正值, 若圆柱体侧面不是绝热的, 而是按 Newton 冷却定律, q_1, q_2, q_3 为正值, 且 $q_1 = q_2 = q_3$ 为正值, 则圆柱体侧面满足 Newton 冷却定律, q 称为侧面的散热系数, 若 $q=0$, 则圆柱体的侧面满足绝热边界条件。

(物性) γ_a γ_b γ_c

此时即按圆柱体的上下底面都是绝热, 应用傅里叶热传导

[实验目的]

(8.1) 参照 LabVIEW 入门指南, 安装新建, 学习 LabVIEW 软件的使用, 保存 V 代码为第三章每日作业的程序文件。

(2) 利用 LabVIEW 结合仿真硬件的虚拟仪器, 通过数据采集卡采集, 实现数据采集、温度曲线显示、温度数据字显示, 数据保存等功能。仿真硬件为 NI-CPAQ-9111 采集卡, 采集 NI-9211 温度模块。

(3) 最后由教师提供温度测量原始数据。

(8.2) 利用 COMSOL 多物理场仿真软件, 建立电阻加热圆柱体温度随时间变化, 利用简单模型, 即空心圆柱体模型, 要求仿真温度曲线与平衡温度曲线相匹配, 并求出平衡温度, 只要求平衡温度是定值, 不管升温曲线如何。

(4) 改进模型, 利用电阻加热仿真的三层模型, 即内层管壁 + 绝缘层 + 外层管壁, 三层中仿真模型, 要求仿真温度曲线尽可能与实验曲线相符。

[数据记录]

数据已上传至: Internet > 125.217.165.51 > Data > 周正和 CP 组 > 20130527 电阻加热 > C8

图 1: 实验 C8 数据

Experiment C8.1

LabVIEW-based Simulation Experiment

Experiment C8.2

COMSOL simulation of the resistance heating process

Shangrun Lu¹

¹ School of Physics, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China

Abstract: LabVIEW, short for Laboratory Virtual Instrumentation Integrated Environment, is not only an environment for the development of virtual instruments, but also a programming language that is extremely functional. COMSOL is software for the analysis of multi-physics field coupling when solving partial differential equations or systems of equations, and has many integrated modules. Heat conduction is one of the three basic modes of heat transfer in isotropic thermal conductors, which obey Fourier's law of thermal conductivity and are capable of exhibiting distinct temperature characteristics in thermal conductors. We use the COMSOL software simulation solid heat transfer module in our experiments for the simulation of resistive heat conduction. The simulation results show that COMSOL can achieve flexible setting of multiple boundary conditions and can adjust multiple parameters, which can be compared by simulation and experiment to obtain the real parameters. We have achieved the simulation of the heating curve of the resistive heat conduction model in this paper, and the experiment is more successful.

Key words: LabVIEW;COMSOL;Heat transfer;Resistance model;Virtual simulation;Virtual reality



《基础物理实验（II）》课程简化报告

学院： 物理学院

专业： 物理学专业

年级： 2021 级

实验人姓名(学号)： 路尚润 21305127

参加人姓名(学号)： 叶馨蔓 21305151

日期： 2022 年 9 月 27 日 星期二

上午[☒] 下午[☐] 晚上[☐]

地点： 陆佑堂 406

室温： 28℃

相对湿度： 未知

实验 A6 交流信号的频谱及常用电子元器件的 I-V 特性

[数据记录及处理]

1. 交流信号的频谱特性

(1) 频率固定时正弦波、三角波、正斜波、方波的波形和频谱图

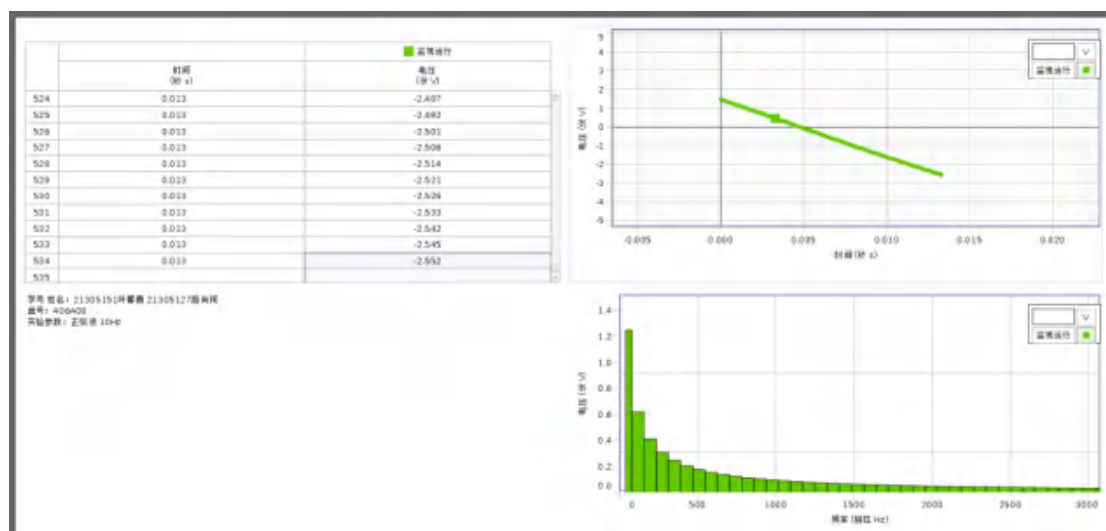


图 1 正弦波 10Hz 波形、频谱图

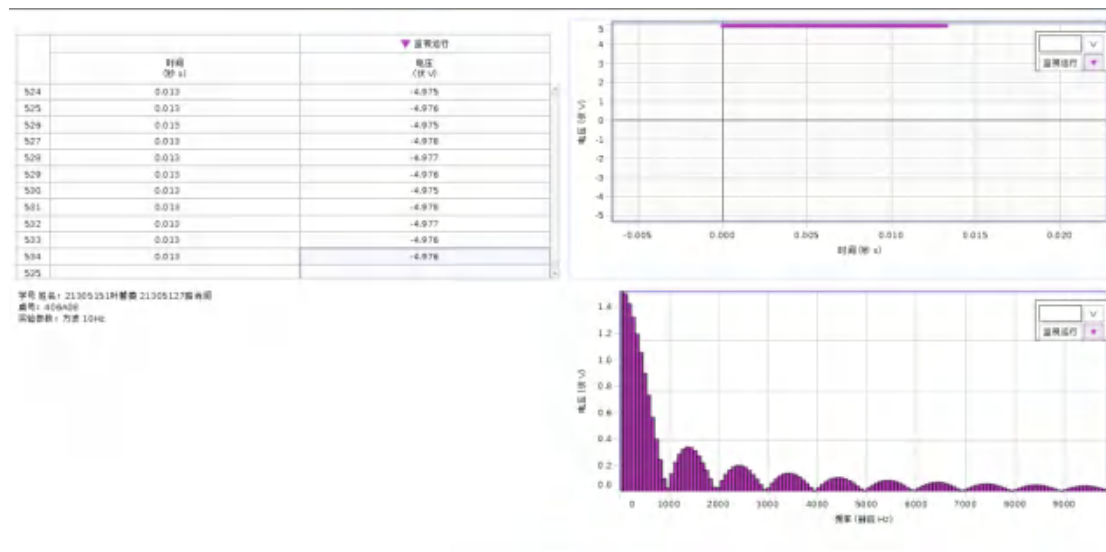


图 2 方波 10Hz 波形、频谱图

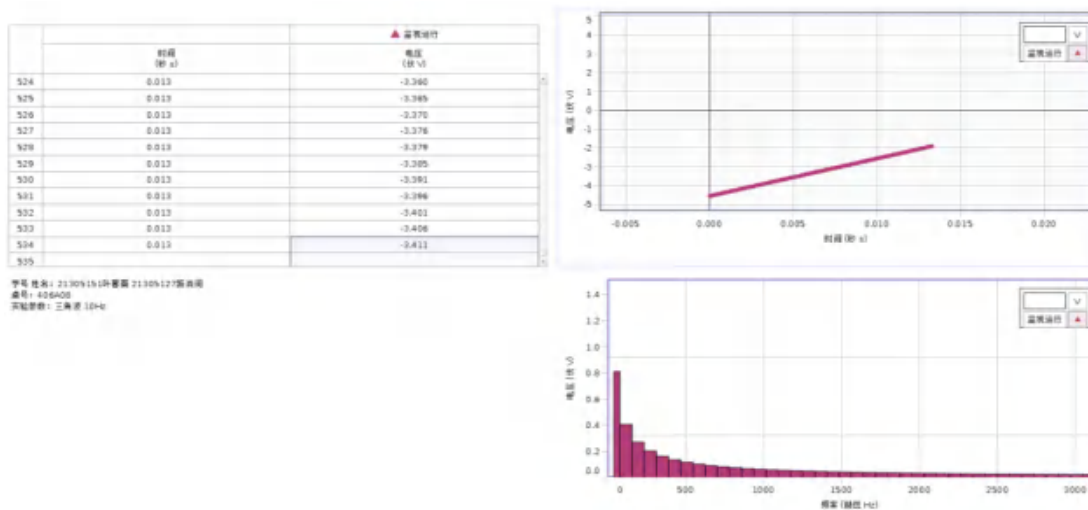


图3 三角波 10Hz 波形、频谱图

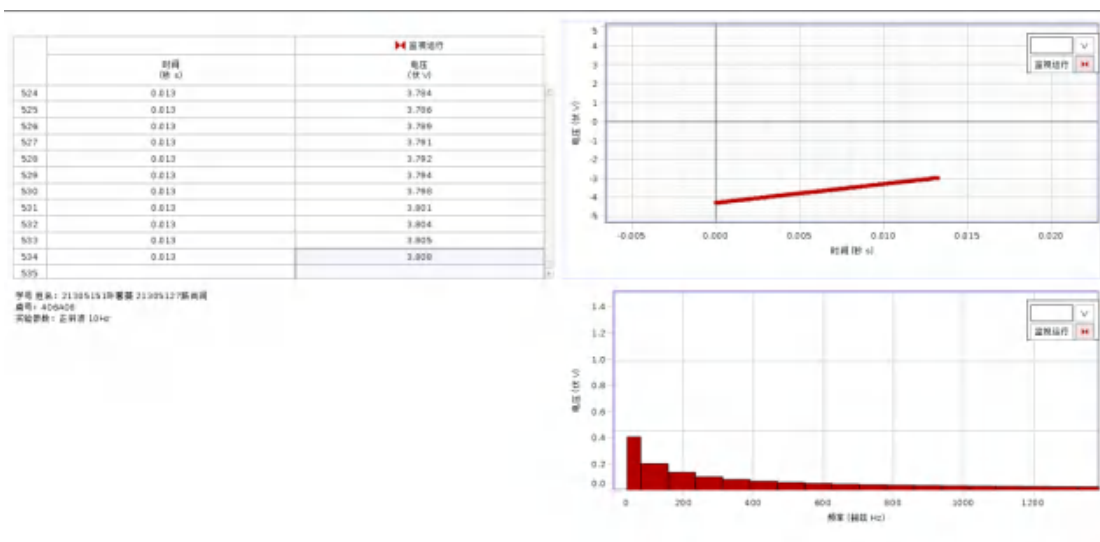


图4 正斜波 10Hz 波形、频谱图

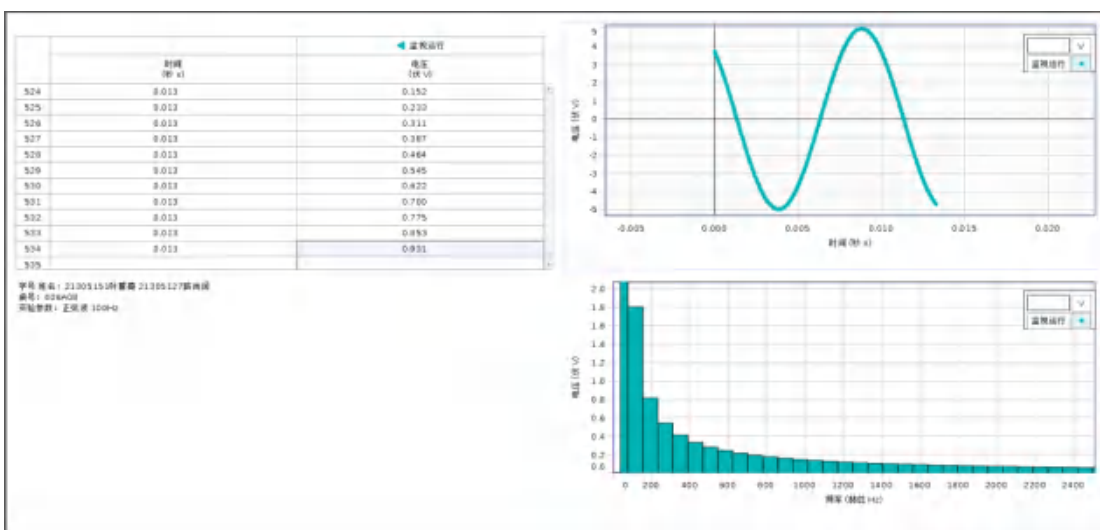


图5 正弦波 100Hz 波形、频谱图



图 6 方波 100Hz 波形、频谱图

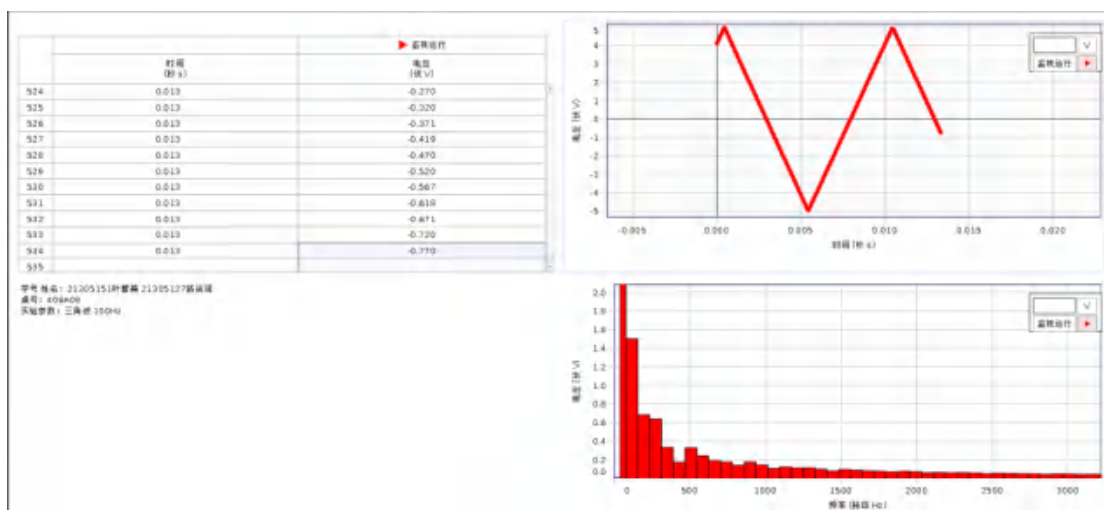


图 7 三角波 100Hz 波形、频谱图

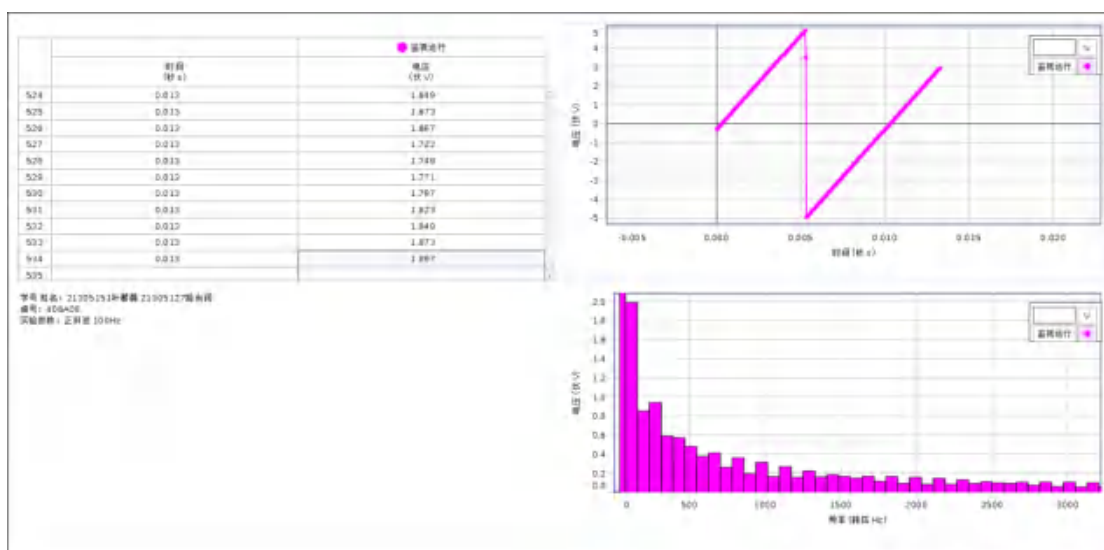


图 8 正斜波 100Hz 波形、频谱图

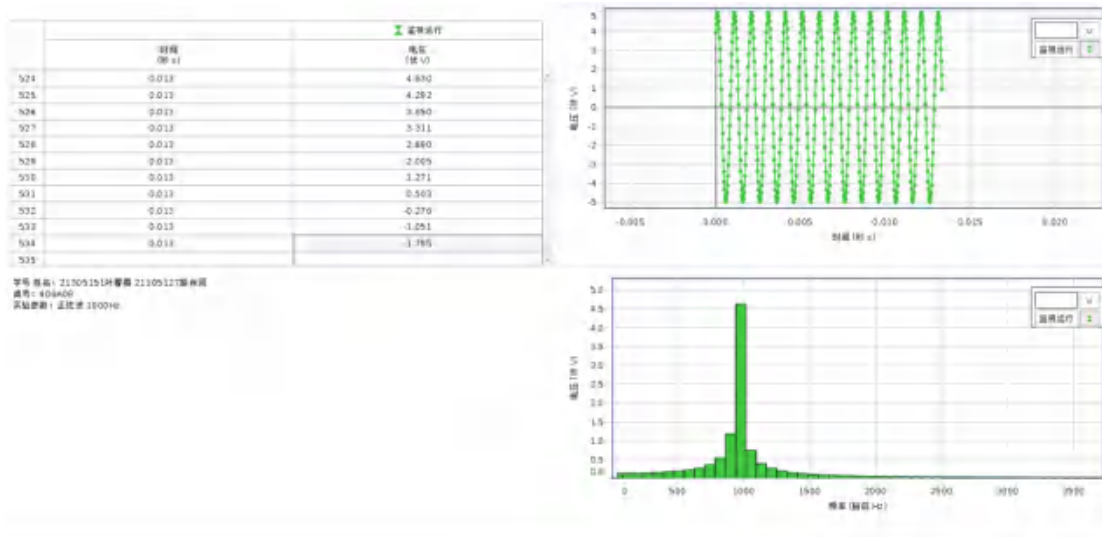


图 9 正弦波 1kHz 波形、频谱图

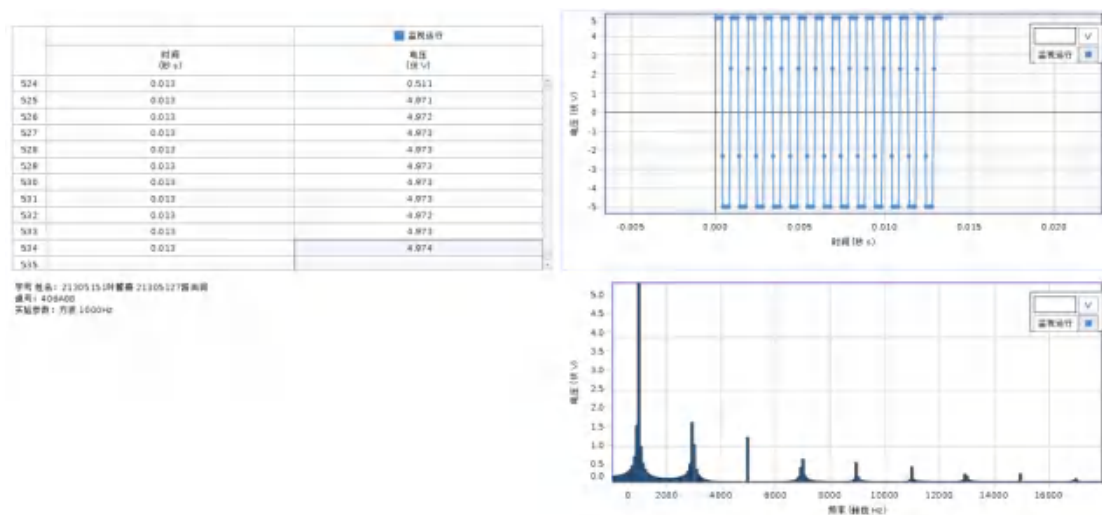


图 10 方波 1kHz 波形、频谱图

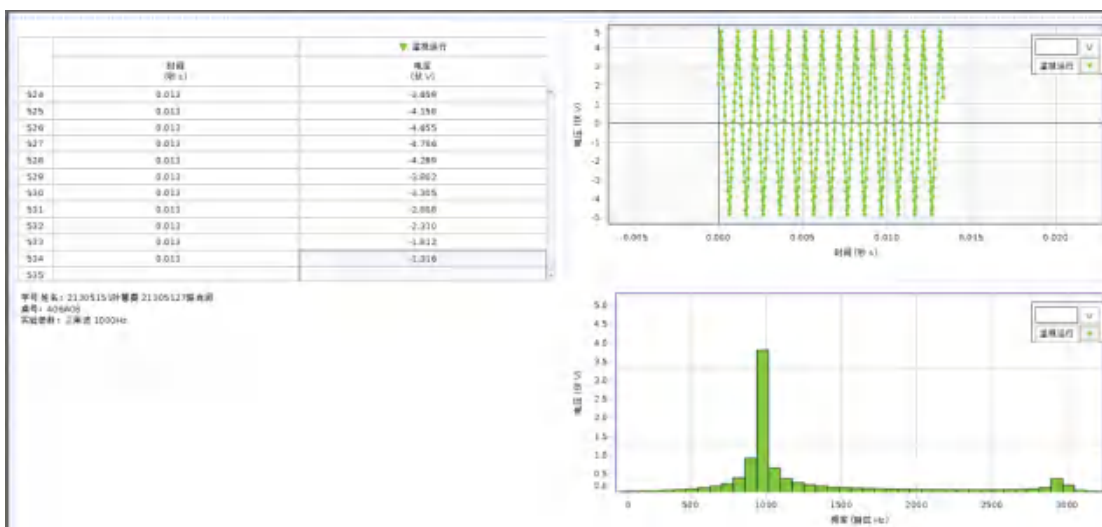


图 11 三角波 1kHz 波形、频谱图

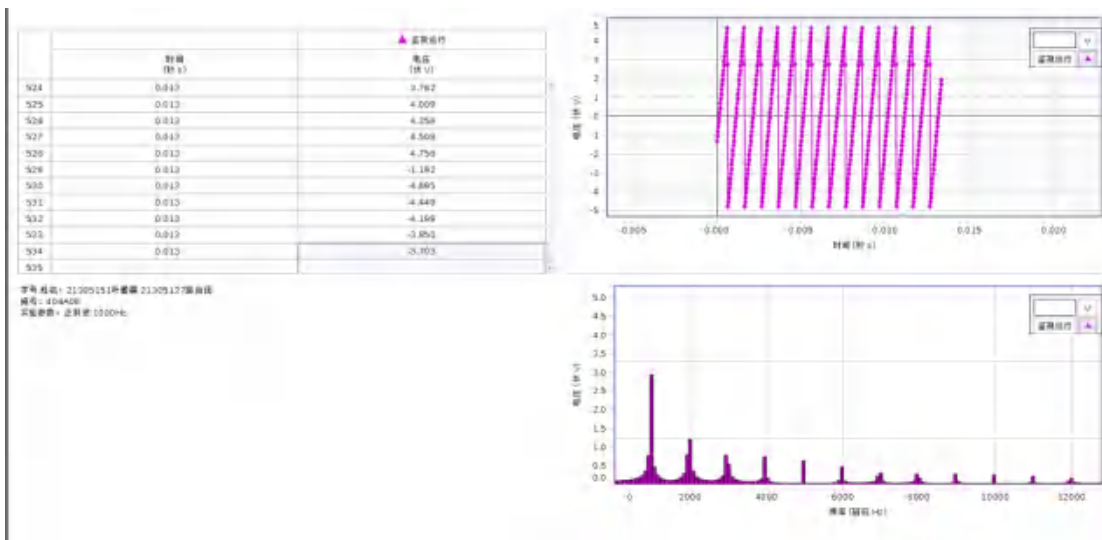


图 12 正斜波 1kHz 波形、频谱图

对比:

异:

不同输入波类型最大的区别就是波形不同，每个类型的波都有其各自的波形，只是在低频下因为测量有效时间较短，并未很好地体现出其波形差距，在较高频率时即可直观地看出其波形差距。

因为正弦波的频率和幅度都保持恒定，瞬时值也是按照正弦规律变化的波形，只有这种波形才不含有谐波，所以从其频谱图可以看出，其并未体现出离散性(频谱间最小距离为 ω_1)和谐波性(谱线对应频率为基频 ω_1 的整数倍)，而其余三种波形在高频时的频谱图都或多或少地体现出了离散性和谐波性。

同:

