

磁斯格明子的拓扑性质和动力学*

路尚润†

(中山大学物理学院, 广东广州, 510275)

2024 年 6 月 6 日

摘要: 本文介绍了凝聚态体系中的磁性斯格明子。磁性斯格明子是多种磁性材料中发现的具有拓朴起源的纳米量级自旋纹理, 具有稳定性, 可以利用动量空间中的中子散射和实空间中的显微技术对斯格明子进行观测。其特性包括新奇的霍尔效应、超低电流密度下的电流驱动运动以及多铁行为, 可以通过由交换相互作用引起的新兴电磁场进行描述。这些性质使得斯格明子可以在磁信息存储和处理装置中作为信息载体, 具有潜在的应用前景。

关键词: 磁斯格明子, 手性磁体, DM 相互作用, 霍尔效应

Topological Properties and Dynamics of Magnetic Skyrmions

Shangrun Lu

School of Physics, Sun Yat-sen University, Guangzhou, Guangdong, China

June 6, 2024

Abstract: This paper introduces magnetic skyrmions in condensed matter systems. Magnetic skyrmions are nanoscale spin textures with a topological origin found in various magnetic materials, characterized by their stability. They can be observed using neutron scattering in momentum space and microscopy techniques in real space. Their properties include novel Hall effects, current-driven motion at ultra-low current densities, and multiferroic behavior, which can be described by emergent electromagnetic fields arising from exchange interactions. These properties suggest that skyrmions have potential applications as information carriers in magnetic information storage and processing devices.

Keywords: Magnetic Skyrmions, Chiral Magnets, DM Interaction, Hall Effect

*固体物理讨论班课程论文

†学号: 21305127 专业: 物理学 邮箱: lushr3@mail2.sysu.edu.cn

Contents

1	引言	1
2	磁斯格明子的起源	1
2.1	基本性质	1
2.2	形成原因	2
3	拓扑性质	2
3.1	斯格明子数 (The skyrmion number)	2
3.2	新兴电磁场 (Emergent electromagnetic field)	4
4	手性晶格磁体中的斯格明子	5
4.1	DM 相互作用	5
4.2	块状材料	6
4.3	实空间观测	7
4.4	薄膜材料	8
5	不同磁性体系的斯格明子	8
5.1	空间群 $P2_13$ 螺旋磁体	9
5.2	薄膜中心对称磁体	10
6	斯格明子相关的拓扑现象——拓扑霍尔效应	11
7	斯格明子动力学	13
7.1	运动电磁感应	13
7.2	集体模式	14
7.3	外参量对运动的影响	15
7.4	单斯格明子的运动	17
8	单斯格明子的运动仿真	18
9	总结	19
10	个人理解	19

1 引言

磁体中相互作用之间的激烈竞争通常会导致非共线或非共面的自旋结构，如涡旋、畴壁、磁性气泡和螺旋，这些自旋结构赋予了材料有趣的物理性质和有用的器件功能，从基础科学和技术应用的角度引起了人们强烈的研究兴趣^[1-4]。

除了这些自旋结构外，磁性斯格明子是一种具有量化拓扑数的涡旋状旋转自旋纹理，它对外部场的奇特响应动力学在自旋电子器件功能的应用中具有广泛的应用前景。

在本文中，我们首先介绍了斯格明子的起源，接着介绍了各种磁体中的斯格明子以及一些观测手段，最后对其拓扑性质以及动力学性质等进行了介绍。

2 磁斯格明子的起源

2.1 基本性质

在经典力学中，粒子可以用质点、或者刚体去形容，而在场论中，粒子可以用波面的振动去描述，这种状态相比于真空态比(基态, 平凡的, 没有振动的波面)能量高, 且具有有限的寿命, 具有稳定性。

Skyrme 最早提出了一种可能^[5]，即粒子是拓扑保护的(由整数拓扑数表征)，构型不能被连续改变，因此具有稳定性。这个模型的粒子称为 skyrmions，用于解释核物理中的强子。

在凝聚态物质中，类似的拓扑保护粒子存在于手性磁体中，即磁斯格明子。其是一种具有拓扑起源的类粒子纳米量级的自旋纹理，在多种磁性材料中发现，且寿命较长。

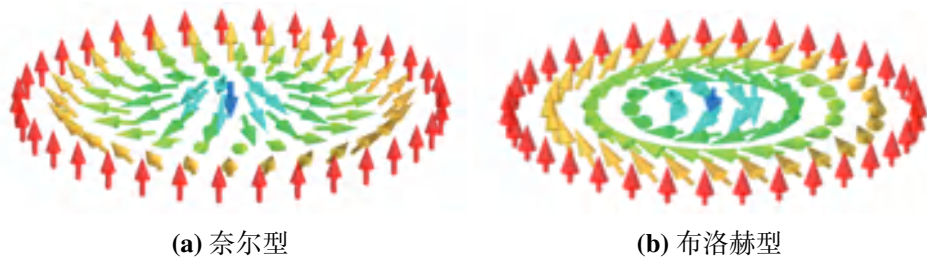


图 1: 两种典型的磁斯格明子^[6]