四种波形的频谱图不论在高频还是低频都能较为直观地体现出频谱图的收敛性，即随着频率的增长， U_n 逐渐减小。

(2)频率变化时正弦波和三角波的频谱图

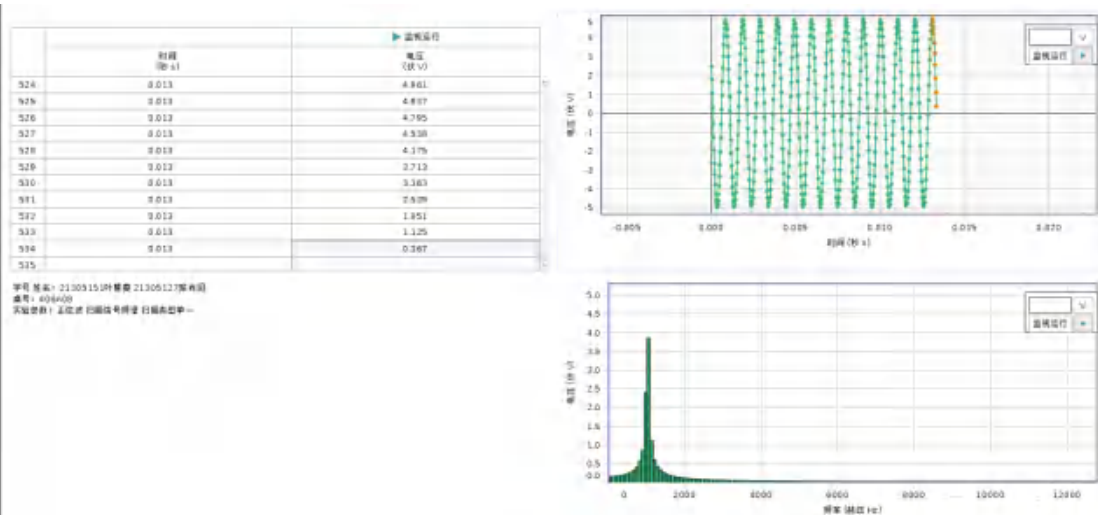


图 13 正弦波 扫频信号波形、频谱图 1

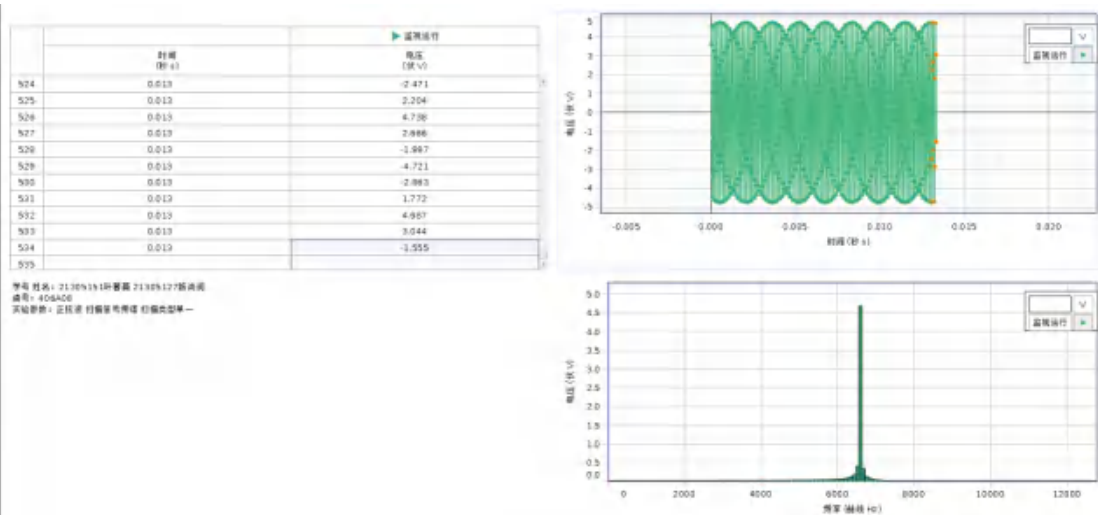


图 14 正弦波 扫频信号波形、频谱图 2

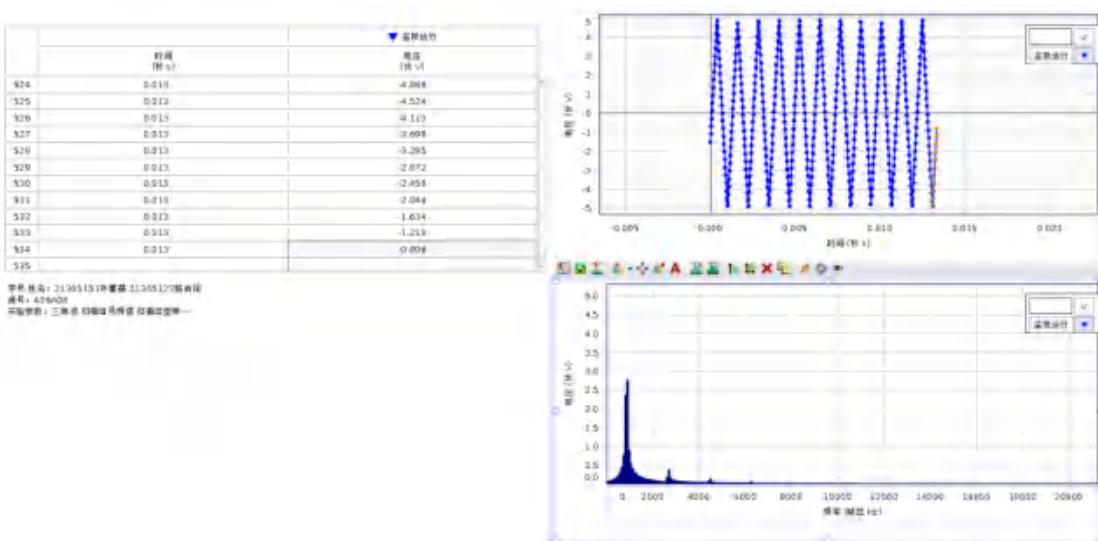


图 15 三角波 扫频信号波形、频谱图 1

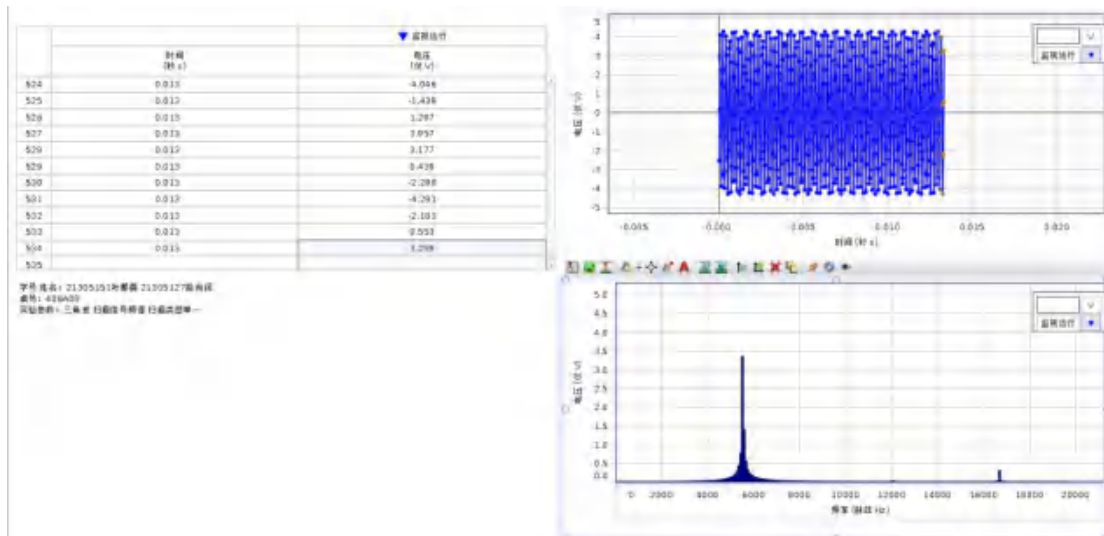


图 16 三角波 扫频信号波形、频谱图 2

变化情况:

起始频率为 1Hz，终止频率为 10kHz，持续时间为 20s，开启扫频模式后，可以观测到，在刚开启监测工作时，频谱图的电压集中在低频，随着时间推移，其峰值所对应的频率逐渐增长，且可以看出波形越来越密集，即频率逐渐增长，即输出端所输出的波频率逐渐增长。

2. 测量电阻、电容、电感的直流 I-V 特性曲线

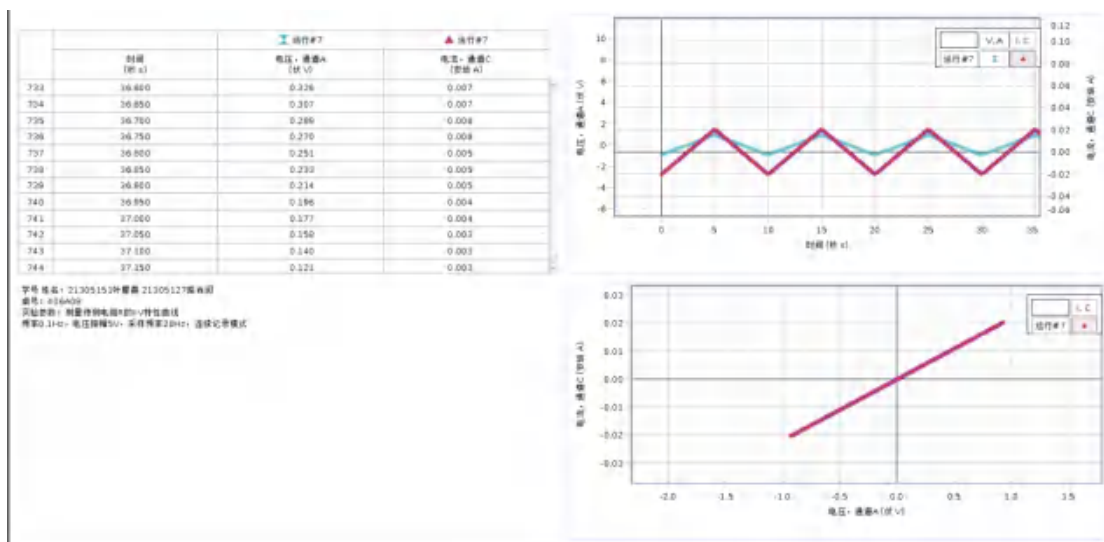


图 17 电阻 47Ω 直流实验数据窗口

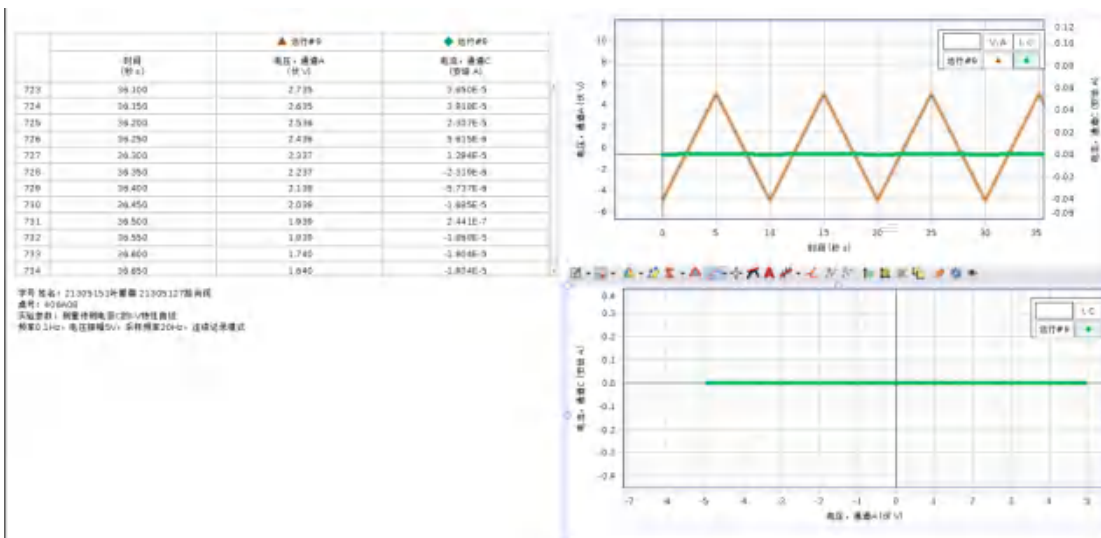


图 18 电容 $0.47 \mu F$ 直流实验数据窗口

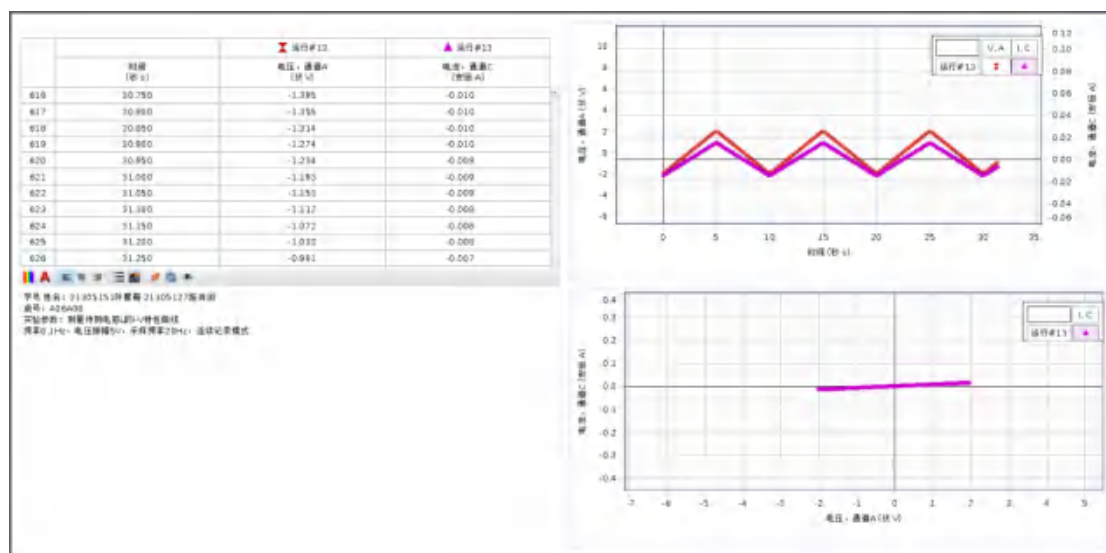


图 19 电感 20mH 直流实验数据窗口

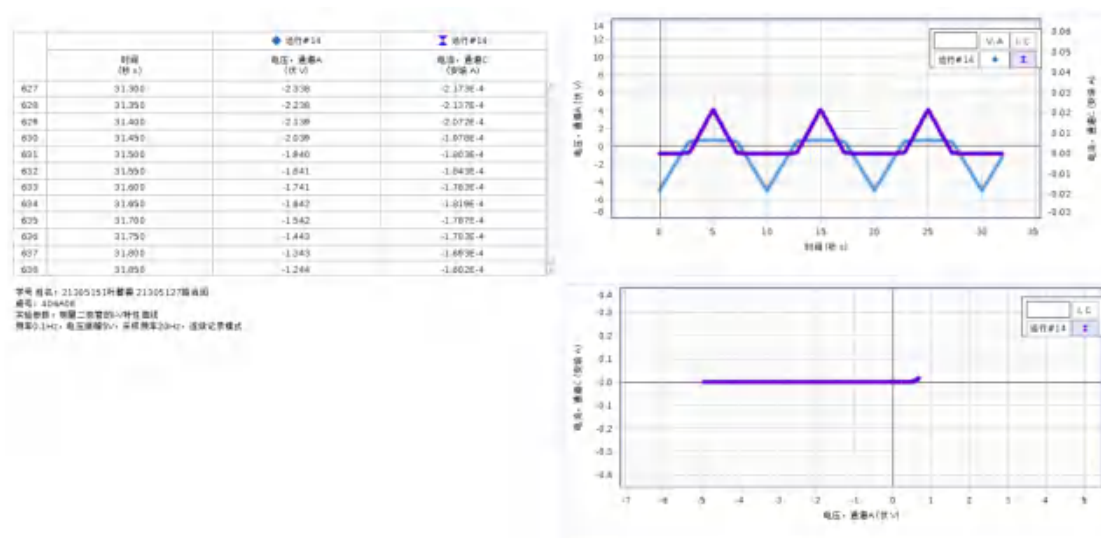


图 20 二极管直流实验数据窗口

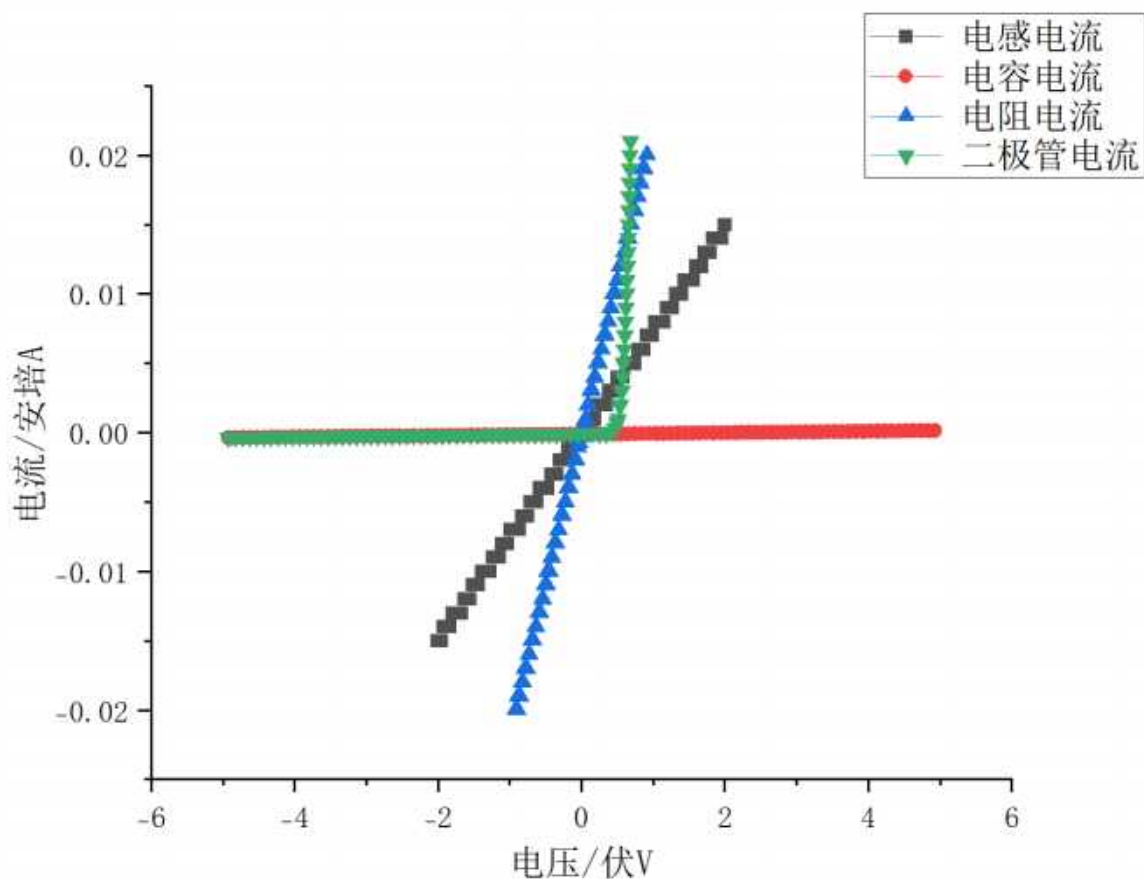


图 21 四种元件的 I-V 特性曲线

对比：

一共有四种元件，对于低频三角波，频率为 0.1Hz，其作用于元件时呈现的瞬时状态基本为直流电。

异：

对于①电阻，其符合欧姆定律，在每一时刻都有

$$V = IR \quad (1)$$

故其在这段时间内不同电压大小下所画出的 I-V 图线为一条斜率为 $\frac{1}{R}$ 的直线；

对于②电感，因为其不是理想电感，有一定的阻值，故其在直流电的作用下宏观表现与电阻一致，也为一条直线，其斜率也为 $\frac{1}{R}$ 只是此时的 R 对其元件的实际应用意义并不明显；

对于③电容，其在直流作用下电流应为 0，但此时并不完全是直流，只是输入端频率较低，所以此时电流极小，画出的图线应为电压范围为-5 到+5，电流约为 0 的一条直线；



对于④二极管，其有单向导电性，故当加在其两端电压为负值时，其电流值约（可能并不是理想二极管，单向导电性并不一定很强，会有反向电流）为 0，当加在其两端的电压为正值时，由于其电阻随外加电压而改变，此时斜率定义为其动态电阻，可以看出，其在 0 点附近时，I-V 曲线为一弧线，表明其电阻随电压增大而减小。

同：

四个元件在每一时刻的 I-V 数据与其直接通直流的宏观表现基本一致，在某一长时间内，就能体现出其在不同电压下通直流的性质，用低频波输入是能快速得出其直流电下的 I-V 特性曲线的一个不错的方法。在正向电压时，电阻、电感、二极管的表现基本一致，都体现一种“电阻”。

计算电阻的阻值：

因为

$$R = \frac{V}{I} \quad (2)$$

可知

$$V = IR \quad (3)$$

所以将电阻测得的数据进行线性拟合，所得斜率即为R

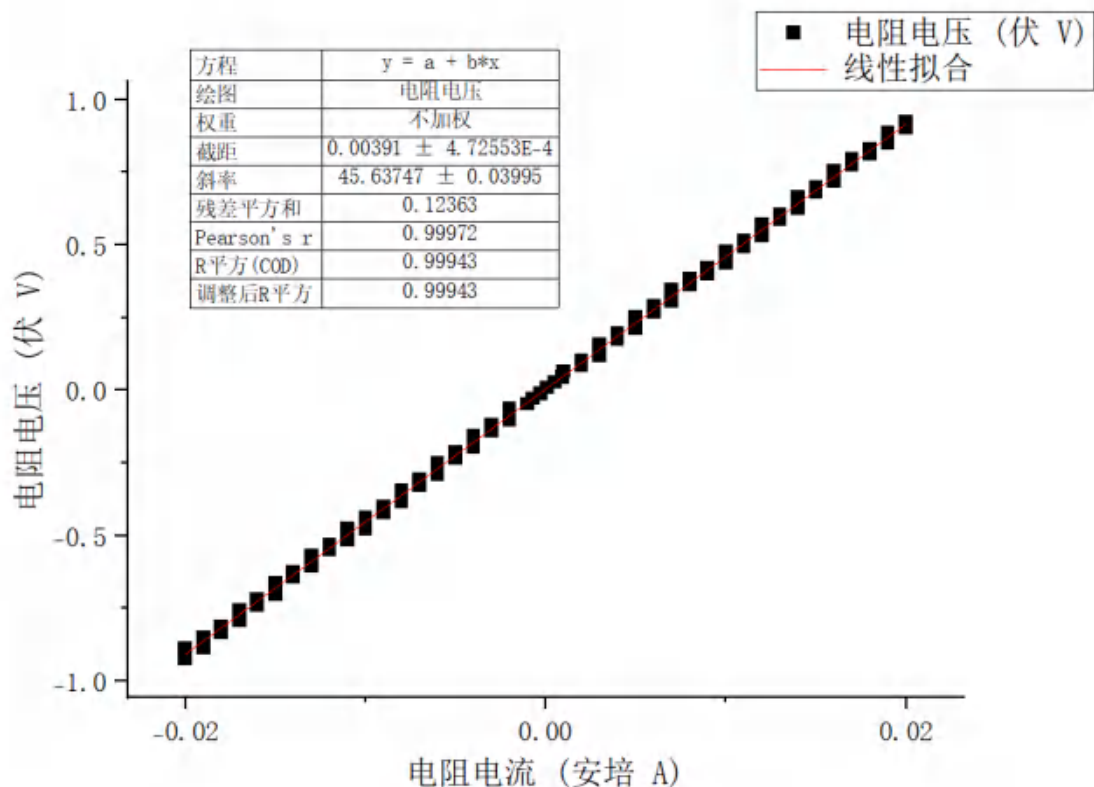


图 22 电阻的 V-I 拟合曲线



表 1 电阻拟合数据

拟合数据	值 R/Ω	误差 Δ/Ω
斜率	45.63747	0.03995

因为误差应符合正态分布，取 3σ 准则

则误差

$$S = 3 \times \Delta = 0.12\Omega \quad (4)$$

则电阻值为

$$R = (45.6 \pm 0.2)\Omega$$

计算电感的阻值：

在直流电下，非理想电感如同电阻一样符合欧姆定律式(2)(3)，则将电感测得的数据进行线性拟合，所得斜率即为 R

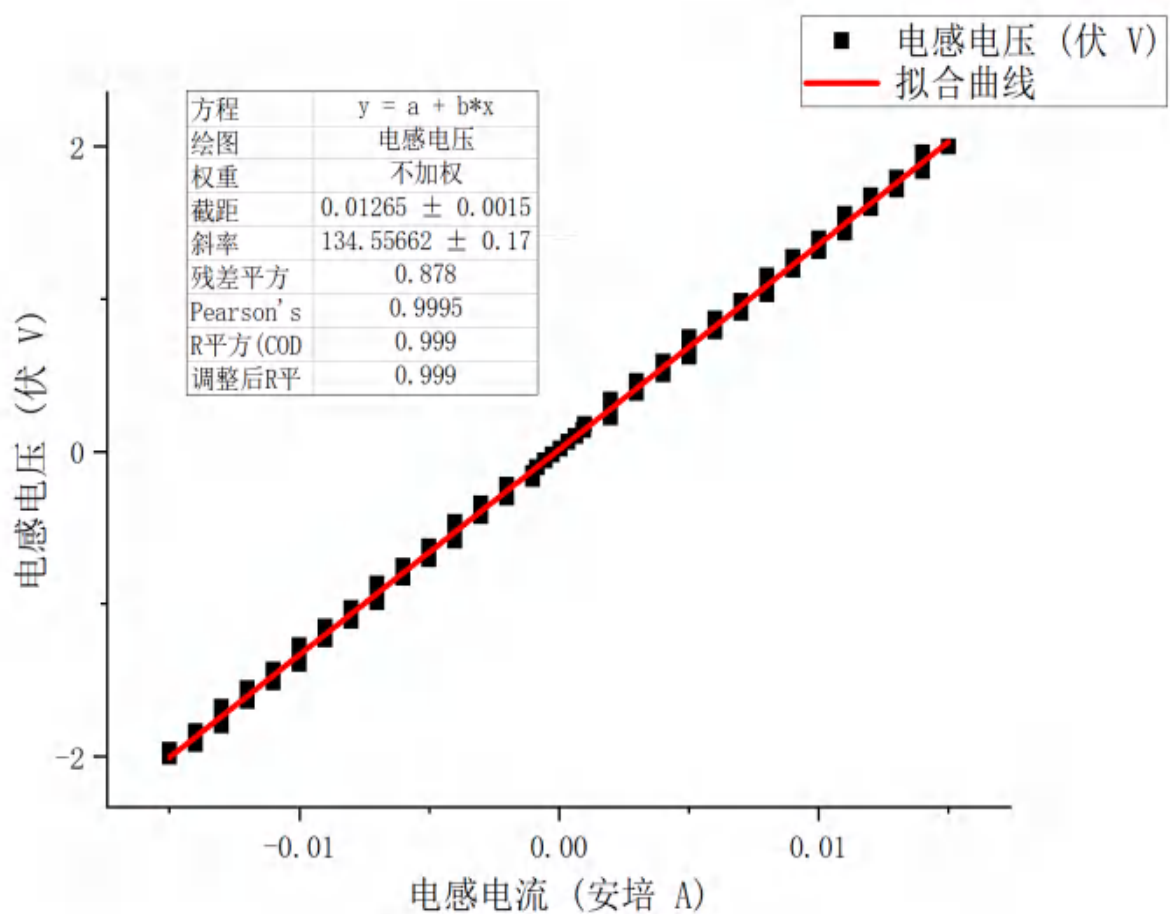


图 23 电感的 V-I 拟合曲线



表 2 电感拟合数据

拟合数据	值 R/Ω	误差 Δ/Ω
斜率	134.55662	0.17056

因为误差应符合正态分布，取 3σ 准则

则由式(4)误差可得

$$S_L = 0.52\Omega$$

则电感的阻值为

$$R_L = (134.6 \pm 0.6)\Omega$$

3. 测量电阻、电容、电感、二极管的交流 I-V 特性曲线

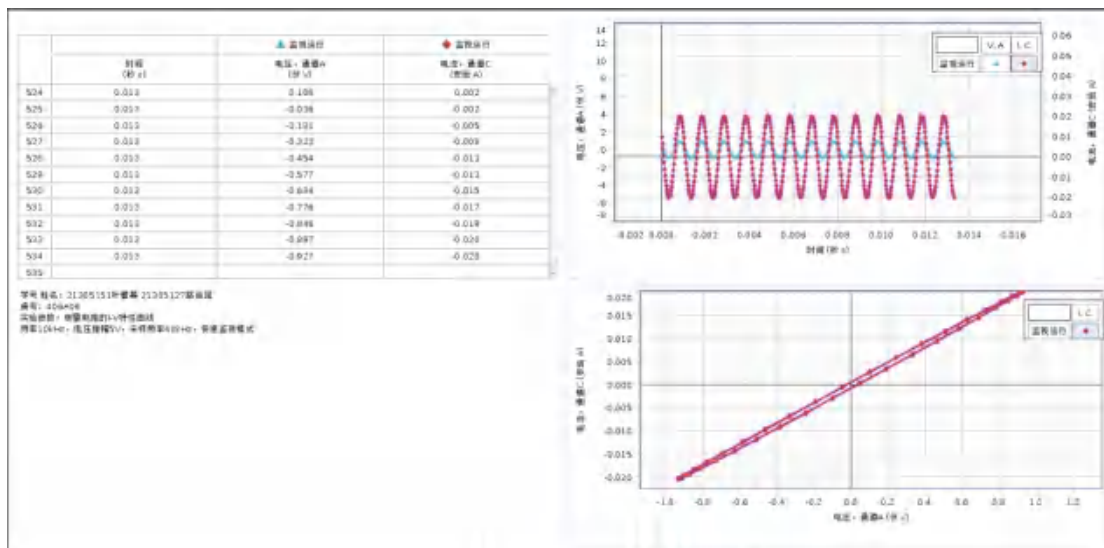


图 24 电阻 47Ω 交流实验数据窗口

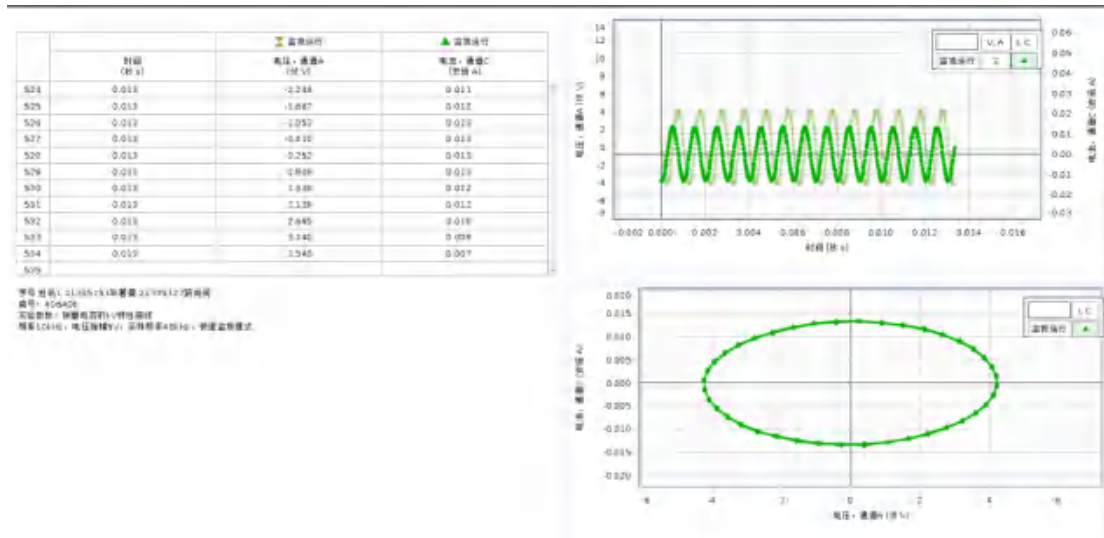
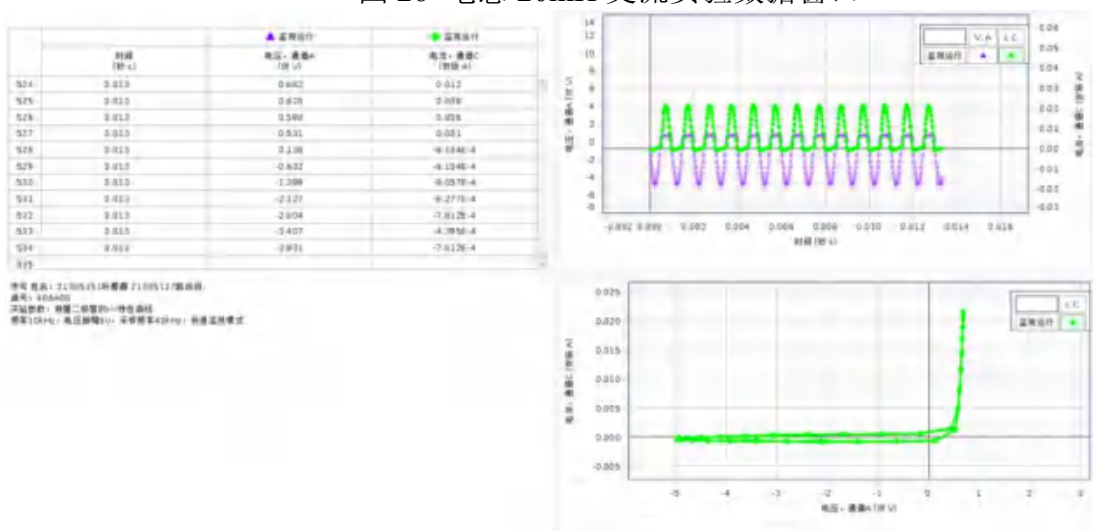
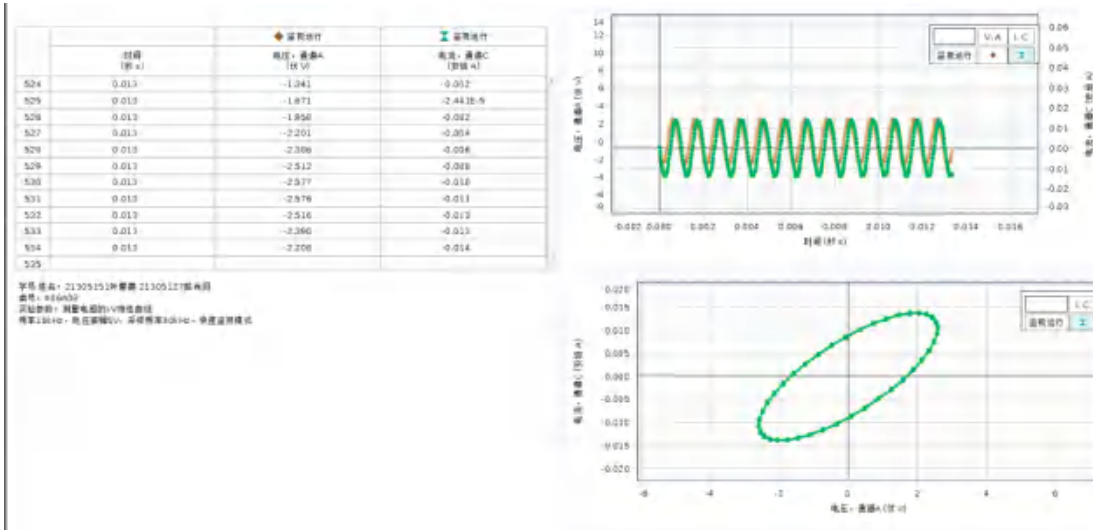


图 25 电容 $0.47\mu\text{F}$ 交流实验数据窗口



对比说明:

(1)电阻:



1

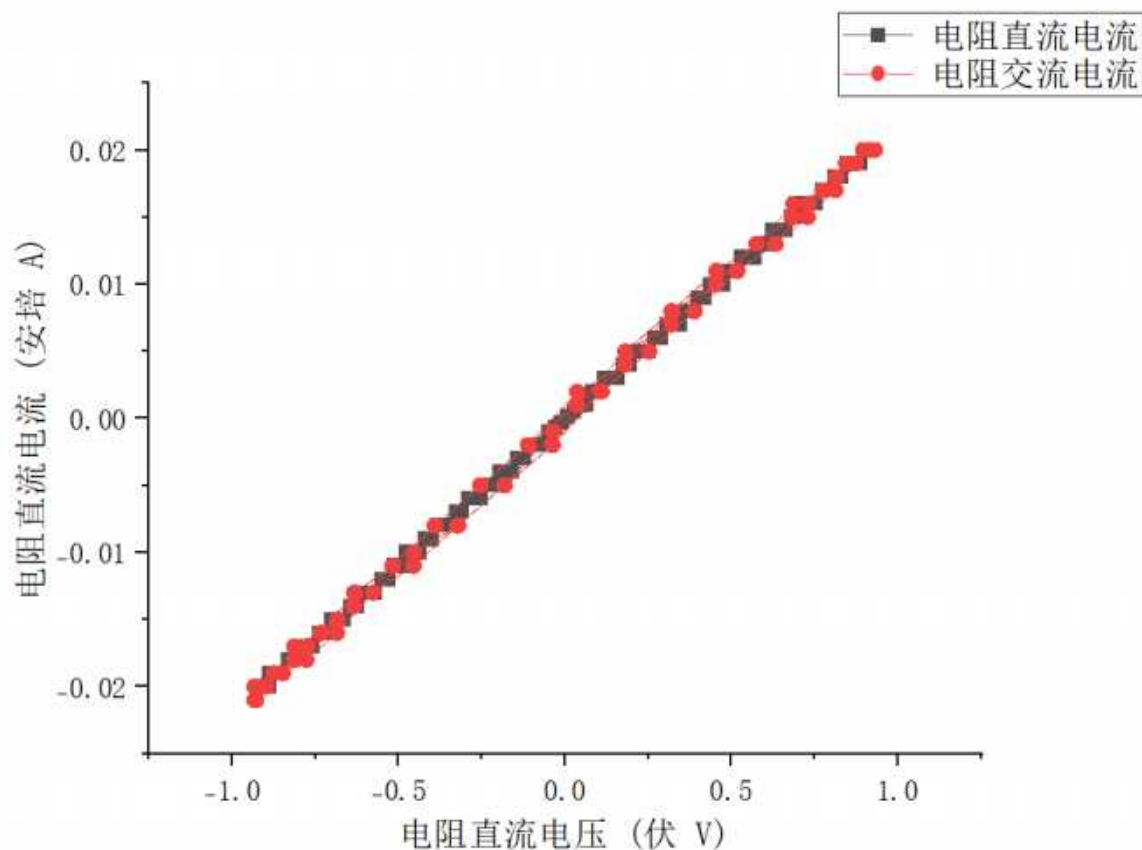


图 28 电阻直流与交流 I-V 曲线

对于电阻的交流与直流，因为其为线性元件，所以直流与交流对其应该没有影响。经过数据点作图发现，其差别不大，都符合欧姆定律，有微小差别的原因可能是高频时电阻的电感效应，因为在高频信号下，即使是一根直导线也会产生电感，从实验室电脑所绘制的 I-V 特性曲线可以看出，其为一个扁平的斜椭圆，且测量时噪声也会产生误差，对其作图也有一定的影响。

(2) 电容



1

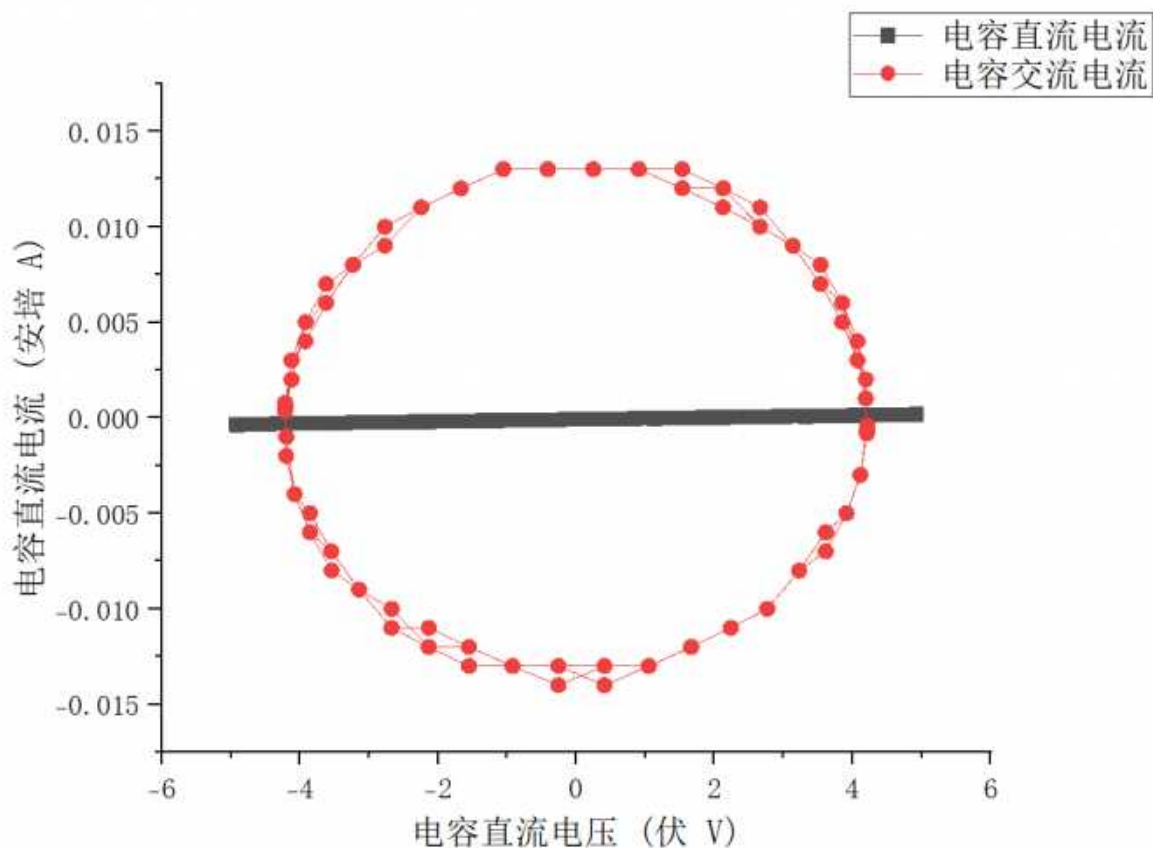


图 29 电容直流与交流 I-V 曲线

对于电容，由公式

$$I = C \frac{dU}{dt} \quad (5)$$

可知其在近似直流时，因为 U 相对于时间变化极慢，故此时电流约为 0；

对于交流电，此时输入的为正弦波，可认为

$$U = U_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (6)$$

由公式(5)并对其求导可知

$$I \propto \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (7)$$

故此时电流与电压有 $\frac{\pi}{2}$ 的相位差，所作图形为一个圆(或者调整坐标轴也可变成椭圆)。

(3)电感



1

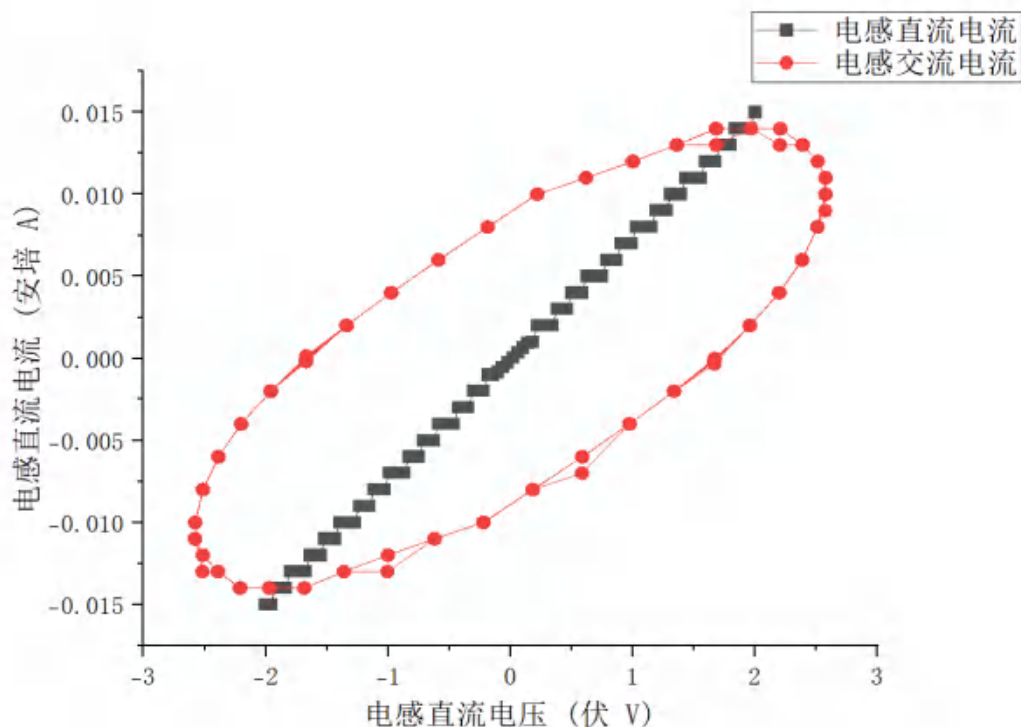


图 30 电感直流与交流 I-V 曲线

因为电感不是理想电感，其有一定的电阻，故在直流电时，其宏观表现与电阻基本一致，所作 I-V 特性曲线为一直线。

对于交流电，由公式

$$U = L \frac{dI}{dt} \quad (8)$$

而对于正弦波，可假设其电流

$$I = I_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (9)$$

则同样求导可得

$$U \propto \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (10)$$

但所用电感并不是理想电感，其有一定的电阻，所以所作 I-V 特性曲线为一斜椭圆，可认为是一线性电阻与一理想电感叠加共同的作用。

由直流电电感数据拟合所得电阻值，将交流电所得电压数据减去此时电流与其电阻的乘积，即有：

$$U' = U - IR_L \quad (11)$$

则此时所得 U' 即为消去电感电阻影响的电压，其是单纯由电感产生的电压，绘制其 I-V 曲线

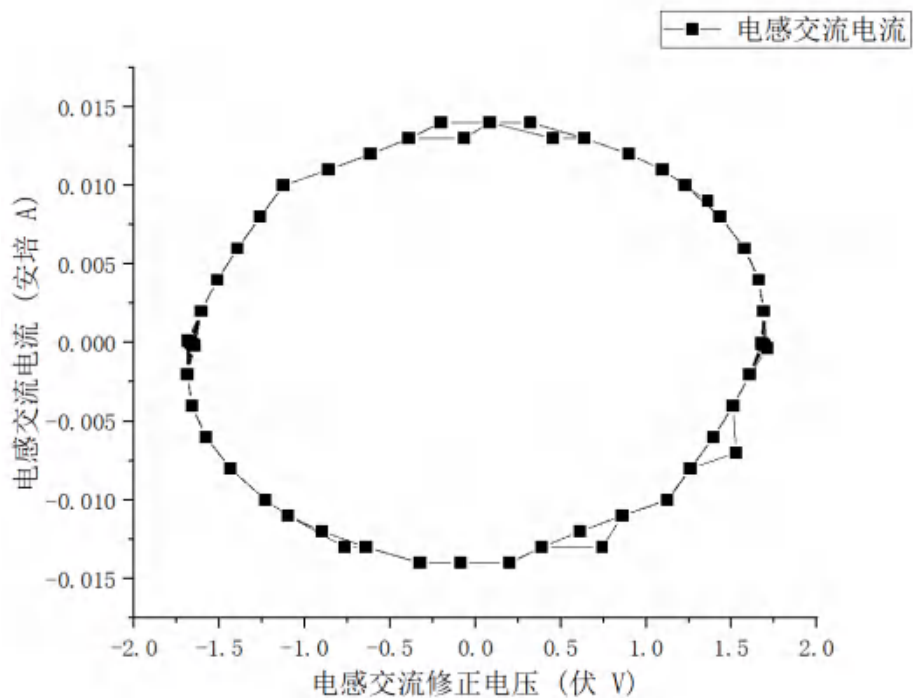


图 31 电感交流修正后的 I-V 曲线

可以看出，其为一个圆(在调整坐标轴也可以变为椭圆)，是因为 I 与 U 之间有 $\frac{\pi}{2}$ 的相位差，此图即为消除电阻效应后的电感所产生的感生电压。

(4)二极管

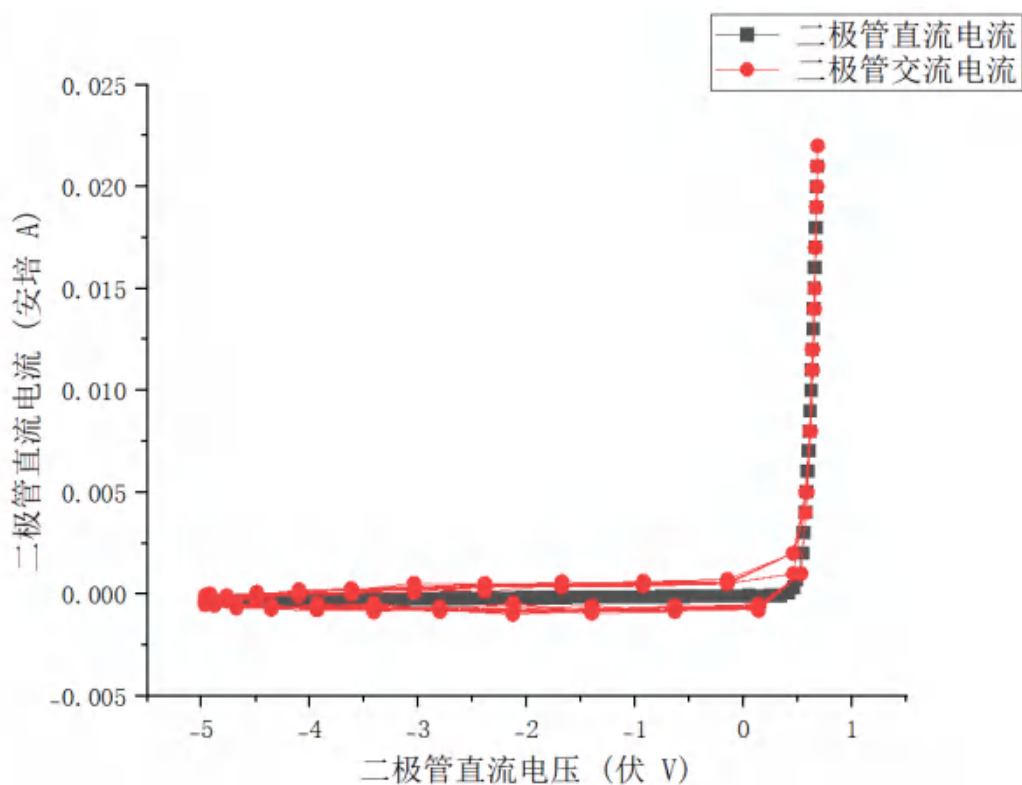


图 32 二极管直流与交流 I-V 曲线



对于二极管，其有单向导电性，且正向导电时电阻随 V 的变化而变化，且其对于直流与交流电并不敏感。

通过作图可以看出，正向通电时直流与交流的 I - V 特性曲线几乎一致，但反向通电时交流电产生了较明显的反向电流，且其 I - V 特性曲线类似于一椭圆，推测可能是高频信号使其产生了电感，所作曲线为电感与反向电流的共同作用。

[讨论和结论]

大部分的讨论分析已在数据记录与处理中进行，在此只进行概括性论述。

1. 交流信号的频谱特性

此题观测了不同频率下的正弦波、三角波、方波和正斜波的波形以及频谱图，因为实验所用采样方式为快速监测模式，所保留数据较少，其时间跨度约为 $0.15s$ ，在频率较低时，无法观测到整个波形，只能观测到一小段曲线，此时各类图像并不能看出明显区别；在频率较高时，能够明显地看出其波形差距，其频谱图的电压峰值位于其输入波的频率之上。

2. 测量电阻、电容、电感、二极管的直流 I - V 特性曲线

此时所用方式为用低频三角波去模拟直流电输入的情形，此方法能够同时获得在不同直流电压输入下的各类元件的 I - V 数据，能够较快地得出其 I - V 特性曲线，且误差较小。

在此题中不仅计算了电阻的阻值，还计算了电感的阻值，便于在第三题中进行电感的进一步处理分析。

3. 测量电阻、电容、电感、二极管的交流 I - V 特性曲线

此题是在高频正弦波下测量的各种元件的 I - V 数据，在高频输入下，相对于直流电，各类元件的 I - V 特性曲线变化较大，电阻在高频下产生了电感，非理想电感是线性电阻与理想电感的叠加，电容器体现了其通交流阻直流的特性，二极管在高频电压的作用下的反向电流甚至可能产生了电感。

此题通过做出不同元件的 I - V 特性曲线直观地感受了其高频特性，与理论相符。

[思考题]

1. 电阻值、电容量、电感量如何定义？

电阻值：一般的电阻值是一个电阻的额定数值，其为一个物理量，表示导体对电流阻碍作用的大小，一般由(2)式导出。但是对于电阻元件的定义，对于任何一个二端元件，如果在任意时刻的电压 $u(t)$ 和电流 $i(t)$ 之间存在代数关系：



$$f(u, i) = 0 \quad (12)$$

则不论电压的波形如何，则此二端元件即可称为电阻元件，其分为线性的和非线性的，对于任意时刻可由(2)式求得其电阻值。

电容量：电容量即为电容，其一般用于形容在给定电位差下的自由电荷的储存量，记为

$$C = \frac{Q}{U} \quad (13)$$

国际单位为法拉 F，是指容纳电荷的能力。

电感量：电感量即为电感，也称自感系数，当通过一个线圈的磁通匝链数发生变化时，线圈便会产生电势，即电磁感应现象，电动势的大小正比于磁通变化的速度和线圈匝数，定义电感

$$L = \frac{\Psi(t)}{i(t)} \quad (14)$$

是表示电感元件自感能力的物理量，单位是亨 H。

2. 何为交流阻抗？电阻、电容、电感的交流阻抗计算公式是什么？

交流阻抗：对一个稳定的线性系统，若以某个角频率的正弦波电压信号（电压或电流）为激励信号 X 输入该系统，则相应的也会输出一个角频率相同的正弦波电信号（电流或电压） Y ，即响应信号。一般 X 与 Y 的关系为：

$$Y = G(\omega)X \quad (15)$$

若扰动信号 Y 为电压信号， X 为电流信号，则 G 称为系统的阻抗，反之则称为导纳。一系列频率的正弦波讯号产生的阻抗频谱，称为电学阻抗谱（交流阻抗），记为 Z 。

假设电路各电量的频率都为 f ，角频率为 ω ，则

电阻的阻抗：

$$Z_R = R \quad (16)$$

电容的阻抗：

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \quad (17)$$

电感的阻抗：

$$Z_L = j\omega L \quad (18)$$

3. 二极管的直流 I-V 曲线有何特点？稳压二极管与普通二极管相比有何特殊性质？



特点:

1. 伏安特性曲线特点:

① 单向导电性②与温度相关联③非线性

通反向电压时, 其电流极小, 称为反向电流, 其电流近似符合^[1]

$$I_1 \propto 1 - e^{-\frac{qU}{k_B T}} \quad (19)$$

当反向电压增加至一定数值后, 反向电流急剧增大, 进入反向击穿区, 临界电压称为反向击穿电压, 其被击穿后二极管将会损坏。

通正向电压时, 当正向电压较小时, 电流微小, 随电压逐渐增大, 其电流逐渐增大, 且类似于指数增长, 即二极管的电阻逐渐减小, 其正向电流

$$I_2 \propto e^{\frac{qU}{k_B T}} - 1 \quad (20)$$

当电压足够大时, 即可舍去 1, 即为指数增长。

2. 稳压二极管与普通二极管的对比:

普通二极管: 一种具有两个电极的电子元件, 具有单向导电性, 只允许电流由单一方向流过, 一般应用其整流的功能。

稳压二极管: 利用 PN 结反向击穿状态, 其电流可在很大范围内变化而电压基本不变的现象, 制成的起稳压作用的二极管。

稳压二极管的特殊性质: 其工作于反向击穿状态, 具有稳定的端电压。稳压二极管的工作电流是从负极流向正极, 是利用 PN 结反向击穿后, 其端电压在一定范围内保持不变的原理工作的。当反向电压接近其反向电压临界值时, 反向电流骤然增大, 称为击穿, 此时反向电阻降至极小, 尽管电流在很大范围内变化, 但其电压却基本稳定在击穿电压附近。只要反向电流不超过其最大工作电流, 稳压二极管是不会损坏, 且这种击穿是可逆的。但对于普通二极管, 其反向击穿后将产生不可逆影响, 造成永久损坏。

4. 交流特性测量实验中, 信号发生器显示的输出电压与实际测量的总电压值是否相同? 为什么? 实验中为何要保持总电压不变。

不相同, 因为示波器的带宽是一个定值, 当输入的信号频率慢慢增加时, 信号的高频分量就会被示波器滤除, 所呈现的现象就是信号的幅度减小, 带宽决定着示波器



对信号的基本测量能力，随着信号频率的增加，示波器对信号的准确显示能力将下降，即总电压相应会减小。

实验中为对比不同元件的伏安特性曲线，为方便对比频率的影响，应保证电压一致保证变量唯一，能够更好地对比各个元件的幅频特性，若改变电压，则元件的电压会时刻变化，难以作对比。

5. 交流特性测量实验中为什么不用数字万用表测量元件两端的电压？试测一组数据并说明原因。

数字万用表测量交流电的方式为：

首先引入整流元件，构成整流系的交流电压表，一般采用的整流器为半导体整流器，将交流电整流成直流电，整流后的直流电压值与交流电有效值成一定的比例关系，然后用测直流的方法去测交流电的电信号。

所以其得出的是交流电电信号的有效值，对于高频交流电，其所测数据应为一个点，无法显示出各个元件的交流伏安特性。

[参考文献]

[1]连汉丽.二极管伏安特性曲线的理论分析[J].西安邮电学院学报,2008(05):150-152.DOI:10.13682/j.issn.2095-6533.2008.05.020.



进频率 1Hz , 终止频率 10Hz , 扫描持续时间取 20s , 扫描类型“单一”, 步进频率 5Hz , 观察波形并证明其变化情况

2. 测量电阻、电容、电感、二极管的直流 $I-V$ 特性

1. 按图 1 方式连接电路, 限流电阻 $R_1 = 200\Omega$, 电流用电流传感器测量, 电压用电压传感器测量, 以采用函数信号发生器产生的低频三角波, 电压最小值 -5V , 最大值 $+5\text{V}$ (即振幅) 传感器的采样率取 40kHz , 采用快速监视工作模式, 测量结束后将数据导出为“.csv”文件格式。

为测量直流特性, 信号周期 T 应大于 $10\mu\text{s}$, 若 $R_1 = 1\text{k}\Omega$, $C = 0.47\mu\text{F}$, 则 $10\mu\text{s} = 0.047\text{s}$, T 取 0.1s 就可满足实验的要求, 本实验为了便于观察曲线的变化情况, 取 $T = 0.1\text{s}$, 即 $f = 10\text{Hz}$ 。

注意: 电压传感器的采样率大于 10kHz , 使得每秒钟至少有 1000 个实验点, 若 $f = 0.1\text{Hz}$, 则采样率不低于 100Hz , 若设备采样率足够快, 实验过程采用连续工作模式, 可适当提高采样率。

1. 新建工作页面, 包括四个窗口: ① 数据表格, 第一列为时间, 第二列为电压值, 第三列为电流, ④ 次窗口, 用于手工输入学号、姓名、组别、桌号、实验参数等信息。② 波形窗口, 横坐标为时间, 纵坐标为电压和电流。③ 波形窗口, 横坐标为电压, 纵坐标为电流。

1. 测量电阻 (51Ω), 电容 ($0.47\mu\text{F}$), 电感 (20mH), 二极管的 $I-V$ 特性曲线, 导出数据并用做软件在同一幅图中显示多条曲线, 对比说明上述元件直流 $I-V$ 特性的异同并计算电阻值。

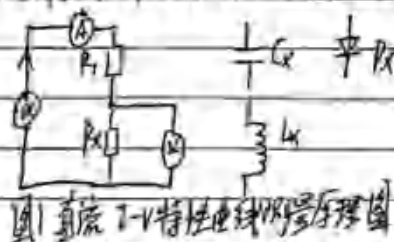


图 1 直流 $I-V$ 特性曲线测量原理图



图 2 交流幅频特性的测量原理图

3. 测量电阻、电容、电感、二极管的交流 $I-V$ 特性

1. 按图 1 方式连接电路, 限流电阻 $R_1 = 200\Omega$, 电流用电流传感器测量, 电压用电压传感器测量, 图 1 中的 DC 电源改为 AC, 采用函数信号发生器产生正弦波, $f = 1\text{kHz}$, $U_p = 5\text{V}$, 传感器的采样率取 40kHz , 采用快速监视工作模式。

1. 新建工作页面, 包括四个窗口: ① 数据表格, 第一列为时间, 第二列为电压值, 第三列为电流, ④ 次窗口, 用于手工输入学号、姓名、组别、桌号、实验参数等信息。② 波形窗口, 横坐标为时间, 纵坐标为电压和电流。③ 波形窗口, 横坐标为电压, 纵坐标为电流。

1. 设置频率取 1kHz , 测量电阻、电容、电感、二极管的交流 $I-V$ 特性曲线, 并与实验内容 1 测量的直流特性曲线进行对比, 说明上述元件交流 $I-V$ 特性的异同。

谭创

[数据记录]

20220927

谭创(教师)

Internet > 12.5.2.17, 165, 31 > Pata > 周二上午 CD 组 > 405121 实验 10 2022-09-27 10:50

实验 B9

迈克尔逊干涉及应用（白光干涉）简化报告

学院： 物理学院

专业： 物理学专业

年级： 2021 级

实验人姓名(学号)： 路尚润 21305127

参加人姓名(学号)：

叶馨蔓 21305151

日期： 2022 年 9 月 13 日 星期二

上午[☒] 下午[☐]

晚上[☐]

地点： 陆佑堂 107

室温： 26°C

相对湿度： 未知

[数据记录]

1.调出倾干涉条纹



2.钠双黄线波长差的测量

表 1 M1 镜移动距离 Δd 的测量

N/次数	起始位置/mm	末位置/mm	Δd /mm
1	12.0657	12.3525	0.2872
2	12.3524	12.0710	0.2814
3	12.0717	11.8090	0.2627
4	11.8097	11.5361	0.2736
5	11.1969	10.8974	0.2995

3.白光干涉的调节并测透明薄片的折射率

表 2 M1 镜移动距离 Δd 的测量

N/次数	起始位置/mm	末位置/mm	Δd /mm
1	11.8006	11.6952	0.1054

2	11.8007	11.6992	0.1015
3	11.8004	11.6981	0.1023
4	11.8007	11.6965	0.1042
5	11.8006	11.6970	0.1036

表3 薄片厚度 t 的测量

$N/\text{次数}$	1	2	3	4	5
t/mm	0.186	0.187	0.185	0.185	0.186
$N/\text{次数}$	6	7	8	9	10
t/mm	0.186	0.185	0.184	0.185	0.186

[数据处理]

1. 钠双黄线波长差的测量

(1) 数据计算

可知: $\bar{\lambda} = 589.3\text{nm}$, $\bar{\Delta d} = 0.28088\text{mm}$

由相干长度 $L = \frac{\bar{\lambda}^2}{\Delta\lambda} = 2\Delta d$

可得 $\Delta\lambda = \frac{\bar{\lambda}^2}{2\Delta d} = 0.618\text{nm}$

(2) 不确定度分析

Δd 平均值的标准差 $\sigma_{\Delta d} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\Delta d_i - \bar{\Delta d})^2} = 0.00621\text{mm}$

A 类不确定度: $S_A = \sigma_{\Delta d}$

B 类不确定度: $S_B = \frac{0.0001}{\sqrt{3}}\text{mm}$

合成标准不确定度 $U_{\Delta d} = \sqrt{S_A^2 + S_B^2} = 0.0062\text{mm}$

则由误差传递公式有 $U_{\Delta\lambda} = \left| \frac{d\Delta\lambda}{d\Delta d} \right| \times U_{\Delta d} = 1.88 \times 10^{-8}\text{mm} = 0.0137\text{nm}$

取 $p = 0.95$, $t_p = 1.96$

扩展不确定度: $U = t_p \times U_{\Delta\lambda} = 0.037\text{nm} \approx 0.03\text{nm}$

则 $\Delta\lambda = (0.62 \pm 0.03)\text{nm}$

2. 白光干涉的调节并测透明薄片的折射率

(1) 数据计算

由光程差改变量可推出: $n = \frac{\Delta d}{t} + 1$

可知: $\overline{\Delta d} = 0.1034mm$, $\bar{t} = 0.1855mm$

$$\text{则 } n = \frac{\overline{\Delta d}}{\bar{t}} + 1 = 1.557$$

(2) 不确定度分析

$$\Delta d \text{ 平均值的标准差 } \sigma_{\Delta d} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\Delta d_i - \overline{\Delta d})^2} = 0.00071mm$$

$$t \text{ 平均值的标准差 } \sigma_t = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2} = 0.00027mm$$

A 类不确定度: $S_{A\Delta d} = \sigma_{\Delta d}$

$$S_{At} = \sigma_t$$

B 类不确定度: $S_{B\Delta d} = \frac{0.0001}{\sqrt{3}} mm$

$$S_{Bt} = \frac{0.01}{\sqrt{3}} mm$$

$$\Delta d \text{ 合成标准不确定度 } U_{\Delta d} = \sqrt{S_{A\Delta d}^2 + S_{B\Delta d}^2} = 0.00069mm$$

$$t \text{ 合成标准不确定度 } U_t = \sqrt{S_{At}^2 + S_{Bt}^2} = 0.00578mm$$

$$\text{则由误差传递公式有 } U_n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial \Delta d} \times U_{\Delta d}\right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial t} \times U_t\right)^2} = 0.0178$$

取 $p = 0.95$, $t_p = 1.96$

扩展不确定度: $U = t_p \times U_n \approx 0.04$

则 $n = 1.56 \pm 0.04$

[讨论和结论]

1. 钠双黄线波长差的测量

网上搜索到的钠双黄线波长分别为 589.0nm 以及 589.6nm 相差 0.6nm, 实验所得数据为 0.62nm 并且误差为 $\pm 0.04nm$, 误差来源可能是判断清晰与模糊为人为界定, 并没有精确的测量标准, 即对清晰度的判断会造成一定的误差。因为实验中使用的细微调螺旋比较精细, 所以 B 类不确定度较小, 可以通过重复测量减小测量误差以减小不确定度。

2. 白光干涉的调节并测透明薄片的折射率

实验所测数据变化较小, 故 A 类不确定度比较小, 但因为测量 Δd 与测量 t 时的仪器精度不同, 所以导致 t 的 B 类不确定度过大, 影响总的 uncertainty, 所以可以通过更换更精细的测量仪器来测量薄片厚度以减小 uncertainty。

[思考题]

(1) 如何测量透明溶液的折射率？请提出实验方案并说明其合理性。

答：

方法一：可以仿照测薄片折射率的方法，先将一个正方形薄玻璃容器放在某 M1 反射镜与分束镜之间，调出白光干涉条纹，并找到中心暗纹，使其移到视野中央，然后倒入透明溶液，彩色条纹即消失，此时通过调节 M1 反射镜调节光程差，使彩色条纹重新出现并将中心暗纹移到视野中央，通过测量 M1 反射镜的移动量，即为光程差改变量的一半，光程差 $L = 2\Delta d = 2(n - 1)h$ 其中 h 为玻璃容器内壁在光路方向上的距离，即由 $n = \frac{\Delta d}{h} + 1$ 可计算出折射率。

方法二：可以利用折射定律，即 $n_0 \sin \theta_0 = n_1 \sin \theta_1$ ，在透明溶液容器后方摆一张白纸，画一条直线与液面重合，并作其垂线，用一束激光入射前两线的交点，测出入射角度以及折射角度，假设空气折射率为 1 即可利用折射定律算出透明溶液折射率。

(2) 当空气的温度改变时，空气的折射率也会改变，怎样去测量空气的折射率？

答：可以利用迈克尔逊干涉仪，在某一个反射镜与分束镜中添加一个空心玻璃管，并且连接上一个空气泵，能够抽真空与充入空气，此时只需要观察从真空状态缓慢充气到充满空气的状态下干涉条纹移动的数目，即可以用光程差 $\Delta = k\lambda = 2(n - 1)l$ 计算出折射率 n ，其中 l 为空心玻璃管的长度。

- (2) 不安装反射镜, 改用汞灯, 灯前装石英玻璃板, 观察屏改为平面反射镜
 (3) 从反射镜中观察, 仔细调节从镜后的倾斜度, 调节螺钉和从镜的位置, 可观察到直线条的彩色干涉条纹
 (4) 在分镜 P_1 和分镜 M_1 间安装透明薄片, 光路垂直, 彩色条纹消失, 缓慢调节螺钉, 测出头, 端 M_1 和 P_1 间的距离, 重新观察到彩色条纹, 记录从移动的距离 Δd
 (5) 用螺旋测微计测量薄片的厚度, 根据 (4) 计算薄片的折射率

谭创

2022.04.13

[数据记录]

1. 钠黄双波长测量

$$\lambda = 589.3 \text{ nm}$$

表1 Δd 的测量

N/级数	起始位置/mm	终位置/mm	$\Delta d/\text{mm}$
1	12.0657	12.3525	0.2872
2	12.3524	12.0710	0.2814
3	12.0717	11.8090	0.2627
4	11.8097	11.5361	0.2736
5	11.1969	10.8974	0.2995

2. 测量透明薄片的折射率

表2	N/级数	起始位置/mm	终位置/mm	$\Delta d/\text{mm}$
Δd 测量	1	11.8006	11.6952	0.1054
	2	11.8007	11.6992	0.1015
	3	11.8004	11.6981	0.1023
	4	11.8007	11.6965	0.1042
	5	11.8006	11.69970	0.1036

表3: 薄片厚度 t 的测量

N/级数	1	2	3	4	5
t/mm	0.186	0.187	0.185	0.185	0.186
N/级数	6	7	8	9	10
t/mm	0.186	0.185	0.189	0.185	0.186

谭创(数据)

2022.04.13 11:15



《基础物理实验（II）》课程简化报告

学院： 物理学院

专业： 物理学专业

年级： 2021 级

实验人姓名(学号)： 路尚润 21305127

参加人姓名(学号)： 叶馨蔓 21305151

日期： 2022 年 10 月 18 日 星期二

上午[☒] 下午[☐] 晚上[☐]

地点： 陆佑堂 306

室温： 26℃

相对湿度： 未知

实验 C1 电子电荷的确定——密立根油滴实验

[数据记录及处理]

1. 实验参数

由气压表得知，气压值为

$$P = 101.7kPa = 762.81mmHg \quad (1)$$

室温为 26℃，认为油滴与室温热交换平衡，温度相同，而我们知道在室温附近，油滴的密度与温度的变化关系为：

表 1 油滴密度随温度的变化关系

温度/℃	0	10	20	30	40
密度/ $kg \cdot m^{-3}$	991	986	981	976	971

可知油滴密度在室温附近与温度呈线性关系，则用 origin 拟合可知

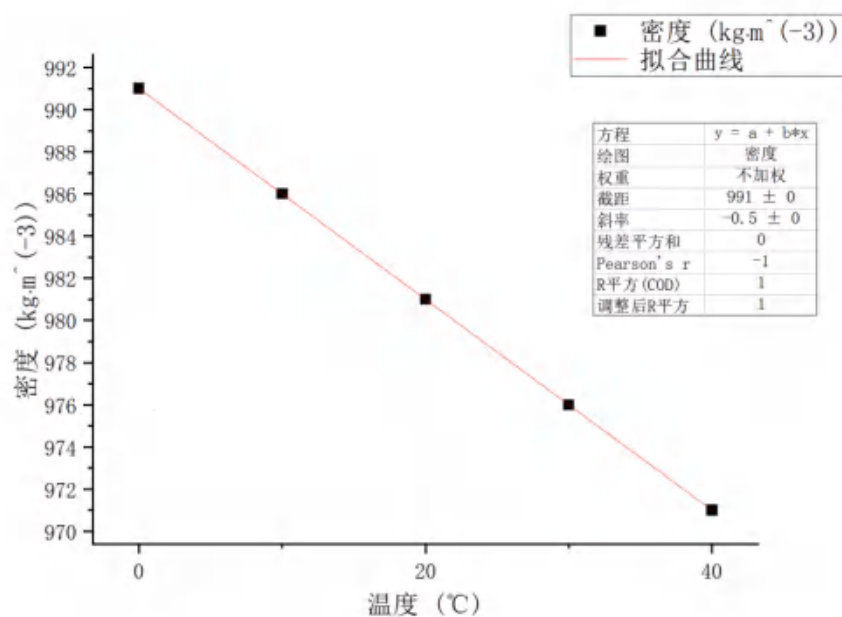


图 1 油滴密度与温度关系的拟合曲线



则可知油温密度随温度的变化关系为

$$\rho = (-0.5t(^{\circ}\text{C}) + 991)\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad (2)$$

而室温为 26°C ，故此时

$$\rho = 978\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad (3)$$

则根据以上数值修正后，密立根油滴实验参数如下表所示：

表 2 密立根油滴实验参数

符号	物理意义	参数值与单位
d	极板间距	$5 \times 10^{-3}\text{m}$
η	空气粘滞系数	$1.83 \times 10^{-5}\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$
b	修正系数	$0.00823\text{N}/\text{m}$ or $6.17 \times 10^{-6}\text{m} \cdot \text{cmHg}$
l	下落距离	默认 1.6mm
g	重力加速度	$9.78858\text{m}/\text{s}^2$
ρ	油的密度	$978\text{kg}/\text{m}^3(26^{\circ}\text{C})$
p	大气压强	101.7kPa or 762.81mmHg
U	平衡(提升)电压	/
t_g	油滴下落时间	/
t_e	匀速上升时间	/

2. 静态法测量

首先使用静态法测量，实验数据为

表 3 静态法实验数据

N/次数	物理量	1	2	3	4	5	平均值
油滴 1	t_g/s	18.87	19.19	19.37	19.36	19.20	19.198
	U/V	315	315	329	309	316	316.8
油滴 2	t_g/s	19.36	20.19	19.11	19.89	19.54	19.618
	U/V	326	314	311	312	321	316.8
油滴 3	t_g/s	15.50	15.41	15.60	15.00	15.40	15.382
	U/V	138	137	135	139	132	136.2
油滴 4	t_g/s	22.84	22.19	22.25	22.41	21.90	22.318
	U/V	262	260	257	260	258	259.4



油滴 5	t_g/s	15.86	15.35	15.57	15.90	15.41	15.618
	U/V	227	232	230	228	231	229.6

而我们由实验原理可得

$$q = \frac{18\pi}{\sqrt{2\rho g}} \left[\frac{\eta l}{t_g \left(1 + \frac{b}{pa}\right)} \right]^{\frac{3}{2}} \frac{d}{V} \quad (4)$$

其中 a 为油滴半径， $v_g = l/t_g$ 为下落速度

$$a = [9\eta v_g / (2\rho g)]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

通过(4)、(5)式得出的结果为

表 4 静态法计算结果

编号	$q/(10^{-19}C)$	元电荷数量 N	元电荷 $e/(10^{-19}C)$
油滴 1	3.35042	2	1.67520
油滴 2	3.23880	2	1.61940
油滴 3	11.0169	7	1.57384
油滴 4	3.23139	2	1.61569
油滴 5	6.38194	4	1.59548
平均值	/	/	1.61593

不确定度分析：

A 类不确定度：

取各组数据的实验标准差，作为各数据的 A 类不确定度

$$U_{t_gA} = S_{t_g} \text{ and } U_{UA} = S_U \quad (6)$$

B 类不确定度：

假设误差满足均匀分布，则 B 类不确定度为

$$U_{t_gB} = \frac{0.01}{\sqrt{3}} s \text{ and } U_{UB} = \frac{1}{\sqrt{3}} V \quad (7)$$

合成不确定度：

$$U_{t_g} = \sqrt{U_{t_gA}^2 + U_{t_gB}^2} \quad (8)$$

$$U_U = \sqrt{U_{UA}^2 + U_{UB}^2} \quad (9)$$



由误差传递公式，有

$$U_q = \sqrt{\left(\left|\frac{\partial q}{\partial t_g}\right| \times U_{t_g}\right)^2 + \left(\left|\frac{\partial q}{\partial U}\right| \times U_U\right)^2} \quad (10)$$

合成扩展不确定度，不考虑自由度，取置信概率 $P = 95\%$ ， $t_p = 1.96$

$$u_q = t_p \times U_q \quad (11)$$

表 5 静态法不确定度及实验结果

编号	合成扩展不确定度 u_q/C	总电荷 q/C	元电荷 $e/(10^{-19}C)$
油滴 1	4.30624E-21	3.35042E-19	1.675 ± 0.022
油滴 2	5.59982E-21	3.23880E-19	1.619 ± 0.028
油滴 3	1.72492E-20	1.10169E-18	1.574 ± 0.025
油滴 4	3.74353E-21	3.23139E-19	1.617 ± 0.019
油滴 5	7.93391E-21	6.38194E-19	1.595 ± 0.020

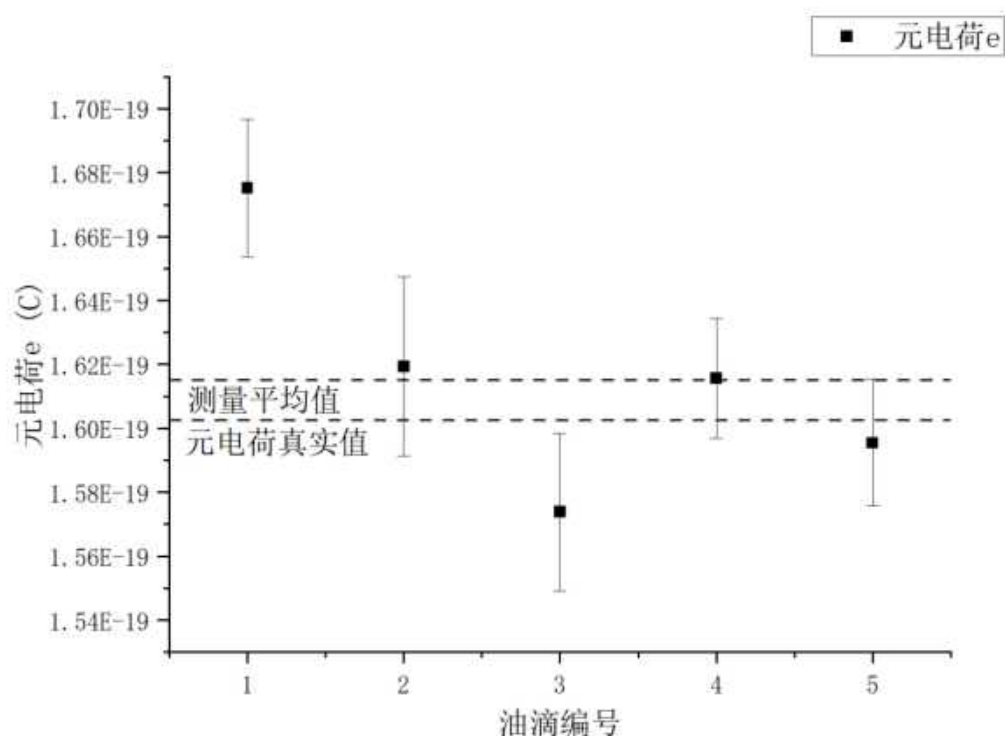


图 2 静态法实验结果

3. 动态法测量



表 6 动态法实验数据

N/次数	物理量	1	2	3	4	5	平均值
油滴 1	t_g/s	24.20	24.10	23.47	24.80	23.76	24.066
	t_e/s	27.75	25.71	25.56	27.45	27.00	26.694
	U/V	441(236)	442(229)	445(232)	444(230)	445(233)	443.4
油滴 2	t_g/s	25.61	24.98	24.91	23.56	25.76	24.964
	t_e/s	12.77	12.71	12.89	12.64	12.80	12.762
	U/V	324(111)	324(111)	322(109)	322(108)	324(110)	323.2
油滴 3	t_g/s	34.47	33.60	33.50	33.19	34.75	33.902
	t_e/s	13.96	13.69	14.11	13.60	13.97	13.866
	U/V	318(104)	318(104)	316(102)	316(103)	314(107)	316.4
油滴 4	t_g/s	24.55	24.61	24.24	24.47	24.70	24.514
	t_e/s	25.71	25.64	24.71	24.11	25.41	25.116
	U/V	447(234)	447(232)	448(235)	446(233)	443(230)	446.2
油滴 5	t_g/s	27.21	28.00	28.30	29.66	28.71	28.376
	t_e/s	21.57	22.41	22.00	21.51	22.37	21.972
	U/V	425(212)	418(205)	421(208)	418(204)	415(202)	419.4

由实验原理得

$$q = \frac{18\pi}{\sqrt{2\rho g}} \left[\frac{\eta l}{\left(1 + \frac{b}{pa}\right)} \right]^{\frac{3}{2}} \frac{d}{V} \left(\frac{1}{t_e} + \frac{1}{t_g} \right) \left(\frac{1}{t_g} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

其中 a 为油滴半径, $v_g = l/t_g$ 为下落速度, $v_e = l/t_e$ 为上升速度

$$a = [9\eta v_g / (2\rho g)]^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

通过(12)、(13)式得出的结果为

表 7 动态法计算结果

编号	$q/(10^{-19}C)$	元电荷数量 N	元电荷 $e/(10^{-19}C)$
油滴 1	3.19607	2	1.59804
油滴 2	6.41378	4	1.60345
油滴 3	4.71032	3	1.57011
油滴 4	3.20132	2	1.60066



油滴 5	3.13535	2	1.56768
平均值	/	/	1.58798

不确定度分析:

A 类不确定度:

取各组数据的实验标准差, 作为各数据的 A 类不确定度

$$U_{t_gA} = S_{t_g} \text{ and } U_{UA} = S_U \text{ and } U_{t_eA} = S_{t_e} \quad (14)$$

B 类不确定度:

假设误差满足均匀分布, 则 B 类不确定度为

$$U_{t_gB} = \frac{0.01}{\sqrt{3}}s \text{ and } U_{UB} = \frac{1}{\sqrt{3}}V \text{ and } U_{t_eB} = \frac{0.01}{\sqrt{3}}s \quad (15)$$

合成不确定度:

$$U_{t_g} = \sqrt{U_{t_gA}^2 + U_{t_gB}^2} \quad (16)$$

$$U_U = \sqrt{U_{UA}^2 + U_{UB}^2} \quad (17)$$

$$U_{t_e} = \sqrt{U_{t_eA}^2 + U_{t_eB}^2} \quad (18)$$

由误差传递公式, 有

$$U_q = \sqrt{\left(\left|\frac{\partial q}{\partial t_g}\right| \times U_{t_g}\right)^2 + \left(\left|\frac{\partial q}{\partial t_e}\right| \times U_{t_e}\right)^2 + \left(\left|\frac{\partial q}{\partial U}\right| \times U_U\right)^2} \quad (19)$$

合成扩展不确定度, 不考虑自由度, 取置信概率 $P = 95\%$, $t_p = 1.96$

$$u_q = t_p \times U_q \quad (20)$$

表 8 动态法不确定度及实验结果

编号	合成扩展不确定度 u_q/C	总电荷 q/C	元电荷 $e/(10^{-19}C)$
油滴 1	4.02974E-21	3.19607E-19	1.598 ± 0.020
油滴 2	8.68461E-21	6.41378E-19	1.603 ± 0.022
油滴 3	4.42710E-21	4.71032E-19	1.570 ± 0.015
油滴 4	2.37973E-21	3.20132E-19	1.607 ± 0.012
油滴 5	4.61758E-21	3.13535E-19	1.568 ± 0.023

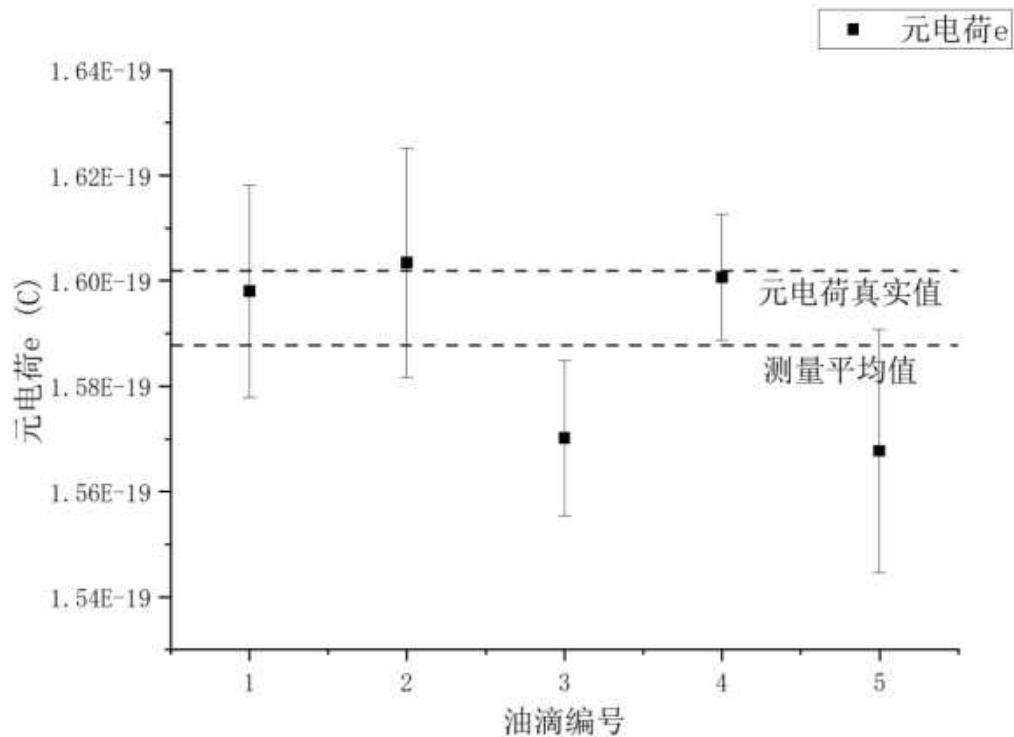


图 3 动态法实验结果

4. 验证元电荷数值

汇总静态法与实验法数据

表 9 数据汇总

实验组数	q/C	电荷数 N
1	3.35042E-19	2
2	3.23880E-19	2
3	1.10169E-18	7
4	3.23139E-19	2
5	6.38194E-19	4
6	3.19607E-19	2
7	6.41378E-19	4
8	4.71032E-19	3
9	3.20132E-19	2
10	3.13535E-19	2

方法 1:

取平均值

$$e = 1.601955 \times 10^{-19}C \quad (21)$$



方法 2:

进行 origin 拟合分析

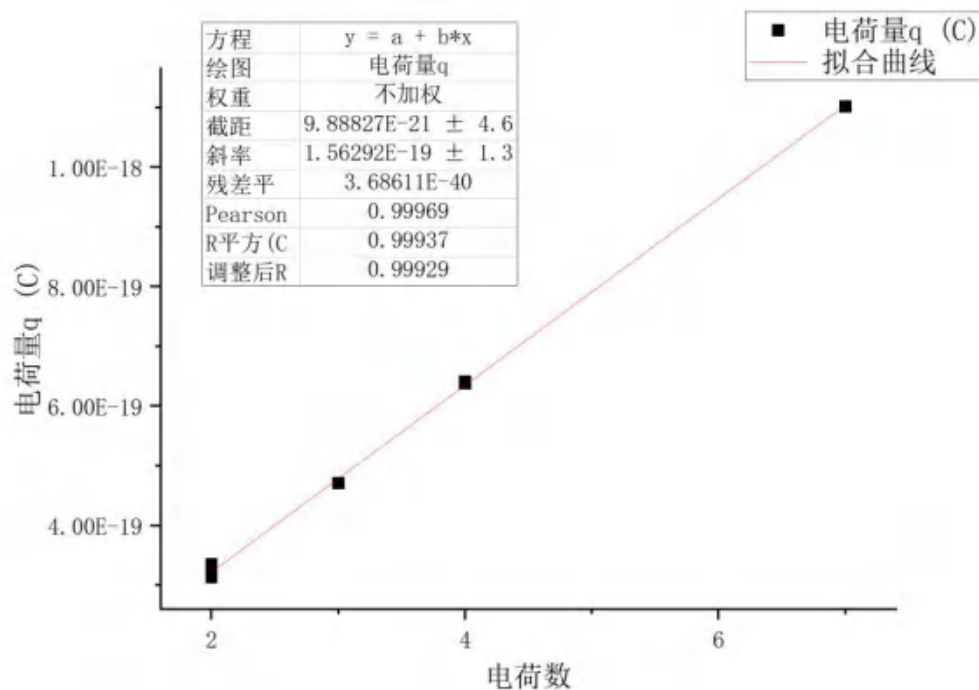


图 4 origin 拟合曲线

由拟合可得其斜率即为元电荷

表 10 拟合结果

拟合参数	参数值	误差
斜率/C	1.56292E-19	1.38559E-21

且拟合的 R 平方(COD)= 0.99937，拟合程度较高，则本次实验所得元电荷结果为：

$$e = (1.563 \pm 0.014) \times 10^{-19} \text{C} \quad (22)$$

[讨论和结论]

结果分析：

此次实验分别用静态法与动态法测量了元电荷的数值，静态法所测得结果为：

$$e = 1.61593 \times 10^{-19} \text{C} \quad (23)$$

动态法测得结果为：

$$e = 1.58798 \times 10^{-19} \text{C} \quad (24)$$

汇总拟合所得结果为：

① 平均结果：



$$e = 1.601955 \times 10^{-19}C \quad (25)$$

② 拟合结果:

$$e = (1.563 \pm 0.014) \times 10^{-19}C \quad (26)$$

对比结果发现，静态法结果相对于真实值偏大，动态法测量结果相对真实值偏小，而拟合汇总相对真实值更小，经过观察发现，由于静态法第三组实验测得电荷量偏小过于严重，而其单独位于曲线右上角，拟合权重较高，所以拟合曲线斜率偏小。而取平均值的方法可以有效地避免电荷数量高对结果的影响，所以我们以平均值作为本次实验结果:

$$e = 1.601955 \times 10^{-19}C \quad (27)$$

其极为接近真实值，本次实验较为成功。

误差分析:

(1)实验过程中油滴存在蒸发现象，油滴质量逐渐减小导致平衡电压下降，因此实验中需多次反复调节平衡电压以保证测量结果准确，但调节平衡电压时，发现油滴始终在平衡位置附近有振动和摇晃，一段时间的效果积累后还会产生左右方向上的大幅度偏移，可能由于实验室的空调环境导致腔体内有气流流动，当某次气流过大时会对实验结果产生较大影响，但因为气流方向不定，故平均效果应抵消，故最终结果受其影响程度较小。

(2)电荷热运动会使油滴上下小幅度振动，且当我们微小改变平衡电压的数值时，难以观察到其对油滴平衡产生了影响，故平衡电压的选取有一定的人为主观因素，这导致在平衡电压上存在着一定误差。

(3)实验仪器开启后，由于极板电压，会使腔体温度逐渐上升，而我们知道油滴密度会随温度上升而降低，故腔体温度的改变会对油滴密度产生一定的影响，从而对实验结果产生影响。

(4)实验中需要使油滴在 0mm-1.6mm 之间来回运动，而实验屏幕较小，为使油滴在此区间内运动时满足匀速运动，我们尽量使油滴的初始位置分别位于屏幕的最上方和最下方，而屏幕所呈现的区间仍然较小，故有时油滴可能没有进行匀速运动时就以及进入计时区间了，会对结果产生一定的误差。

(5)实验需要人为在油滴经过 0mm 与 1.6mm 处时进行计时器的开启或关闭，由于油滴速度有时较快，人类神经传导需要时间，即操作会有一定的延迟，且人为对“经过”的界定会有一定的偏差，故计时器的控制会对实验结果产生一定的误差。

综述:

本次实验在仪器精度有限、人为操作主观等误差下，实现了对元电荷的精确测量，



实验偏差为 0.014%，实验较为成功。

[思考题]

1. 本实验如何通过宏观量测量微观量？

实验中通过测量油滴的宏观运动，通过对电荷相关量的测量转化为测量油滴相关的宏观量，故通过观测油滴的运动，测量相关参数，即可得出油滴所带电荷量，再经过验证性的计算，可以得出元电荷的数值。

本次实验中，通过油滴在电场中的受力，包括静电力与重力和阻尼力等的关系，最终转化为油滴下落时间(提升时间)、电压与电荷量的关系，从而得到宏观量与微观量的转化关系，最终计算即可得到元电荷数值。

2. 实验中如何保证油滴做匀速运动？

实验中油滴需运动一段时间才能达到匀速运动，因为 CCD 显微成像系统的检测范围有限，而我们应尽可能使其在进入计时区间之前运动足够的时间，从而达到平衡，故我们每次尽量保证油滴检测的视野边缘开始运动，使油滴在通过 0mm 或 1.6mm 刻度之间尽可能先运动一格的距离，从而保证在 1mm-1.6mm 之间进行匀速运动，也可以采取录视频的方式然后用软件(例如 tracker)进行视频采集、标定分析，得出其运动轨迹以及对应运动时间，这样可以不用严格地在 1mm-1.6mm 之间进行计时和保证匀速运动，只需一段匀速运动即可得出其运动时间，一定程度上消除了部分误差。

[教师签名页]



18. 平遙/趙州初級中學: 19. 01/21 初級中學: 20 級文星班 18

21. 4月10日/11日/12日/13日/14日/15日/16日/17日/18日/19日/20日/21日/22日/23日/24日/25日/26日/27日/28日/29日/30日

主机电机如图1所示的三相异步电动机, 调速装置、0/1采样控制原理等按表, 其上的电压调节线圈可以调节三相电机的电压 V , 用以控制电机的运行。

2. 油滴法

其剖视图如图4所示。

1. 視察員の職務

用于观察油滴运动原理,并显示实际轨迹(静态或无力的,视频电影,油滴运动的时间,运动距离等实际测量参数,以及观测油滴带电量等

「富貴生事」

11. 仪器内有高压, 拆卸前必须放电, 放电过程严禁用手接触电极

山東莊前石村(經)高金印進行清估,防止異物堵塞,應此。

陳道明致謝

1. 測量油漬的數量

1) 调整回南水流量: ①水平调整: 通过改变工作平面的三个调平螺钉, 用斜度板检测并调整②垂直调整: ③设置流量系数: 挂通电线→设置流量平面→扭矩设置→确认④: CCD成像系统调整: 从黄光输入黄光, 调整图像键, 调整旋钮直至监视器上观察到大量运动的油滴的清晰图像。

2) 選擇適當的測量儀器

①、判定电压是否满足要求，电压值在 $100V$ 以上，定时器置为“结束”，工作电压置为“0V”，判定电压“恢复置为”“结束”，判定电压在 $100V$ 以上，注入油泵，抽取，注入泵慢且明显的油滴，判定电压恢复油滴量，量不足或无油滴，若止线在抽油线（程线），则可认为油滴量已达到力值平衡，要求电压值大于 $100V$ ，随后置工作电压为“0V”，油滴下落，记录下落时间与，要求 $q_{10} > q_{11}$ ，若电压值无下降时间不满足上述要求，则需按上述方法重新抽取油滴，由于油滴不断抽取，故同一油滴平衡测量地，每次测量前均需重新抽油，重新判定电压。②、控制油滴距离 ③、测量下落时间并记录数据

3) 正式測量

重复取样用于统计法和动态法两种测量油滴的电荷量,每种油至少测5个油滴,每个油滴至少测量四次,计算平均值,根据所得的平均电荷量可求出它的最大约数,即为电子电荷,将实验结果与标准值进行比较。

09/ 验证电路的不连续性

需知百利图的含电量才最大时, 所以量是最大, 需求中的最大原形是平衡的, 此时可用过去验证的边沿。此方法能作为验证, 仅在电量最大时才可用, 当小值时, 较大时, 电压下降, 下降时间很短, 对结果不能保证。

2022-10-18

图 5 教师签名页 1



No

Date

[数据记录]

室温: 26°C 大气压强 $101.7 \text{ kPa} = 762.81 \text{ mmHg}$ $g = 9.789 \text{ m/s}^2$ 红漆下降距离 1.6 mm 木板间距 5 mm 空气粘滞系数 1.8 E-5 修正系数: 6.17 E-6

静态法

表1 静态法

	N/次数	1	2	3	4	5	$\eta/\text{Pa}\cdot\text{s}$
油滴一	$t_{\text{上}}$	18.87	19.19	19.37	19.36	19.20	3.151 E-19
	U/V	315	315	329	309	316	

油滴二	$t_{\text{上}}$	19.36	20.19	19.11	19.89	19.54	3.249 E-19
	U/V	326	314	311	312	321	

油滴三	$t_{\text{上}}$	15.50	15.41	15.60	15.00	15.40	1.1035 E-19
	U/V	132	137	135	139	132	

油滴四	$t_{\text{上}}$	22.81	22.19	22.25	22.41	21.90	3.238 E-19
	U/V	262	260	257	260	258	

油滴五	$t_{\text{上}}$	15.86	15.35	15.57	15.90	15.41	6.410 E-19
	U/V	227	232	230	228	231	

动态法

表二 动态法

	N/次数	1	2	3	4	5
油滴一	$t_{\text{上}}$	24.20	24.10	23.47	24.20	23.36
	$t_{\text{下}}$	27.75	25.71	25.56	27.45	27.00
	U/V	441(236)	442(229)	445(232)	444(230)	445(232)

油滴二	$t_{\text{上}}$	25.61	24.98	24.91	23.06	25.76
	$t_{\text{下}}$	12.77	12.71	12.89	12.64	12.80
	U/V	329(111)	324(111)	322(109)	322(108)	324(110)

油滴三	$t_{\text{上}}$	24.47	33.60	33.50	33.19	34.75
	$t_{\text{下}}$	13.96	13.69	14.11	13.60	13.97
	U/V	318(104)	318(104)	316(102)	316(103)	314(101)

图6 教师签名页2



谭创(数据)
2022.10.18 11:15

Page 13 / 13



《基础物理实验》课程完整报告

学院： 物理学院

专业： 物理学专业

年级： 2021 级

实验人姓名(学号)： 路尚润 21305127

参加人姓名(学号)：

叶馨蔓 21305151

日期： 2022 年 10 月 25 日 星期二

上午[☒] 下午[☐]

晚上[☐]

地点： 陆佑堂 310

室温： 26℃

相对湿度： 未知

实验 C2 原子定态能级的观测

[实验目的]

1. 学习采用通用仪器构建物理实验系统的方法。
2. 测量氩原子的电流—加速电压关系曲线，计算第一激发电位。
3. 通过氩原子第一激发电位的测量，了解 Frank-Hertz 研究原子内部能量量子化问题时采用的基本实验方法。

[仪器用具]

序号	名称	数量	基本参数
1	可编程三路线性电源	1	DP832A
2	单路可调直流稳压电源	1	HSPY-120-01
3	微电流放大测量仪	1	BEM-5004
4	数字示波器	1	DS1152D-EDU
5	弗兰克-赫兹实验管	1	含实验管接口板和有机玻璃保护罩

[实验原理]

1913 年，玻尔 (N. Bohr) 提出了原子轨道理论，指出原子存在定态能级，原子发射光谱中的每根谱线对应原子从某一个较高能级向另一个较低能态跃迁时的辐射。若用 E_m 和 E_n 表示原子的两个定态能级，原子在两能级间跃迁，则其吸收或发出的能量确定为

$$\Delta E = E_m - E_n \quad (1)$$



1914 年, 弗兰克 (J. Frank) 和赫兹 (G. Hertz) 用慢电子(能量小于几十eV)和单元素稀薄气体原子碰撞的方法, 成功地使原子从低能级激发到高能级; 通过测量电子和原子碰撞时传递的能量值, 得出了原子发生跃变时吸收和发射的能量是不连续的, 而且是完全确定的结论, 直接用实验验证了玻尔的原子轨道理论。由于这一贡献, 他们于 1925 年获得了诺贝尔物理学奖。本实验将重现他们的部分工作。

1. F-H 管内电子的碰撞过程

F-H 实验的原理如图C2.1所示, 其中充有汞气的三极管称为弗兰克-赫兹(F-H)管。电子由热阴极K发射, 阴极K和栅极G之间的电压 U_{GK} 使电子加速与汞原子发生碰撞, 在阳极A与栅极G间加有反向排斥电压 U_{AG} 。F-H 管内空间的电位分布如图C2.2所示。

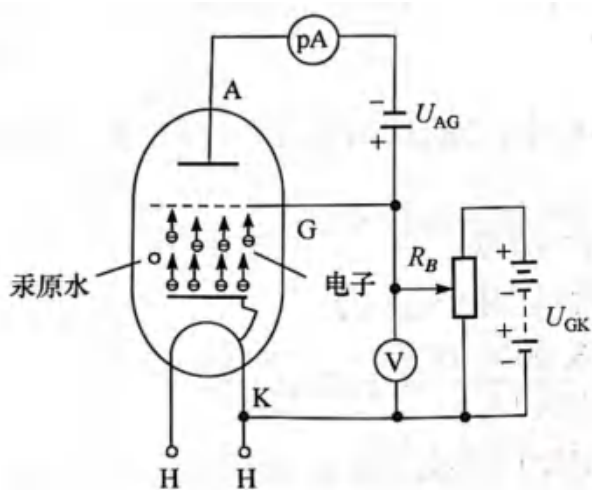


图 C2.1 F-H 实验原理

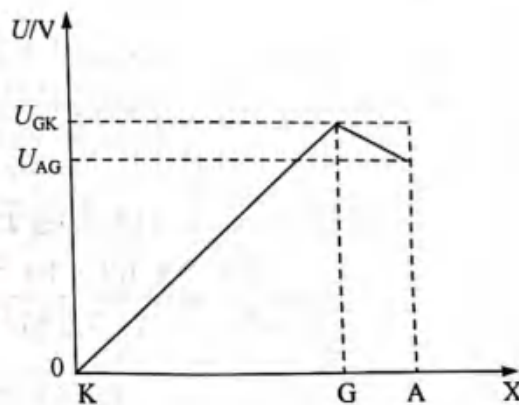


图 C2.2 F-H 管内空间电位分布

当电子通过KG空间进入GA空间时, 如果其动能 $E \geq eU_{AG}$, 就能冲过反向排斥电场到达阳极A, 形成阳极电流, 并由微电流计检出。如果电子在 KG 空间与汞原子碰撞, 把一部分能量传递给汞原子使其激发至高能级, 则电子动能减小, 在通过栅极G后剩余的动能若不足以克服反向排斥电场 U_{AG} 就会被拉回栅极, 则阳极电流显著减小。随着 U_{GK} 值继续增大, 损失了部分动能的电子被再次加速, 阳极电流增加, 至电子与汞原子再次发生能量的交换。此过程多次反复, 则阳极电流会出现周期性的变化。在慢电子情况下, 每次碰撞能交换的能量为汞原子的第一激发电位, 记为 U_0 。

2. 第一激发电位

图 C2.3 所示的曲线为弗兰克和赫兹测得的电子在 KG 空间与汞原子进行能量传递的情况。该曲线有几个特征:

(1)随 U_{GA} 的增加, 阳极电流 I_A 显示出一系列极大值和极小值。



(2)各极大值 (或各极小值) 之间的间距为4.9V, 即汞原子的第一激发电位。

对于别的原子, 如单原子的惰性气体(*He, Ne, Ar*等)和单原子的金属蒸汽所做的实验, 都能得到和图 C2.3 相似的结果, 因此测得几种常见元素的第一激发电位值, 如表 C2.1 所示。对仪器进行适当改进, 还可测出较高的激发电位和电离电位, 进而证明原子内部能量状态的不连续性。

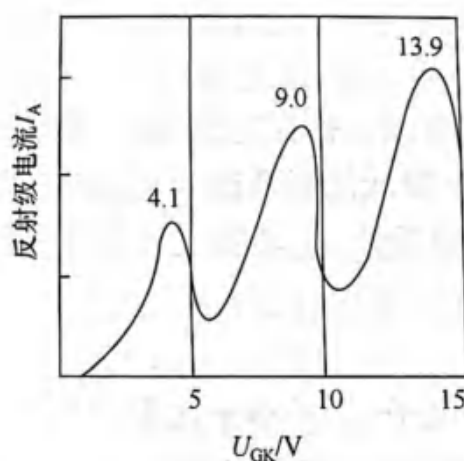


图 C2.3 汞管反射极电流与加速电压的关系

表 C2.1 几种常见元素的第一激发电位及谱线波长

元素	K	Li	Na	Mg	Hg	Ar	Ne	He
U_0/V	1.63	1.84	2.12	3.2	4.9	11.6	18.6	21.2
λ/nm	766.4 769.9	670.8	589.8 589.6	457.1	250.0	108.1	64.02	58.43

3. F-H 管发射光谱

被慢电子碰撞激发到高能级的原子并不稳定, 会跃迁回基态, 并以光子的形式将激发态能量 eU_0 向外辐射。对应光谱的波长为

$$eU_0 = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (2)$$

其中, c 为光速; h 为普朗克常量; e 为电子电荷量。对于氩原子

$$\lambda = \frac{hc}{eU_0} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3.00 \times 10^8}{1.6022 \times 10^{-19} \times 11.5} = 108.1(\text{nm}) \quad (3)$$

其他几种元素 F-H 管发射光谱的波长如表 C2.1 所示。Hg的光谱落在紫外区, Na和K具有双线结构。

4. 充氩 F-H 管最佳工作点的确定

在 F-H 实验中, 影响 $I_A - V_{G2K}$ 曲线(即阳极电流和加速电压关系曲线)的因素非常多,



如 F-H 管中工作物质的种类,F-H 管的结构,F-H 管各工作电压的取值(包括灯丝电压 V_F 、阴极电压 V_{G1K} 、阳极电压 V_{G2A} 、加速极电压 V_{G2K}),F-H 管的工作温度等。在采用外置式显管进行实验时,工作物质种类、管的结构、工作温度等无法改变,只能调节 F-H 管各工作电压的数值。

如图 C2.4 所示,定性来说灯丝电压 V_F 决定总发射电子的多少,从而决定图中 I_{pmax} 的数值, V_F 越大, I_{pmax} 值越大,曲线峰谷之间的差值越大,曲线起伏越明显。 V_{G1K} 起到收集热发射电子的作用,在相同的 V_F 下, V_{G1K} 越大,则更多的发射电子被收集至加速区, I_p - V_{G2K} 曲线的起始电压 U_s 将变小。 V_{G2A} 将通过加速区而未到达阳极的电子排斥回栅极,起到抑制本底电流的作用,减小电离,使得 V_{G2K} 增大时, I_p 出现饱和的趋势, I_p - V_{G2K} 关系曲线峰位和谷位的拟合曲线呈现纺锤的形状。若 V_{G2A} 和 V_F 参数选择不合适, I_p - V_{G2K} 曲线的峰位拟合线尾部明显上翘,F-H 管容易电离。如图 C2.4 所示的曲线就可观察到电离的趋势。本实验将借助计算机和数据采集器快速采集大量实验数据的功能,定量研究上述各种工作电压对 I_p - V_{G2K} 曲线的影响作用。在研究某一电压的影响时,其他工作电压的值需设置为出厂参数。在此定量研究的基础上,再尝试找出一组最佳的工作参数,并与出厂参数进行比较。

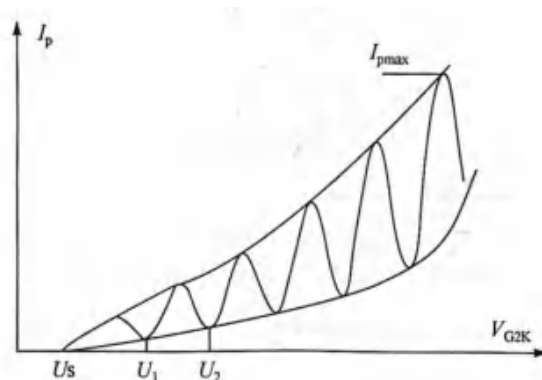


图 C2.4 氩管实验曲线

[实验装置]

本实验所用实验装置框图如图 1 所示。实验管为充有氩气的电子管,称为夫兰克—赫兹(F-H)管,安装在实验管接口板上,并用有机玻璃罩保护起来。加上多组合适电压后,输出 pA- μ A 级别的直流微电流,该电流由微电流放大测量仪测量。微电流放



大器同时可以输出该电流的等效电压，由数字示波器测量，显示出氩原子的电流-加速电压关系曲线。

本实验利用一台三路可编程直流稳压电源（图 2）和一台单路可调直流稳压电源（图 3）提供弗兰克-赫兹实验管工作电压。三路电源提供实验管的灯丝电压 V_F 、第一栅极电压 V_{G1K} 和反射极电压 V_P ；单路电源提供第二栅极电压 V_{G2K} （即加速级压）。微电流放大测量仪（图 4）用于测量反射级电流，测量精度可达 $10^{-13}A$ 。数字示波器（图 5）用于显示反射级电流 I_p 随加速极电压 V_{G2K} 变化的关系，辅助进行 F-H 管最佳工作电压的确定。实验管接口板如图 6 所示，提供 $(V_F, V_{G1K}, V_{G2K}, V_{G2A})$ 等电压，以及 I_p 电流的测量接口。

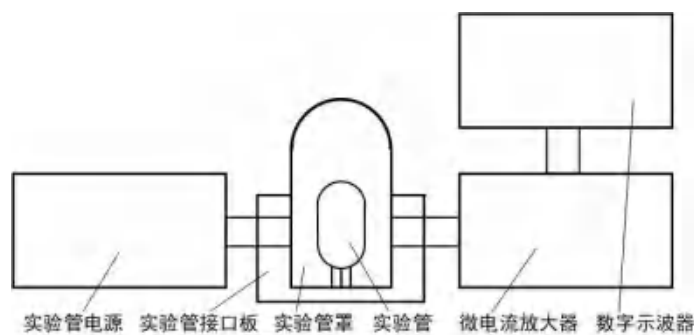


图 1 弗兰克-赫兹实验装置框图



图 2 三路可编程直流稳压电源前面板



图3 单路可调直流稳压电源前面板



图4 微电流放大测量仪前面板图

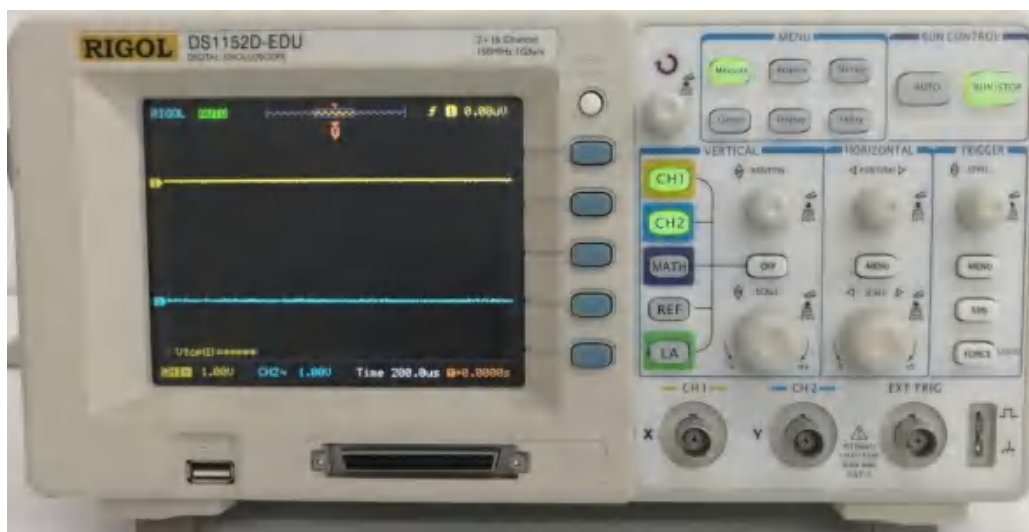


图5 数字示波器前面板图

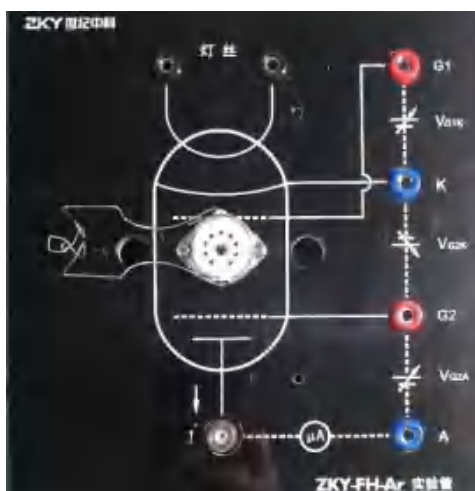


图 6 实验管接口板

[实验内容及步骤]

1. 连接线路

(1)将三路可编程直流稳压电源的 CH3 通道接接口板的灯丝端口，提供 F-H 管的灯丝电压。

(2)将三路可编程直流稳压电源的 CH2 通道输出正端（红色）和单路可调直流稳压电源输出正端（红色）同时接接口板的 G2 端。

(3)将三路可编程直流稳压电源的 CH2 通道输出负端（黑色）接接口板的 A 端，提供 F-H 管的反射极电压。

(4)将三路可编程直流稳压电源的 CH1 通道输出负端（黑色）和单路可调直流稳压电源输出负端（黑色）同时接接口板的 K 端。提供 F-H 管第二加速级电压。

(5)将三路可编程直流稳压电源的 CH1 通道输出正端（红色）接接口板的 G1 端，提供 F-H 管第一栅极电压。

(6)实验管接口板电流输出端（I）和微电流放大测量仪信号（电流信号）输入端相连。

(7)示波器 CH2 通道和微电流放大测量仪背板上的信号（电压信号）输出端相连。

(8)示波器 CH1 通道信号端和实验管接口板 K 端相连，该通道地端和实验管接口板 A 端相连。

2. 测试设定参数

(1)微电流放大测量仪量程选择“ $10^{-9}A$ ”。

(2)示波器 CH1 通道测量线探头拨动开关选择“ $\times 10$ ”档。



(3)示波器时基选择“X-Y 模式”，反相选“打开”，波形保持选“无限”。

(4)实验管（氩管）各电压工作范围，灯丝电压 V_F 为 0~3.0V，第一栅极电压。

V_{G1K} 为 0~5.0V，第二栅极电压 V_{G2K} 为 0~82.0V，反射极电压 V_{G2A} 为 0~12V。

3. 测试

(1)选取一组合适的 F-H 管 V_F 、 V_{G1K} 、 V_{G2A} 电压，然后调节单路电源使输出电压从0V到80V，其中每次改变0.1V，每次改变后停顿约1-3秒。

(2)借助示波器或微电流放大器，观察并记录实验数据。实验室所用两种示波器显示的结果分别如图 7 和图 8 所示，可以看到高低起伏的 F-H 实验曲线。

(3)调节 V_F 、 V_{G1K} 、 V_{G2A} 电压，观测 I_A - V_{G2K} 曲线，找出氩管的最佳工作点。

(4)围绕最佳工作点，分别调节一次 V_F 、 V_{G1K} 、 V_{G2A} 的值，同时保持另外两个电压为最佳工作电压，测量 I_A - V_{G2K} 曲线，定性分析 V_F 、 V_{G1K} 、 V_{G2A} 等电压对曲线的影响。

[数据记录及处理]

1. 求第一激发电位值

首先经过参数调试，不断改变参数值，最终得到最优参数

表 1 最优参数值

参数名称	V_F/V	V_{G1K}/V	V_{G2A}/V
参数值	2.8	1.5	9.5

通过记录数据并作图，第一组实验结果如下：

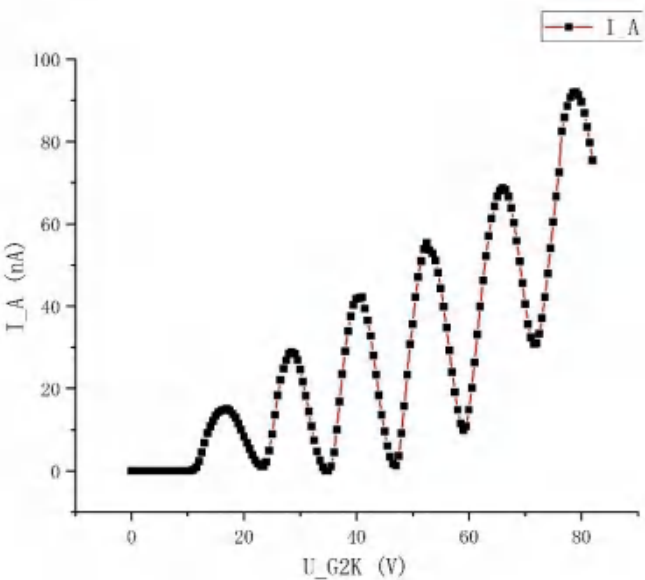


图 7 最优参数 I_A - V_{G2K} 曲线



方法一：直接取激发曲线中各峰（或谷）位间距的平均值作为第一激发电位值。
经过统计，得出其峰值所对应电压以及峰值编号

表 2 峰值数据

峰值编号	峰值对应 V_{G2K}/V	峰值对应 I_A/nA	峰值间距 Δ/V
1	17.0	15.1	0.0
2	28.5	28.9	11.5
3	40.5	42.1	12.0
4	52.5	55.3	12.0
5	66.0	68.7	13.5
6	79.0	92.0	13.0

则平均值为

$$\bar{\Delta} = 12.4V \quad (4)$$

平均值不确定度：

$$U_{\Delta} = S = 0.367423V \quad (5)$$

则最终结果为：

$$\bar{\Delta} = (12.4 \pm 0.4)V \quad (6)$$

为平均值法所求氩的第一激发电位

但直接取平均值的方法实际使用数据只有后两点，故我们使用逐差法的方法，一共有 6 点数据，则

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=4}^6 V_{G2Ki} - \sum_{j=1}^3 V_{G2Kj}}{9} = 12.38889V \quad (7)$$

其标准差为

$$S = 0.367465 \quad (8)$$

则逐差法最终结果为

$$\bar{\Delta} = (12.39 \pm 0.37)V = (12.4 \pm 0.4)V \quad (9)$$

我们也可取峰值编号作为横轴，峰值 V_{G2K} 作为纵轴进行线性拟合，则其斜率即为我们的平均值法所得峰值间距

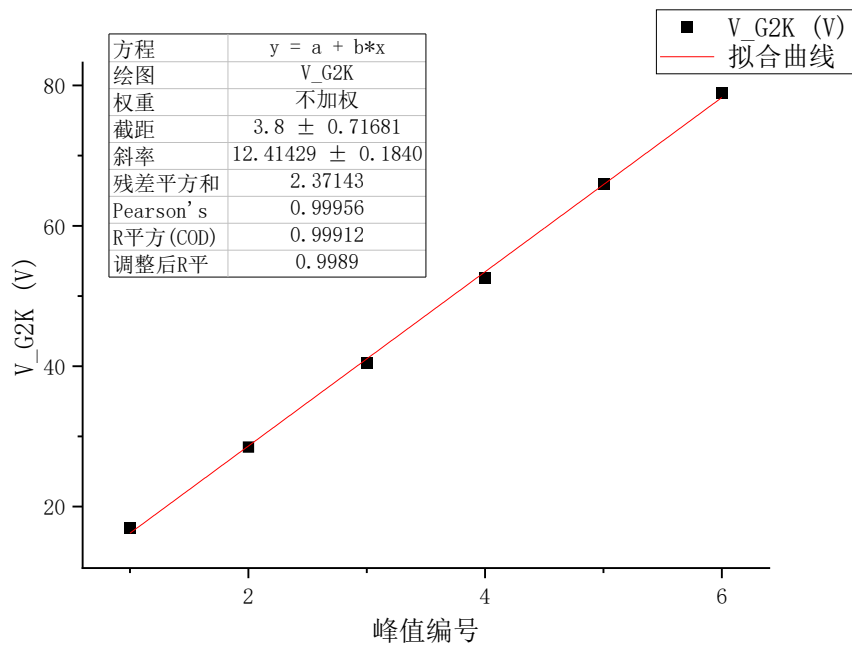


图 8 第一激发电位拟合曲线

表 3 拟合参数

参数名称	参数值	误差
斜率/V	12.41429	0.18406

其 R 平方(COD)=0.99912, 拟合度较好, 认为误差符合正态分布, 满足 3σ 准则, 则有

$$\bar{\Delta} = (12.4 \pm 0.6)V \quad (10)$$

为拟合方法所求氩气第一激发电位。

方法二:

初步处理:

首先我们取本底电流数据, 有

表 4 本底电流数据

V_{G2K}/V	I_A/nA
0.0	0.0
3.0	0.0
7.0	0.0
10.5	0.0
23.0	1.1
34.5	0.0
47.0	1.4



59.0	9.9
71.5	30.9

经过初步作图，可以发现其约为指数增长，故我们首先取 exp 曲线拟合，拟合结果为

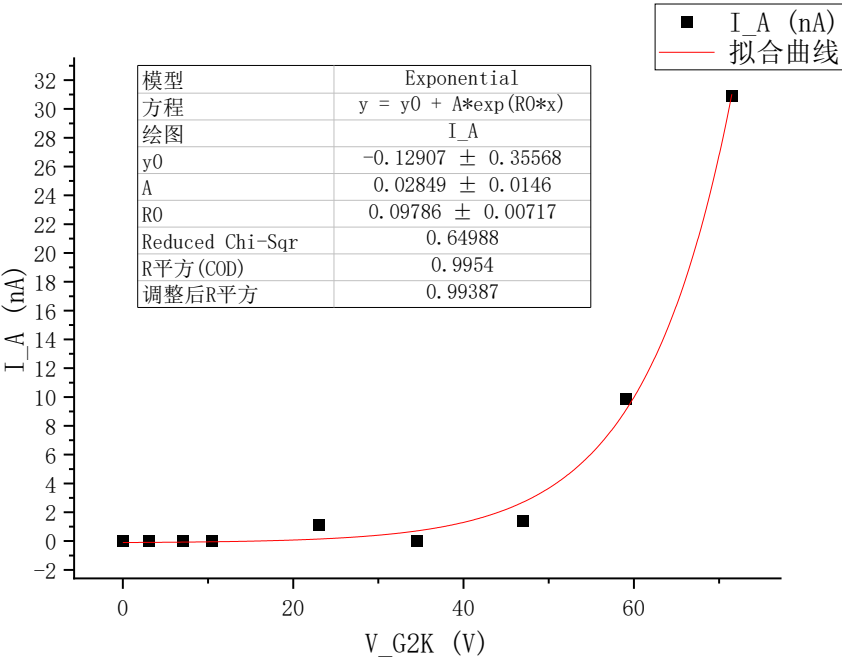


图 9 本底电流 exp 拟合曲线

表 5 本底电流 exp 曲线拟合参数

参数名称	参数值	误差
$y0/nA$	-0.12907	0.35568
$A/(nA \cdot V^{-1})$	0.02849	0.01460
$R0$	0.09786	0.00717

则本底电流曲线为

$$I_d = -0.12907 + 0.02849e^{0.09786V}$$

(11)

将其在原始数据中减去并作图

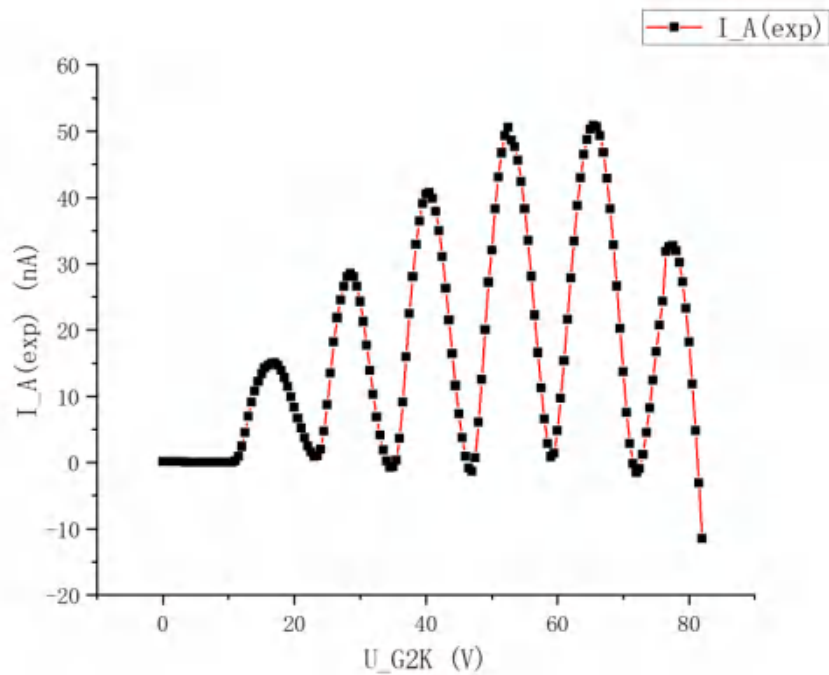


图 10 原始数据剔除 exp 拟合本底电流数据后的 I_A - V_{G2K} 曲线

重新找到波峰，则

表 6 本底电流 exp 曲线拟合修正后的波峰数据

峰值编号	峰值对应 V_{G2K}/V	峰值对应修正 I_A/nA	峰值间距 Δ/V
1	17.0	15.07869	0.0
2	28.5	28.56568	11.5
3	40.5	40.72958	12.0
4	52.5	50.57679	12.0
5	65.5	50.91312	13.0
6	77.5	32.69567	12.0

则波峰间距平均值为

$$\bar{\Delta} = 12.1V \quad (12)$$

将误差作为平均值的不确定度：

$$U_{\Delta} = S = 0.244949V \quad (13)$$

则最终结果为：

$$\bar{\Delta} = (12.1 \pm 0.3)V \quad (14)$$

即为本底电流用 exp 函数修正后的平均值法所求第一激发电位。

而直接取平均值只使用了两个数据，故我们采用逐差法，共有 6 点数据，则



$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=4}^6 V_{G2Ki} - \sum_{j=1}^3 V_{G2Kj}}{9} = 12.16667V \quad (15)$$

其标准差为

$$S = 0.247207V \quad (16)$$

则逐差法最终结果为

$$\bar{\Delta} = (12.17 \pm 0.25)V = (12.2 \pm 0.3)V \quad (17)$$

也可将峰值编号作为横轴，峰值 V_{G2K} 作为纵轴进行线性拟合，则有

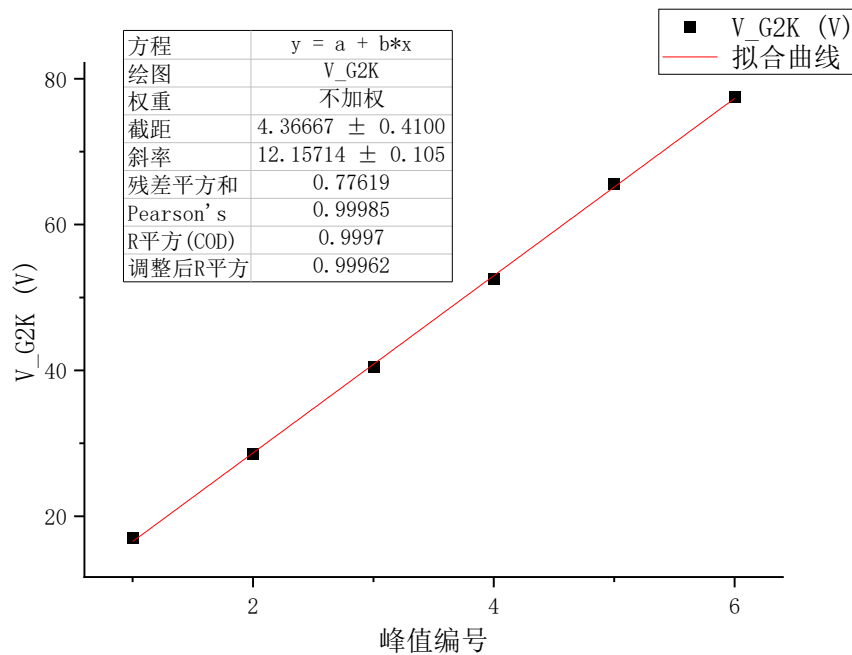


图 11 exp 曲线拟合修正后的第一激发电位拟合曲线

表 7 exp 曲线拟合修正后的第一激发电位拟合参数

参数名称	参数值	误差
斜率/V	12.15714	0.1053

其 R 平方(COD)=0.9997，拟合度较好，认为误差符合正态分布，满足 3σ 准则，则有

$$\bar{\Delta} = (12.2 \pm 0.3)V \quad (18)$$

为经过 exp 函数本底电流修正后的拟合法所求第一激发电位。

优化处理：

但我们知道，随着 V_{G2K} 的增长，其峰值大小也应增长，且 I_A 不应小于 0，通过观察图 10，我们取此 exp 曲线拟合所得数据并不十分合理，故我们采取另外的方法处理本底电流，并找出最优模型。



通过分析可知，我们对高 V_{G2K} 时的本底电流的预测偏大，其产生原因应为本次实验中本底电流的起始点并不是 0 处故我们去除前几个本底电流数据，从 34.5 处，即此点本底电流为 0 的点开始拟合

表 8 本底电流数据 2

V_{G2K}/V	I_A/nA
34.5	0.0
47.0	1.4
59.0	9.9
71.5	30.9

用 exp 曲线拟合，可得

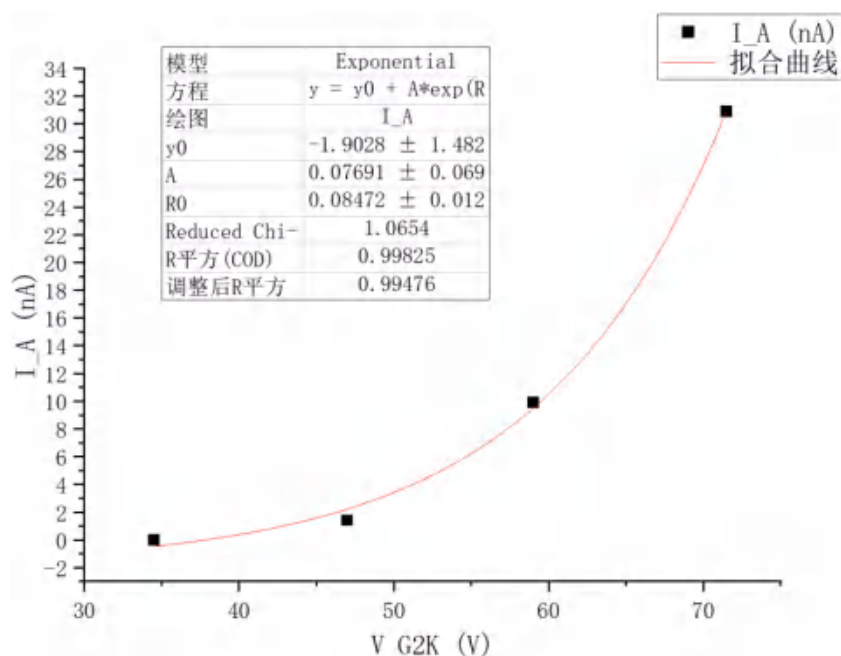


图 12 本底电流 exp 拟合曲线 2

表 9 本底电流 exp 曲线拟合参数 2

参数名称	参数值	误差
$y0/nA$	-1.90280	1.48227
$A/(nA \cdot V^{-1})$	0.07691	0.06910
$R0$	0.08472	0.01211

则此次本底电流曲线为

$$I_d = -1.90280 + 0.07691e^{0.08472V} \quad (19)$$

通过观察 R 平方可知拟合程度较高，因为我们只用了 $V_{G2K} = 34.5V$ 以及以后的数据进



行拟合，故只将其在原始数据中的 $V_{G2K} \geq 34.5V$ 数据点减去并作图

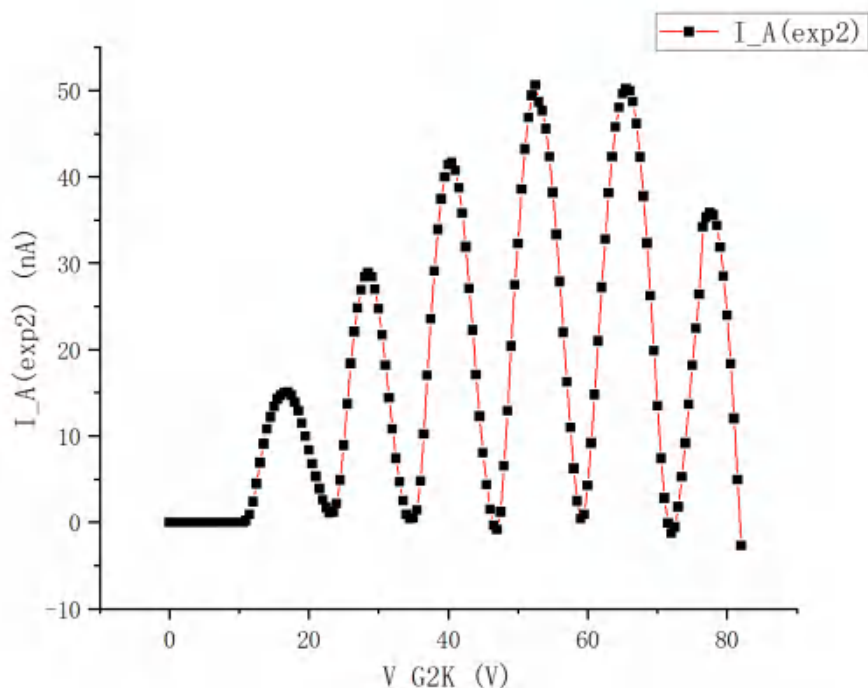


图 13 原始数据剔除 exp 拟合本底电流数据后的 I_A - V_{G2K} 曲线 2

重新找到波峰，则有

表 10 本底电流 exp 曲线拟合修正后的波峰数据 2

峰值编号	峰值对应 V_{G2K}/V	峰值对应修正 I_A/nA	峰值间距 Δ/V
1	17.0	15.1	0.0
2	28.5	28.9	11.5
3	40.5	41.62532113	12.0
4	52.5	50.63170406	12.0
5	65.5	50.23527128	13.0
6	77.5	35.86747628	12.0

可发现，峰值数据中只有修正值 I_A 改变了，峰值对应 V_{G2K} 并未改变，故其与 exp 曲线 1 所得结果一致。

再次优化处理：

我们发现，虽然此次处理使得 I_A 修正后基本为正值，但其波峰值依然有下降的趋势，且我们发现，本底电流数据中，后三数据点的数据所呈现的趋势约为正比趋势，故我们直接将后三数据点进行直线拟合，此次处理的原始数据如下表所示：



表 11 本底电流数据 3

V_{G2K}/V	I_A/nA
47.0	1.4
59.0	9.9
71.5	30.9

用线性拟合，可得

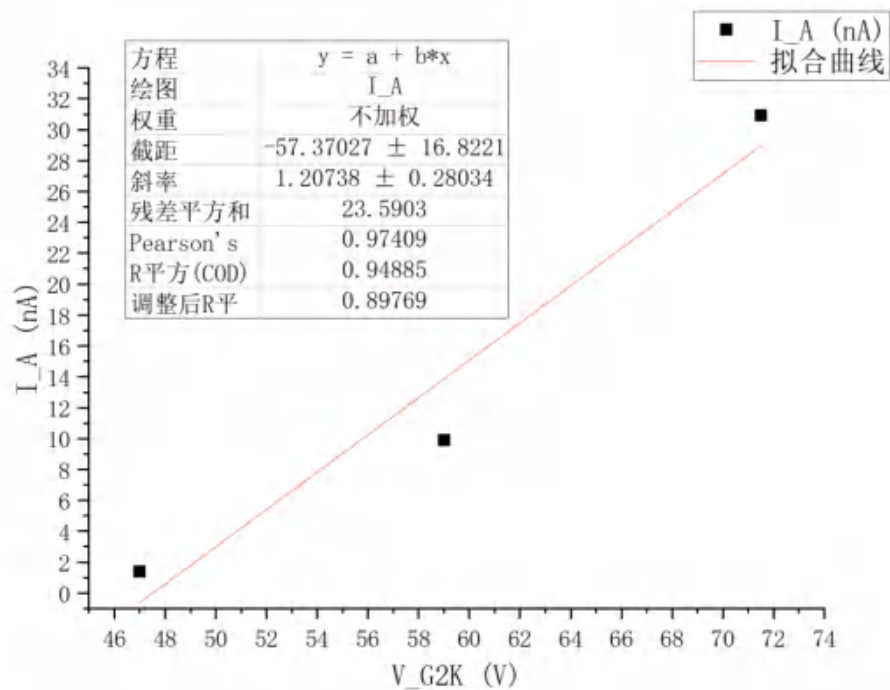


图 14 本底电流线性拟合曲线

表 12 本底电流直线拟合参数

参数名称	参数值	误差
截距/ nA	-57.37027	16.82217
斜率/ $(nA \cdot V^{-1})$	1.20738	0.28034

则本底电流曲线为

$$I_d = -57.37027 + 1.20738V \quad (20)$$

因为我们只用了 $V_{G2K} = 47.0V$ 以及以后的数据进行拟合，故只将其在原始数据中的 $V_{G2K} \geq 47.0V$ 数据点减去并作图

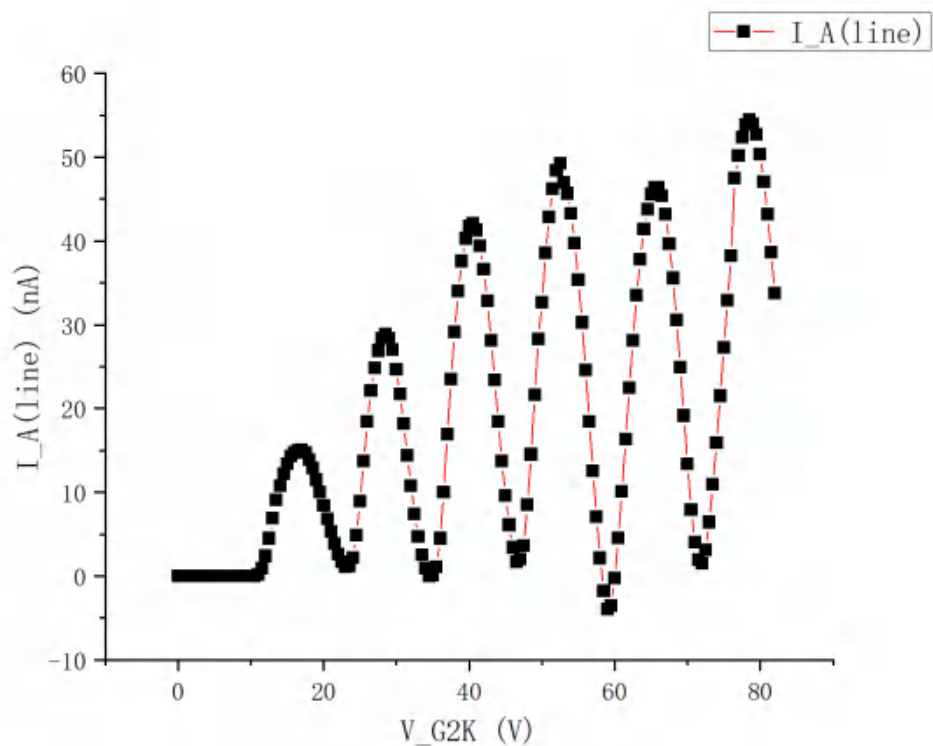


图 15 原始数据剔除线性拟合本底电流数据后的 I_A - V_{G2K} 曲线

可以看到，除了第五个波峰处数值稍有下降，其余波峰以及底部电流均约为 0，故此方法可取，重新找到波峰，则有

表 13 本底电流线性拟合修正后的波峰数据

峰值编号	峰值对应 V_{G2K}/V	峰值对应修正 I_A/nA	峰值间距 Δ/V
1	17.0	15.1	0.0
2	28.5	28.9	11.5
3	40.5	42.1	12.0
4	52.5	49.28282	12.0
5	65.5	46.38688	13.0
6	78.5	54.49094	13.0

则波峰间距平均值为

$$\bar{\Delta} = 12.3V \quad (21)$$

将误差作为平均值的不确定度：

$$U_{\Delta} = S = 0.3V \quad (22)$$

则最终结果为：

$$\bar{\Delta} = (12.3 \pm 0.3)V \quad (23)$$

即为本底电流用线性拟合修正后的平均值法所求第一激发电位。



而直接取平均值只使用了两个数据，采用逐差法，共有 6 点数据，则

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=4}^6 V_{G2Ki} - \sum_{j=1}^3 V_{G2Kj}}{9} = 12.27778V \quad (24)$$

其标准差为

$$S = 0.300206V \quad (25)$$

则逐差法最终结果为

$$\bar{\Delta} = (12.3 \pm 0.3)V \quad (26)$$

也可将峰值编号作为横轴，峰值 V_{G2K} 作为纵轴进行线性拟合，则有

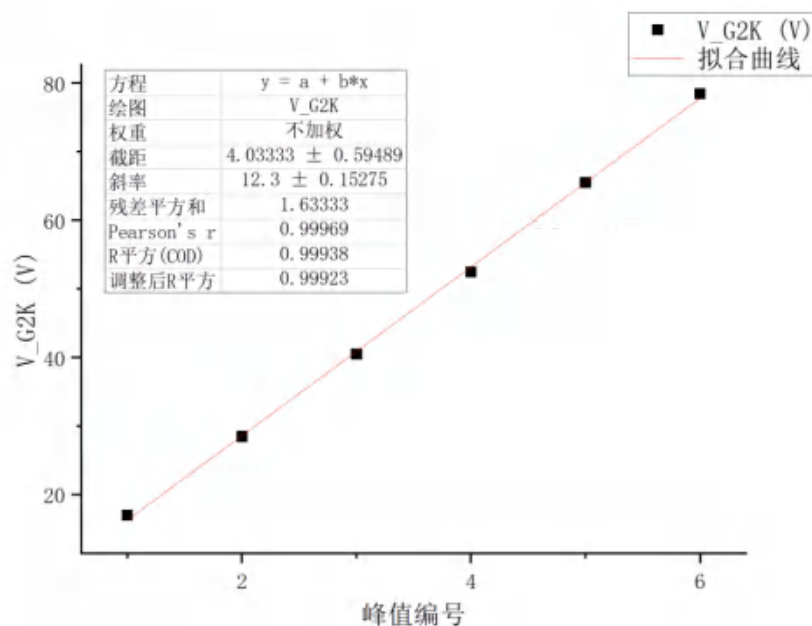


图 16 线性拟合修正后的第一激发电位拟合曲线

表 14 线性拟合修正后的第一激发电位拟合参数

参数名称	参数值	误差
斜率/V	12.3	0.15275

其 R 平方(COD)=0.9997，拟合度较好，认为误差符合正态分布，满足 3σ 准则，则有

$$\bar{\Delta} = (12.3 \pm 0.5)V \quad (27)$$

为经过线性拟合本底电流修正后的拟合法所求第一激发电位。

方法三：

既然我们难以对本底电流进行处理，但我们知道本底电流对波峰和波谷的影响是相反的，故我们取波峰以及其后方的波谷的平均值作为数据点进行分析，从而一定程度上抵消本底电流的影响。



表 15 方法三数据

序号	峰值电压/V	波谷电压/V	平均值/V	间距/V
1	17.0	23.0	20.00	0.00
2	28.5	34.5	31.50	11.50
3	40.5	47.0	43.75	12.25
4	52.5	59.0	55.75	12.00
5	66.0	71.5	68.75	13.00

首先取平均值有

$$\bar{\Delta} = 12.1875V \quad (28)$$

标准差为

$$U_{\Delta} = S = 0.3125V \quad (29)$$

故直接取平均值法有

$$\bar{\Delta} = (12.2 \pm 0.4)V \quad (30)$$

再考虑逐差法，有四个数据点，则

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=4}^5 V_{G2Ki} - \sum_{j=1}^2 V_{G2Kj}}{6} = 12.16667V \quad (31)$$

标准差为

$$U_{\Delta} = S = 0.312731V \quad (32)$$

故逐差法的结果为

$$\bar{\Delta} = (12.2 \pm 0.4)V \quad (33)$$

接下来考虑线性拟合，用 origin 拟合可得

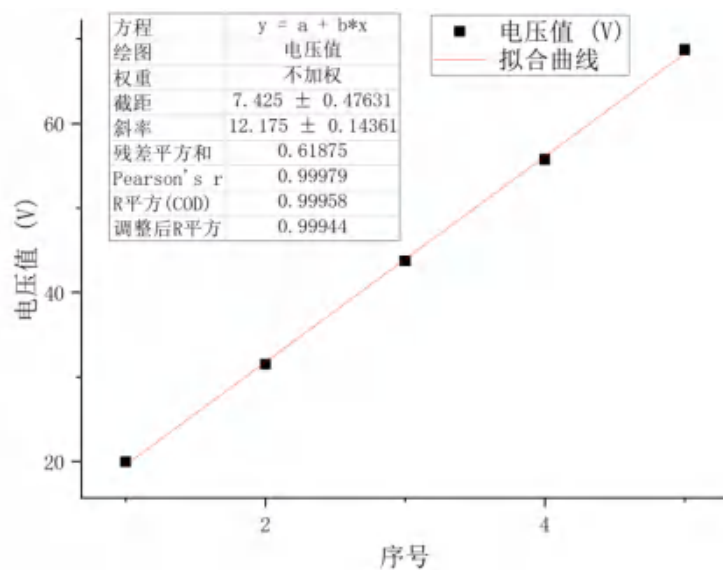


图 17 方法三拟合曲线



表 16 方法三第一激发电位拟合参数

参数名称	参数值	误差
斜率/V	12.175	0.14361

其 R 平方(COD)=0.99958，拟合度较好，认为误差符合正态分布，满足 3σ 准则，则有

$$\bar{\Delta} = (12.2 \pm 0.4)V \tag{34}$$

为方法三的拟合法所求第一激发电位。

2. 画 I_A-V_{G2K} 曲线，定性分析 V_F 、 V_{G1K} 、 V_{G2A} 等电压对曲线的影响

(1) V_F 的影响

通过改变 V_F ，实验中做了三组数据

表 17 探究 V_F 影响的实验参数

参数名称	实验一	实验二	实验三
V_F/V	2.8	2.9	2.7
V_{G1K}/V	1.5	1.5	1.5
V_{G2A}/V	9.5	9.5	9.5

汇总三组数据并作图可得：

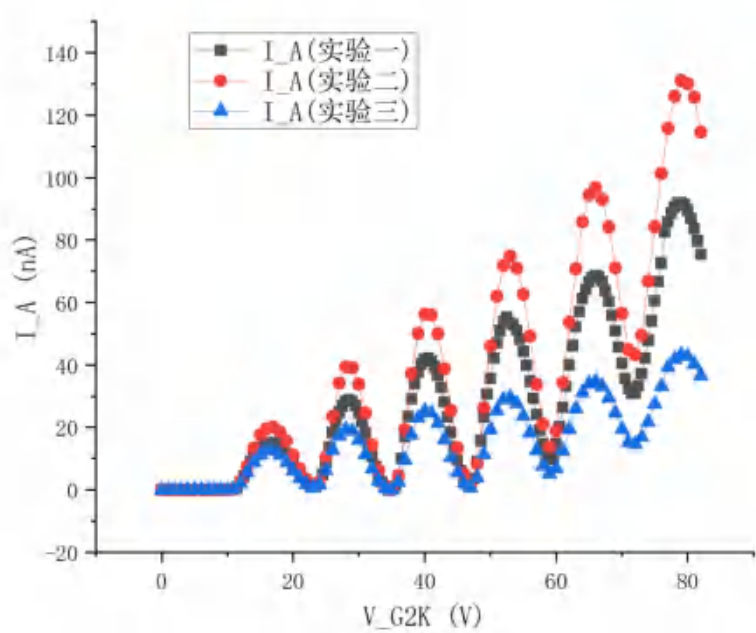


图 18 改变 V_F 所得 I_A-V_{G2K} 曲线

统计每组数据的峰值对应 V_{G2K} ，数据如下

表 18 改变 V_F 所得峰值数据

	V_{G2K}/V
--	-------------



峰值编号	实验一	实验二	实验三
1	17	17	17
2	28.5	28	28
3	40.5	40	40
4	52.5	53	53
5	66	66	66
6	79	79	79
平均值(逐差法)	12.38889	12.55556	12.55556

(2) V_{G1K} 的影响

通过改变 V_{G1K} ，实验中做了三组数据

表 19 探究 V_{G1K} 影响的实验参数

参数名称	实验一	实验四	实验五
V_F/V	2.8	2.8	2.8
V_{G1K}/V	1.5	1.6	1.4
V_{G2A}/V	9.5	9.5	9.5

汇总三组数据并作图可得：

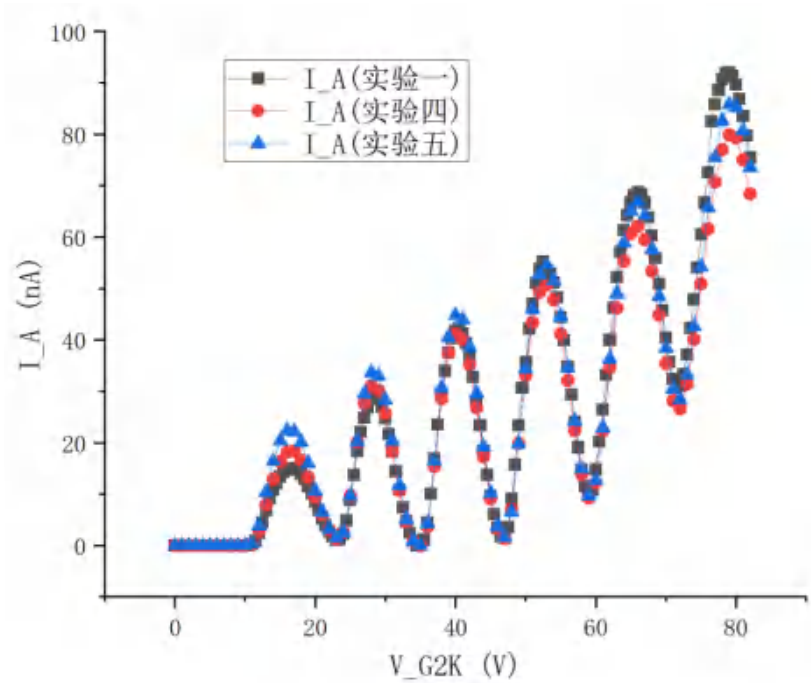


图 19 改变 V_{G1K} 所得 I_A - V_{G2K} 曲线

统计每组数据的峰值对应 V_{G2K} ，数据如下

表 20 改变 V_{G1K} 所得峰值数据



	V_{G2K}/V		
峰值编号	实验一	实验四	实验五
1	17	17	16
2	28.5	28	28
3	40.5	40	40
4	52.5	53	53
5	66	66	66
6	79	79	79
平均值(逐差法)	12.38889	12.55556	12.66667

(3) V_{G2A} 的影响

通过改变 V_{G2A} ，实验中做了三组数据

表 21 探究 V_{G2A} 影响的实验参数

参数名称	实验一	实验六	实验七
V_F/V	2.8	2.8	2.8
V_{G1K}/V	1.5	1.5	1.5
V_{G2A}/V	9.5	10.5	8.5

汇总三组数据并作图可得：

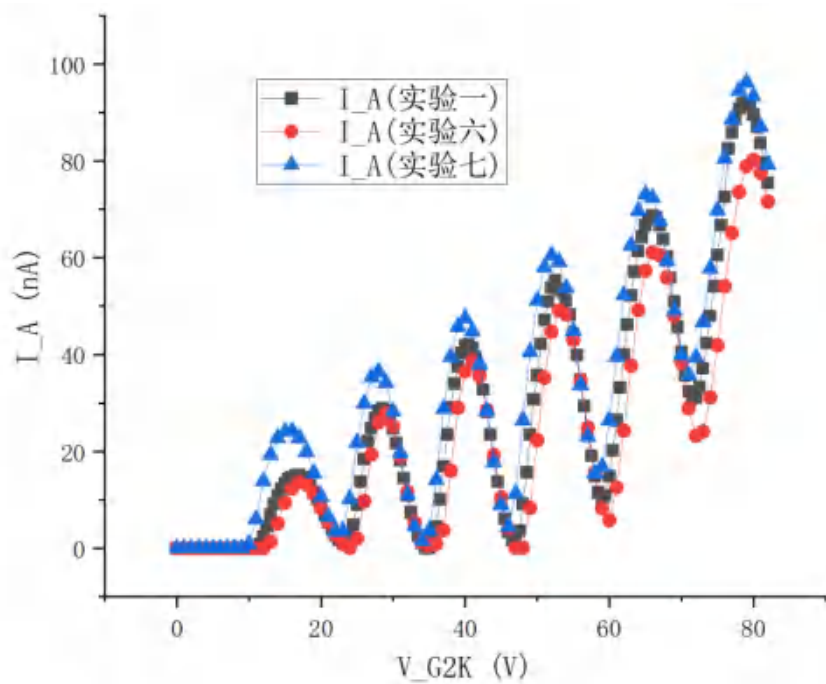


图 20 改变 V_{G2A} 所得 I_A - V_{G2K} 曲线

统计每组数据的峰值对应 V_{G2K} ，数据如下



表 22 改变 V_{G2A} 所得峰值数据

	V_{G2K}/V		
峰值编号	实验一	实验六	实验七
1	17	17	16
2	28.5	29	28
3	40.5	41	40
4	52.5	53	52
5	66	66	65
6	79	80	79
平均值(逐差法)	12.38889	12.44444	12.44444

[讨论和结论]

1. 求第一激发电位值

方法一：直接用原始数据取峰值进行分析

此方法中，我们分别对峰间距用了直接取平均值，逐差法分析以及线性拟合分析的方法进行了数据处理，分别求得三种结果

表 23 原始数据结果

方法名称	取平均	逐差法	线性拟合
第一激发电位 V_1/V	12.4 ± 0.4	12.4 ± 0.4	12.4 ± 0.6

因为在高电压处电子数量较多，部分电子直接穿过氩原子缝隙直接打到极板上，会产生本底电流，且本底电流随电压增长而增长，故会使峰值延后，即测得数据偏大，所以我们下一步去分析本底电流并尽量去消除其影响。

方法二：用 **origin** 拟合消去本底电流后对数据进行分析

此方法中，我们逐次拟合，不断选取最优模型，分别选取了三种本底电流曲线进行了数据分析

(1)第一种本底电流曲线

$$I_d = -0.12907 + 0.02849e^{0.09786V} \tag{35}$$

此时消去本底电流影响后所得结果为

表 24 消除本底电流方法一结果

方法名称	取平均	逐差法	线性拟合
------	-----	-----	------



第一激发电位 V_1/V	12.1 ± 0.3	12.2 ± 0.3	12.2 ± 0.3
----------------	----------------	----------------	----------------

(2)第二种本底电流曲线

$$I_d = -1.90280 + 0.07691e^{0.08472V} \quad (36)$$

此时曲线作用区间为 $V_{G2K} \geq 34.5V$ ，消去本底电流影响后所得结果为

表 25 消除本底电流方法二结果

方法名称	取平均	逐差法	线性拟合
第一激发电位 V_1/V	12.1 ± 0.3	12.2 ± 0.3	12.2 ± 0.3

(3)第三种本底电流曲线

$$I_d = -57.37027 + 1.20738V \quad (37)$$

此时曲线作用区间为 $V_{G2K} \geq 47.0V$ ，消去本底电流影响后所得结果为

表 26 消除本底电流方法三结果

方法名称	取平均	逐差法	线性拟合
第一激发电位 V_1/V	12.3 ± 0.3	12.3 ± 0.3	12.3 ± 0.5

方法三：取波谷与波峰电压平均值作为数据，相互抵消本底电流的影响

表 27 方法三结果

方法名称	取平均	逐差法	线性拟合
第一激发电位 V_1/V	12.2 ± 0.4	12.2 ± 0.4	12.2 ± 0.4

因为方法三中的数据波动幅度最小，故我们以方法三作为本次实验的结果，即

$$\Delta U = (12.2 \pm 0.4)V \quad (38)$$

2. 画 I_A-V_{G2K} 曲线，定性分析 V_F 、 V_{G1K} 、 V_{G2A} 等电压对曲线的影响

(1) V_F 的影响

通过对比三种 V_F 下的 I_A-V_{G2K} 曲线，实验结果表明：随着灯丝电压的升高，峰的数目、峰与谷的位置几乎没有发生变化，但是随着灯丝电压 V_F 的升高，电流总体趋势增大。

这是因为灯丝电压 V_F 的高低决定阴极的发射能力^[1]，电压越高则单位时间发射的电子数越多，同时热阴极发射的电子平均初动能也增加，从而使单位时间内能够到达极板的电子数增多，所以板极电流增大，实验曲线上峰与谷的电流差值也明显增大。

故我们取合适的灯丝电压 V_F 能够使峰值更突出，实验结果更易观察。

(2) V_{G1K} 的影响

通过改变第一栅极电压 V_{G1K} 所作曲线直接观察，并未发现明显改变，所以首先我们要弄清 V_{G1K} 所起作用。



倘若不加第一栅极电压，此时阴极发射电子的动能大部分用来克服逸出功^[2]，其剩余动能很少，故其初速度较小，容易在灯丝处堆积，而此时容易产生空间电荷层^[3]，使得其电势低于灯丝的电势，产生一个势垒，使得电子难以穿过，且其产生的电场会阻碍电子发射，使得发射出的电子变少，进而到达极板的电子减少，故为了消除空间电荷层对阴极电子发射的影响，在阴极与第二栅极之间加第一栅极电压，电子通过此电场加速，可以克服空间电荷效应产生的空间电场，进而被势井拉回的电子数减小，发出的电子增多。

而当第一栅极电压足够大时，空间电荷效应消除，此时电流 I_A 达到饱和。当我们继续增大电压，因为 V_{G1K} 起到收集热发射电子的作用，在相同的 V_F 下， V_{G1K} 越大，则更多的发射电子被收集至加速区， I_p - V_{G2K} 曲线的起始电压 U_S 将变小。

而由实验所作曲线可知，可能由于实验中 V_{G1K} 改变幅度较小，并未观察到明显的变化，故应当增大 V_{G1K} 改变幅度才能更好地观察曲线变化。

(3) V_{G2A} 的影响

通过观察 V_{G2A} 改变时的 I_A - V_{G2K} 曲线变化，结果表明：

①随着拒斥电压 V_{G2A} 的增加，在同一加速电压下电流 I_A 变小，这是因为随着拒斥电压 V_{G2A} 增大后，导致更多的能量较低电子不能到达极板形成电流，从而同一加速电压下电流变小^[4]。

②我们也可以观察到，随着拒斥电压 V_{G2A} 的增大，电流 I_A 的出现位置所对应 V_{G2K} 增大，因为此时需要更大的电压才能使电子抵抗反向拒斥电压，从而打到极板产生电流。

③并且，观察到拒斥电压越大，本底电流越小，因为拒斥电压反向阻碍电子运动，从而减小了电子能量，之前我们分析过本底电流其为高能电子直接穿过氩原子间隙或碰撞时能量并未被全部吸收的电子产生的，倘若拒斥电压增大，则电子能量总体降低，即此时高能电子减少，故电子直接穿过氩原子间隙或能量并未被全部吸收的几率变小，所以本底电流随之减小。

④通过数据的初步分析，拒斥电压对峰值间距影响并不大。

综述：

氩的第一激发电位为 13.1V，而实验数据明显小于其值，而我们知道，氩原子为稀有气体，其与氦原子类似，而我们知道，氦在第一激发态下有两个亚稳态，故我们测得的值可能并非氩的第一激发电位，而是其亚稳态与基态的电位差^[5]。

由 Lorentz 分布方程



$$\sigma(E_\gamma) = \sum_i \frac{\sigma_i}{1 + \left[\frac{E_\gamma^2 - E_{Ri}^2}{E_\gamma \Gamma_i} \right]} \quad (39)$$

其中, σ_i 是电子共振峰截面; E_γ 是光子能量; E_{Ri} 是电子共振能量; Γ_i 是电子共振宽度。可得电子运动轨迹曲线分布 $\sigma(E_\gamma)$ 。

利用 Maurice Dirac 方程

$$\Psi_{p\lambda}(x, t) = N_\lambda \left(\frac{c\sigma p}{mc^2 + \lambda\sqrt{c^2p^2 + m^2c^4}} \cdot \varphi_0 \right) \frac{\exp \left[\frac{i}{\hbar} (p \cdot x - \lambda \cdot E_p \cdot t) \right]}{(2\pi\hbar)^{\frac{3}{2}}} \quad (40)$$

其中, $\lambda = \pm 1$ 表示正负能量; N_λ 是归一化常数; φ 由归一化条件确定; c 是光速; σ 是泡利矩阵; p 是动量; m 粒子质量; E_p 是连续能谱。可得自由粒子运动的波函数 $\Psi_{p\lambda}(x, t)$ 。

由上述方程即可得到原子的能级, 且我们已知部分原子在基态与第一激发态之间存在特殊能级, 称为亚稳态, 故对于氩原子来说, 其在第一激发态与基态之间存在两个亚稳态, 其电位分别为 $U'_1 = -4.21V$, $U''_1 = -4.04V$ 。下面我们证明实验中所得数据为亚稳态与基态之间的电位差。

我们知道, 倘若一个粒子在某个能级的能级寿命较大, 那其宏观表现应该就是此能级的性质, 故我们考虑粒子在亚稳态与第一激发态的能级寿命大小的比较^[6]。

对大量原子而言, 某能级的平均寿命定义为

$$T_n = \frac{1}{\sum_{E_{n'} < E_n} A_{nn'}} \quad (41)$$

其中, $A_{nn'}$ 是单位时间的跃迁几率(跃迁速率)。

根据 Einstein 自发辐射理论, 氢原子在单位时间内由 Ψ_{nlm} 态自发跃迁到 $\Psi_{n'l'm'}$ 态 (设 $E_n > E_{n'}$) 的跃迁几率为

$$A_{nlm, n'l'm'} = \frac{4e^2(\omega_{nn'})^3}{3\hbar c^3} |\langle \Psi_{nlm} | \vec{r} | \Psi_{n'l'm'} \rangle|^2 \quad (42)$$

其中

$$\omega_{nn'} = \frac{E_n - E_{n'}}{\hbar} \quad (43)$$

再通过径向矩阵以及求和方法等, 利用量子力学即可得知氩原子的第一激发态的能级寿命 $\sim 10^{-8}s$, 而亚稳态的能级寿命 $\sim 10^{-3}s$, 故氩原子大部分停留在亚稳态。

接着, 我们前面导出过两个亚稳态的电位, 其之间的能量差值 $\ll$ 跃迁能量, 故我们将两者合并, 考虑三能级跃迁模型^[7], 即

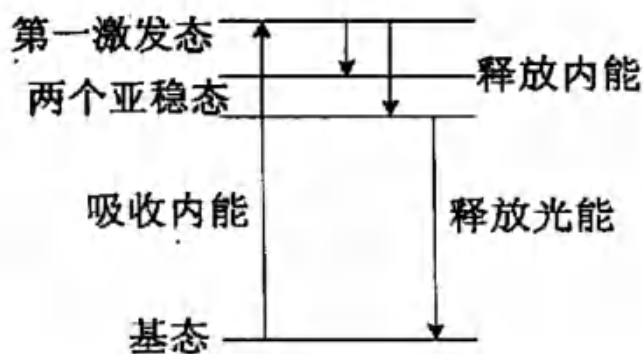


图 21 三能级跃迁模型

首先，在外界泵浦源激发下，处于基态 E_1 的原子被抽运到第一激发态 E_3 ，而我们之前已经证实 E_3 的能级寿命极短，故此时大部分粒子以无辐射跃迁的方式转移到亚稳态 E_2

而因为 E_2 的能级寿命较长，故大部分粒子停留在 E_2 的状态，随着时间的推移，会形成粒子数反转，此时 E_1 与 E_2 之间的跃迁占据主导。即证明了亚稳态与基态之间的跃迁产生的能量差为我们实验中的测量值。

对于 F-H 实验，当阴极射线管发出的电子打到氩原子上时，氩原子的基态电子吸收内能，从基态被抽运至第一激发态，而几乎是同时又以无辐射跃迁的形式跃迁至亚稳态，此时此电子被抽运时所吸收的内能一部分又还给了非弹性碰撞过程，即我们宏观观测到的电子能量降低为亚稳态与基态之间的能量。此过程即可等效为氩原子的电子直接跑到亚稳态然后再跃迁至基态，故理论上我们所测得数值应为

$$\Delta U \approx 11.65V \quad (44)$$

而本次实验最终结果为

$$\Delta U = (12.2 \pm 0.4)V \quad (45)$$

与理论数值有4.7%的偏差，实验结果还可以接受，但应进一步分析误差来源来进一步优化。

误差分析：

本次实验所测结果偏大，我们分析误差来源可能为

(1)实验中测量数据的精度太小，因为本次实验是手动记录数据，并且记录间距为1V，故实验数据精度较低，并且实验本身所要求的精度较高，故我们的峰值并不一定是真正的峰值，其应为最靠近峰值的数据点，倘若我们最小值偏小，最大值偏大，则总体数据必定偏大。

(2)实验中本底电流的影响较大，由我们的数据图可知，前四个峰值的本底电流均约为0，而第四个峰值后的本底电流瞬间增大，故我们有效的能够拟合本底电流的数值仅



为三四个数据，难以选取最优模型拟合本底电流，而本底电流的迅速增大会大幅度影响峰间距，因为当本底电流的增大幅度大于实际电流减小的幅度时，我们所测电流 I_A 仍在增大，故峰值将延后出现，而我们发现，实验中的峰间距的确有随 V_{G2K} 的增大而增大的趋势，故本底电流是不容忽视的且难以处理的。

(3)实验参数调节并未完全达到最优，因为实验时间有限，且实验数据无法直接导入电脑绘图，实验时并未能及时判断参数是否达到最优，而仅从本底电流小与峰值数目多的两种特征去判断参数是否达到最优是十分局限的。

实验展望：

(1)实验参数仍可以进一步微调，甚至在实验的同时应当当场处理数据，从而找到最优参数。

(2)实验记录数据间距过大，下次记录实验可以取 0.2V 为数据间距，从而得到更优的实验曲线。

(3)在第二部分中对 V_{G1K} 的调节并不明显，以至于实验与理论并非十分吻合，下次可以调大电压改变幅度，使实验效果更好。

[思考题]

1. 在数据处理的方法一中，直接取激发曲线中各峰（或谷）位间距的平均值作为第一激发电位值。这种方法是否合理？为什么？

不合理。

(1)对于各个峰值间距，倘若我们直接取平均值，原始的 6 个有效数据会变成两个数据，数据自由度极小，可信度极低，故我们应采用逐差法对其进行分析。

(2)实验中所测电流实际上是由本底电流与激发曲线电流的叠加，而本底电流随 V_{G2K} 的增加而增加。在峰值处，电子碰撞氩原子使氩原子激发，从而激发曲线电流降低，但此时本底电流仍在增大，倘若本底电流增大幅度比激发曲线电流减小幅度大，此时宏观电流仍然增大，故会导致峰值延后，此时所测数据会偏大。

故直接取平均值的方法并不合理。

2. F-H 管的 I_A-V_{G2K} 曲线中，相邻两波峰或波谷 V_{G2K} 之差表示什么？波峰为什么有一定宽度？波谷点的 I_A 为什么不等于零，且随 V_{G2K} 的增大而增大。

(1)相邻两波峰和波谷 V_{G2K} 差值表示氩原子的亚稳态电位值。

(2)首先，当曲线达到波峰时，此时空间中的运动电子所含能量接近氩的激发能量，当能量提升时其就会与氩原子发生非弹性碰撞，使得氩原子基态电子吸收能量，



“跑”到第一激发态上，此时空间中的运动电子能量将不足以打到极板上，进而曲线下降，而能量与速度关联，故我们此时考虑速度的影响因素来进一步考虑为何波峰有一定的宽度。

我们知道麦克斯韦-玻尔兹曼分布是一个描述一定温度下微观粒子运动速度的概率分布，故首先想到以麦克斯韦-玻尔兹曼分布去进行理论分析，但是其适用条件对应于由大量不相互作用的粒子所组成、以碰撞为主的系统中最有可能的速率分布，且量子效应可以忽略，其在许多情况下（例如非弹性碰撞），是不适用的，对电子而言，重组和碰撞激发（也就是辐射过程）是不可忽视的，故此时不能直接运用麦克斯韦-玻尔兹曼分布。

对于阴极射线发出的电子，我们知道其是由电热丝经通电发热而激发出来的，根据统计理论，热发射电子的分布律的形式为^[8]

$$f(v)dv = \frac{m^2}{2k^2T^2} v^3 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv \quad (46)$$

其中 v 和 m 分别为热发射电子的速率和质量， k 为玻耳兹曼常量， T 为金属的热力学温度。

对此分布函数进行分析，其是一个凸函数，故其分布概率在极值处有一定的宽度，其大致图像如下

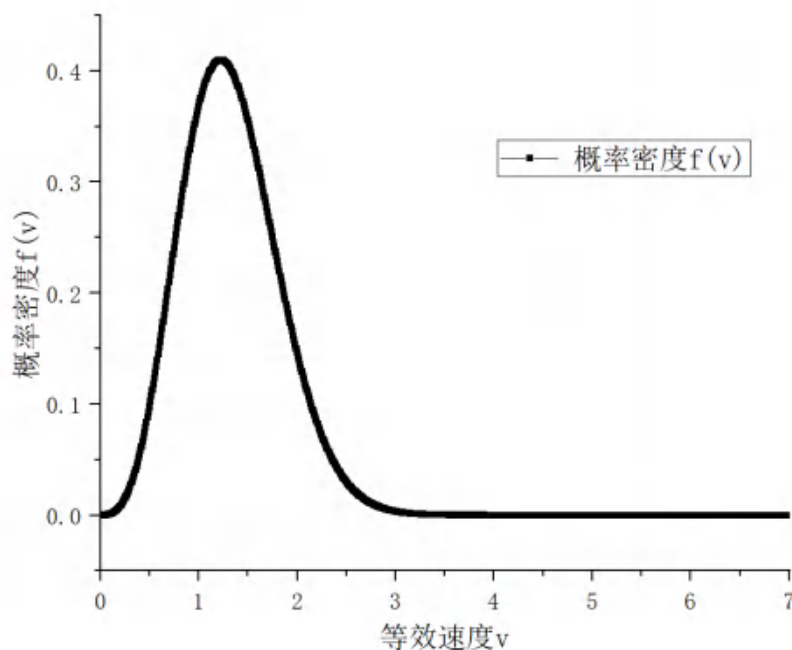


图 22 热发射电子的分布曲线

对于某一时刻，当某些电子速度达到激发要求时，曲线开始有下降趋势，但同时也有一些电子速度小于这些电子，这些电子仍未达到所需要的能量，由于电子并不是



完全分布在一个速率上，且分布概率两侧小，中间大，故期初碰撞发生跃迁的概率较小，而此时加大第二栅极电压也会使更多电子打到极板，此时虽然发生跃迁，但加大第二栅极电压的增大效果更强，故此时电流仍然增大，但增大幅度开始减小；再随着第二栅极电压增大，大部分电子能量都达到碰撞激发要求时，曲线才开始大幅度下降，故我们所作曲线应与电子分布曲线类似，其峰值有一定的宽度。

并且，我们也不能忽略本底电流的影响，在第一题中我们论述过本底电流会延后波峰，而延后波峰的同时，其也会使波峰产生宽度，因为本底电流的增加会与激发曲线的下降相互抵消，使峰值维持一段时间，即产生一定的宽度。

(3)波谷处的 I_A 被称为本底电流，其首先我们应探究其产生机理，思考为何电子能量不会完全被吸收。

首先，我们知道电子的分布律符合(46)式，我们第二小问中用其分析了波峰的宽度，而我们知道，对于电子速率分布，永远都存在“低速电子”，这些电子无法达到碰撞激发条件，其一直在空间中自由，从而打到极板，产生电流，这些电子的速度随着 V_{G2K} 的增大而增大，故电流也会增大。

除了分布律的影响，我们知道气体分子之间是有间距的，而我们对于大量粒子的碰撞，可以引入平均自由程的概念，对于电子达到碰撞激发条件时，其必定有一个平均自由程，而这个概念是一个平均的思想，则必定有极大的自由程(部分粒子以极小的概率同时穿过所有其他粒子，不发生碰撞)。对于此实验，碰撞区域中有许多电子，其都有一定的几率与氩原子发生非弹性碰撞，即激发碰撞，而气体间隙较大，对于大量电子，其必定有部分会直接穿过氩气，打到极板，从而产生电流。当 V_{G2K} 增大时，电子加速度会增大，其平均速率更高，此时由于其速度的提升，碰撞概率下降，故此时其对本底电流的贡献增大，即随着 V_{G2K} 的增大电流也增大。

以上即为本底电流的产生以及变化分析。

3. I_A - V_{G2K} 曲线中第一个波峰的 V_{G2K} 是否就是第一激发电位？为什么？

不是，电子从阴极射线管中发射出后，需要克服拒斥电压 V_{G2A} 才能达到极板，且我们从实验二中的 V_{G2A} 对实验影响部分分析中也可看出，其第一峰值电压与 V_{G2A} 有着巨大的联系，当 V_{G2A} 增大时，第一峰值电压也会增大，故其并不是第一激发电位。

[参考文献]

[1]陈海波.F-H 实验测量氩原子的第一激发电位的研究[J].茂名学院学报,2005(04):77-81.



- [2]古丽巴哈尔.选择“弗兰克—赫兹实验”条件的重要性[J].新疆师范大学学报(自然科学版),1996(03):37-40.
- [3]WARD A L. Effect of Space Charge in Cold-Cathode Gas Discharges [J]. Physical Review, 1958, 112(6): 1852-7.
- [4]孙桂芳,阮树仁,盛淑芳,钱霞.弗兰克-赫兹实验中氩原子第一激发电位的研究[J].物理实验,2017,37(S1):1-3+8.
- [5]何忠蛟,汪建章.修正 F—H 实验中的氩原子第一激发电位[J].大学物理实验,2004(02):39-43.
- [6]李淑贞,黄时中.氢原子能级平均寿命的解析计算[J].安徽师范大学学报(自然科学版),2011,34(04):335-338.
- [7]陈敏,赵福利,董建文.光学[M].高等教育出版社,2018(08).
- [8]侯吉旋,司黎明.磁控法测定热发射电子的速率分布[J].大学物理,2014,33(12):21-22+50.

[教师签名页]



No. _____
Date: _____

3. 画出 V_{GS} 特性曲线, 定性分析 V_F , V_{GS} , V_{DS} 等参数对曲线的影响。

谭创

2022.10.25

[数据记录]

实验 - 1 $V_{GS} = 1.5V$ $V_F = 2.0V$ $V_{GS} = 9.50V$

U_{GS}/V	$I_D/\mu A$	U_{GS}/V	$I_D/\mu A$	U_{GS}/V	$I_D/\mu A$	U_{GS}/V	$I_D/\mu A$
0	0	13.4	6.9	26	18.4	39.1	37.6
0.5	0	13.5	9.1	26.5	22.1	39.5	40.3
1	0	14.3	10.8	27	24.5	40.5	41.8
1.5	0	14.5	12.2	27.5	26.9	40.5	42.1
2	0	15.1	13.4	28	28.4	41.3	43.3
2.5	0	15.5	14.3	28.5	28.9	41.5	44.4
3	0	16	14.7	29	28.4	42.1	36.6
3.5	0	16.5	15.0	29.5	27.0	42.5	32.8
4	0	17	15.1	30	24.7	43	28.1
4.5	0	17.5	14.7	30.5	21.7	43.5	23.4
5	0	18	13.9	31	18.2	44	18.4
5.5	0	18.5	12.9	31.5	14.4	44.5	13.7
6	0	19	11.5	32	10.8	45	9.6
6.5	0	19.5	10.0	32.5	7.4	45.5	6.1
7	0	20	8.4	33	4.7	46	3.4
7.5	0	20.5	6.8	33.5	2.5	46.5	1.7
8	0	21	5.3	34	0.9	47	1.4
8.5	0	21.5	3.9	34.5	0.1	47.5	3.6
9	0	22	2.6	35	0.1	48	9.1
9.5	0	22.5	1.7	35.5	1.1	48.5	15.7
10	0	23	1.1	36	4.5	49	23.4
10.5	0	23.5	1.2	36.5	10.0	49.5	30.7
11	0.2	24	2.2	37	16.9	50	35.7
11.5	0.9	24.5	4.9	37.5	23.5	50.5	42.2
12	2.4	25	8.9	38	29.1	51	47.1
12.5	4.5	25.5	13.7	38.5	34.0	51.5	51.0

图 23 教师签名页 1



No.

Date.

V_{GK}/V	I_A/nA	V_{GK}/V	I_A/nA	V_{GK}/V	I_A/nA	V_{GK}/V	I_A/nA
52.0	53.8	59.5	10.9	67	61.6	74.3	54.1
52.5	55.3	60	14.8	67.5	67.8	75	60.5
53	53.6	60.5	20.2	68	60.3	75.5	66.7
53.5	52.9	61	26.4	68.5	55.9	76	72.6
54	51.1	61.5	33.2	69	50.9	76.5	82.5
54.5	48.2	62	40.0	69.5	45.7	77	85.8
55	44.4	62.5	46.2	70	40.5	77.5	88.6
55.5	39.9	63	52.2	70.5	35.7	78	90.7
56	34.8	63.5	57.1	71	32.4	78.5	91.9
56.5	29.3	64	61.3	71.5	30.9	79	92.0
57	24.0	64.5	64.3	72	31.1	79.5	91.3
57.5	19.1	65	66.7	72.5	33.3	80	89.6
58	14.8	65.5	68.1	73	37.2	80.5	86.9
58.5	11.5	66	68.7	73.5	42.3	81	83.6
59	9.9	66.5	68.73	74	47.9	81.5	79.7
						82	75.4

2 $V_F = 2.9V$ $V_{GK} = 1.5V$ $V_{AK} = 29.5V$

V_{GK}/V	I_A/nA	V_{GK}/V	I_A/nA	V_{GK}/V	I_A/nA	V_{GK}/V	I_A/nA
0	0	13	70.5	26	23.5	39	80.1
1	0	14	13.4	27	34.2	40	51.3
2	0	15	17.6	28	39.4	41	56.0
3	0	16	19.6	29	39.1	42	50.0
4	0	17	20.1	30	33.9	43	32.8
5	0	18	18.6	31	29.6	44	25.4
6	0	19	15.6	32	14.3	45	13.5
7	0	20	11.1	33	6.3	46	5.1
8	0	21	6.8	34	1.3	47	1.9
9	0	22	3.4	35	0	48	8.4
10	0	23	1.5	36	4.5	49	24.3
11	0.2	24	2.7	37	14.3	50	46.1
12	2.5	25	10.5	38	37.2	51	62.0

图 24 教师签名页 2



No. _____							
Date: _____							
U_{AK}/V	I_A/nA	U_{AK}/V	I_A/nA	U_{AK}/V	I_A/nA	U_{AK}/V	I_A/nA
52	71.9	61	34.4	70	56.5	71	131.1
53	74.8	62	53.7	71	44.9	80	130.1
54	71.0	63	76.8	72	42.1	81	123.8
55	62.6	64	85.9	73	49.5	82	114.6
56	48.2	65	94.5	74	66.9		
57	33.8	66	96.8	75	84.3		
58	21.1	67	93.1	76	101.3		
59	13.8	68	84.2	77	115.8		
60	18.9	69	71.1	78	124.1		
实验数据		三	四	五	六	七	八
		$V_F: 2.7V$	$2.8V$	$2.8V$	$2.8V$	$2.8V$	$2.8V$
实验数据		$U_{AK}: 1.5V$	$1.6V$	$1.1V$	$1.5V$	$1.5V$	$1.5V$
		$U_{AK}: 9.5V$	$9.5V$	$9.5V$	$10.5V$	$8.5V$	$8.5V$
U_{AK}/V	I_A/nA	U_{AK}/V	I_A/nA	U_{AK}/V	I_A/nA	U_{AK}/V	I_A/nA
0	0.01	0	0.11	0	0.11	0	0
1	0.11	0	0.12	0	0.12	0	0
2	0.11	0	0.11	0	0.11	0	0
3	0.11	0	0.11	0	0.11	0	0
4	0.11	0	0.11	0	0.11	0	0
5	0.11	0	0.11	0	0.11	0	0
6	0.11	0	0.11	0	0.11	0	0
7	0.11	0	0.11	0	0.11	0	0
8	0.11	0	0.11	0	0.11	0	0
9	0.11	0	0.11	0	0.11	0	0
10	0.11	0	0.11	0	0.11	0	0
11	0.11	0	0.11	0	0.11	0	0
12	0.11	0	0.11	0	0.11	0	0
13	0.11	0	0.11	0	0.11	0	0
14	0.11	0	0.11	0	0.11	0	0
15	0.11	0	0.11	0	0.11	0	0
16	0.11	0	0.11	0	0.11	0	0

图 25 教师签名页 3



Roll No. _____

Date: _____

17	12.4	18.4	22.2	19.6	22.8
18	11.1	16.6	20.1	13.2	19.9
19	8.7	13.3	16.0	11.2	15.5
20	6.1	9.4	10.6	9.3	10.7
21	3.6	6.0	6.5	5.3	6.4
22	1.8	3.0	3.2	2.8	3.4
23	0.8	1.7	1.5	0.9	3.6
24	1.7	2.6	2.6	0.1	10.2
25	6.2	9.7	9.6	2.0	21.8
26	12.7	20.1	20.3	9.7	29.9
27	17.4	27.7	29.5	19.3	35.03
28	19.4	31.0	33.6	26.0	36.5
29	18.5	30.2	33.0	27.8	34.1
30	16.0	26.7	28.3	25.2	28.2
31	11.4	18.4	20.4	19.0	19.6
32	6.6	10.7	11.7	11.6	10.0
33	3.9	4.6	8.1	5.3	4.5
34	0.6	0.9	0.9	1.3	1.5
35	0	0	0	0.6	3.6
36	2.4	3.7	4.3	0.9	14.1
37	9.6	10.4	16.4	3.7	28.7
38	17.6	29.6	30.7	16.0	39.5
39	23.0	37.5	40.5	29.0	45.8
40	25.3	41.2	44.8	36.5	47.5
41	24.6	40.1	43.9	38.7	44.8
42	21.3	35.2	38.6	35.5	38.1
43	16.1	26.8	9.6	28.5	28.4
44	10.3	17.3	19.2	19.2	17.8
45	5.5	9.1	10.2	10.5	8.9
46	2.0	4	3.8	4.1	4.4
47	6.8	11.4	1.6	6.1	11.3
48	3.9	7.1	6.6	0.1	26.5

图 26 教师签名页 4



49	11.4	19.9	19.8	8.3	40.5
50	19.3	33.1	34.4	22.3	51.2
51	25.4	43.4	40.9	35.2	58.0
52	28.9	49.3	52.7	44.7	60.5
53	29.6	50.7	54.6	49.1	59.2
54	27.7	47.8	51.6	48.3	53.8
55	23.6	41.1	44.5	43.0	44.9
56	18.3	32.1	34.6	34.6	33.7
57	12.6	22.3	24.2	24.9	27.0
58	7.7	13.8	15.0	15.6	15.4
59	5.2	9.2	9.7	8.2	16.8
60	6.9	4.3	12.7	0.8	26.5
61	12.5	22.3	22.9	12.5	39.6
62	19.4	34.6	36.3	24.3	52.3
63	21.0	46.2	49.0	37.7	62.6
64	31.1	55.3	58.9	49.2	69.7
65	34.1	61.7	65.1	57.3	73.1
66	34.8	62.1	66.8	61.1	72.4
67	33.1	59.5	64.1	60.5	67.6
68	29.4	53.4	57.6	55.9	59.3
69	24.6	44.8	48.5	48.0	49.1
70	19.4	35.4	39.4	38.4	39.8
71	15.3	28.2	30.4	28.9	35.8
72	14.6	26.6	28.4	23.2	39.4
73	16.9	31.4	33.2	24.1	46.7
74	21.7	40.1	42.6	31.2	57.8
75	27.5	50.9	54.2	41.9	69.8
76	33.2	61.6	65.8	54.1	80.5
77	38.2	70.7	70.5	65.1	88.6
78	41.8	77.0	82.6	73.6	93.6
79	43.3	79.9	85.8	78.9	96.2
80	42.7	79.3	85.1	80.2	93.3

图 27 教师签名页 5



81	40.3	725.0	89.7	77.5	87.0
82	36.5	68.4	73.6	71.6	79.2
谭创(数据)					
2022.12.25 11:05					

图 28 教师签名页 6

实验 B0.1、B0.3 实验报告

参考文献的检索和管理、物理实验数据处理

实验者：路尚润

学号：21305127

地点：陆佑堂 311

时间：2022 年 9 月 6 日上午

[实验内容]

1. 正文文字

Quantum plasmonics^[1]

Plasmonics provides a unique setting for the manipulation of light via the confinement of the electromagnetic field to regions well below the diffraction limit^[2, 3]. This has opened up a wide range of applications based on extreme light concentration^[4], including nanophotonic lasers and amplifiers^[5], optical metamaterials^[6], biochemical sensing^[7] and antennas transmitting and receiving light signals at the nanoscale.

- [1] TAME M S, MCENERY K R, ÖZDEMİR Ş K, et al. Quantum plasmonics [J]. Nature Physics, 2013, 9(6): 329-40.
- [2] TAKAHARA J, YAMAGISHI S, TAKI H, et al. Guiding of a one-dimensional optical beam with nanometer diameter [J]. Opt Lett, 1997, 22(7): 475-7.
- [3] GRAMOTNEV D K, BOZHEVOLNYI S I. Plasmonics beyond the diffraction limit [J]. Nature Photonics, 2010, 4(2): 83-91.
- [4] SCHULLER J A, BARNARD E S, CAI W, et al. Plasmonics for extreme light concentration and manipulation [J]. Nat Mater, 2010, 9(3): 193-204.
- [5] BERINI P, DE LEON I. Surface plasmon-polariton amplifiers and lasers [J]. Nature Photonics, 2011, 6(1): 16-24.
- [6] HESS O, PENDRY J B, MAIER S A, et al. Active nanoplasmonic metamaterials [J]. Nat Mater, 2012, 11(7): 573-84.
- [7] ANKER J N, HALL W P, LYANDRES O, et al. Biosensing with plasmonic nanosensors [J]. Nature Materials, 2008.

2. 五条公式

(1) ΑΒΓΔΕΖΘΙΚΛΜΝΞΟΠΡΣΤΥΦΧΨΩ, αβγδεεθθμπρστφω

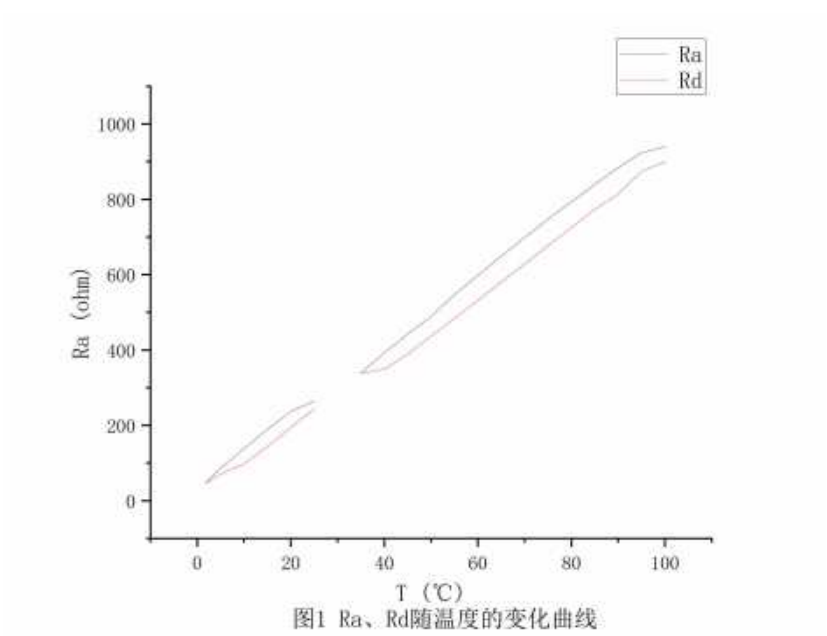
$$(2) \begin{cases} I = U / \sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2} \\ \Delta\varphi = -\tan^{-1}[\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}] \end{cases}$$

$$(3) \frac{\partial u}{\partial t} - \kappa \nabla^2 u = \frac{l^2 R}{c \rho V}, (\kappa = \frac{k}{c \rho})$$

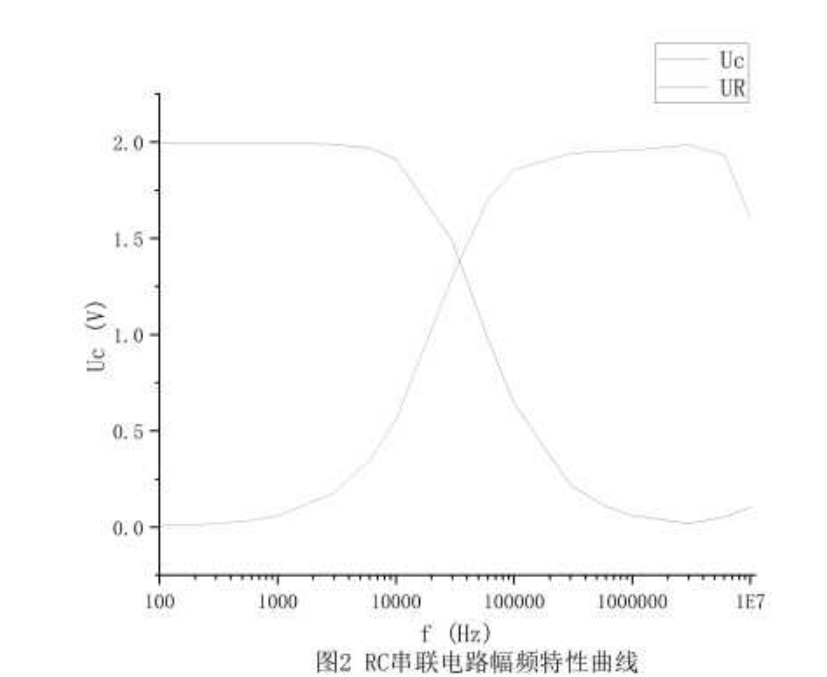
$$(4) \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p u \cdot \nabla T + \nabla \cdot q = Q + Q_{ted}$$

(5) $E = mC^2$

3.位图：



矢量图：



4.表格

表 1：RC 串联电路的幅频特性和相频特性

f 赫兹	U0	Uc	UR	T	t	φ
100	2.00	1.993	0.006	1.00E-02	2.50E-03	90.00
300	2.00	1.998	0.018	3.33E-03	8.20E-04	88.56
600	2.00	1.998	0.035	1.67E-03	4.00E-04	86.40
1000	2.00	1.997	0.059	1.00E-03	2.30E-04	82.80
3000	2.00	1.989	0.176	3.33E-04	7.40E-05	79.92

6000	2.00	1.968	0.347	1.67E-04	3.50E-05	75.60
10000	2.00	1.912	0.560	1.00E-04	2.05E-05	73.80
30000	2.00	1.489	1.299	3.33E-05	4.40E-06	47.52
60000	2.00	0.980	1.700	1.67E-05	1.40E-06	30.24
100000	2.00	0.644	1.857	1.00E-05	5.00E-07	18.00
300000	2.00	0.218	1.941	3.33E-06	1.00E-07	10.80
600000	2.00	0.107	1.952	1.67E-06	2.40E-08	5.18
1000000	2.00	0.061	1.957	1.00E-06	8.00E-09	2.88
3000000	2.00	0.019	1.987	3.33E-07	2.00E-09	2.16
6000000	2.00	0.052	1.933	1.67E-07	5.00E-10	1.08
10000000	2.00	0.104	1.610	1.00E-07	0.00E+00	0.00

5.教师签名完整页