图1是两种典型的斯格明子，其拓扑数，即斯格明子数为

$$N_{sk} = \frac{1}{4\pi} \iint d^2\mathbf{r} \left[\mathbf{n} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial y} \right) \right] \quad (1)$$

其中 $\mathbf{n}$ 为自旋向量。

2.2 形成原因

磁斯格明子的形成有四种基本的相互作用。首先是由磁荷引起的长程偶极相互作用 (机制 1)，如具有垂直易轴各向异性的薄膜中，各向异性和偶极相互作用互相影响，偶极相互作用产生面内排斥，而各向异性倾向于垂直磁化，形成周期性的条纹，此时在外加磁场下会形成磁性气泡或斯格明子。产生的斯格明子尺寸为 $100\text{nm}-1\mu\text{m}$ 。

其次是 DM 相互作用 (机制 2)，它是一种特殊的自旋轨道相互作用，来自材料的非中心对称性，导致自旋的扭曲和旋转，从而在一些磁性材料中产生了特殊的磁性结构，并且可以通过改变外部条件（如温度、外部磁场等）来调控这些特殊磁性结构的形成和性质。产生的斯格明子尺寸为 $5-100\text{nm}$ 。

还有阻挫交换相互作用 (受限于晶体结构，导致交换相互作用无法满足相邻自旋的理想排列，机制 3) 和四自旋交换相互作用 (通常发生高阶效应，产生复杂的自旋结构，机制 4) 等都可以产生复杂的自旋结构。两者的斯格明子尺寸均与晶格常数近似，约为 1nm 。

各种相互作用产生的斯格明子尺寸大小代表着存储密度。

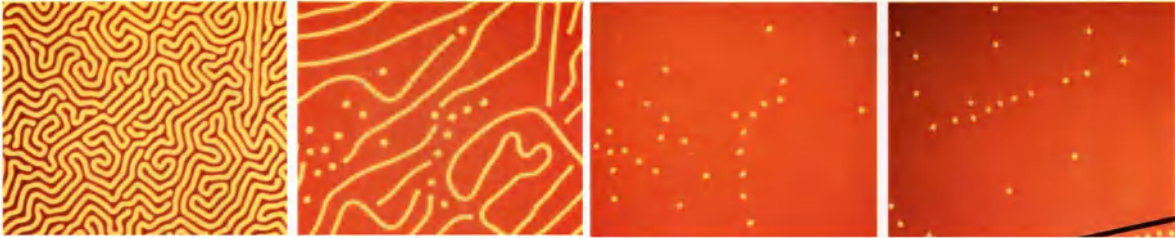


图 2: 磁泡的形成^[7]

3 拓扑性质

如前所述，磁斯格明子具有整数的拓扑保护，这里介绍一下它的拓扑性质。

3.1 斯格明子数 (The skyrmion number)

斯格明子的拓扑数为

$$N_{sk} = \frac{1}{4\pi} \iint d^2\mathbf{r} \left[\mathbf{n} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial y} \right) \right] \quad (2)$$

$\mathbf{n}$ 为自旋向量，为立体角的积分，可以理解为自旋矢量绕单位球转了多少圈。而自旋可以写为球坐标形式

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}) = (\cos \Phi(\phi) \sin \Theta(r), \sin \Phi(\phi) \sin \Theta(r), \cos \Theta(r)) \quad (3)$$

其中 $\mathbf{r} = (r \cos \phi, r \sin \phi)$ ，则

$$N_{sk} = \frac{1}{4\pi} [\cos \Theta(r)]_{r=0}^{r=\infty} [\Phi(\phi)]_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \quad (4)$$

假设自旋在 $r \rightarrow \infty$ 时向上，0 时向下，则

$$N_{sk} = m = \frac{1}{2\pi} [\Phi(\phi)]_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \quad (5)$$

即与涡度 m 相等。然而此时仍然存在一个相位自由度，可以定义为螺旋度 γ

$$\Phi(\phi) = m\phi + \gamma \quad (6)$$

从而可以区分不同的斯格明子结构。不同涡度和螺旋度的斯格明子如图3所示，色度表征水平方向，而黑色代表自旋向下，白色代表自旋向上。

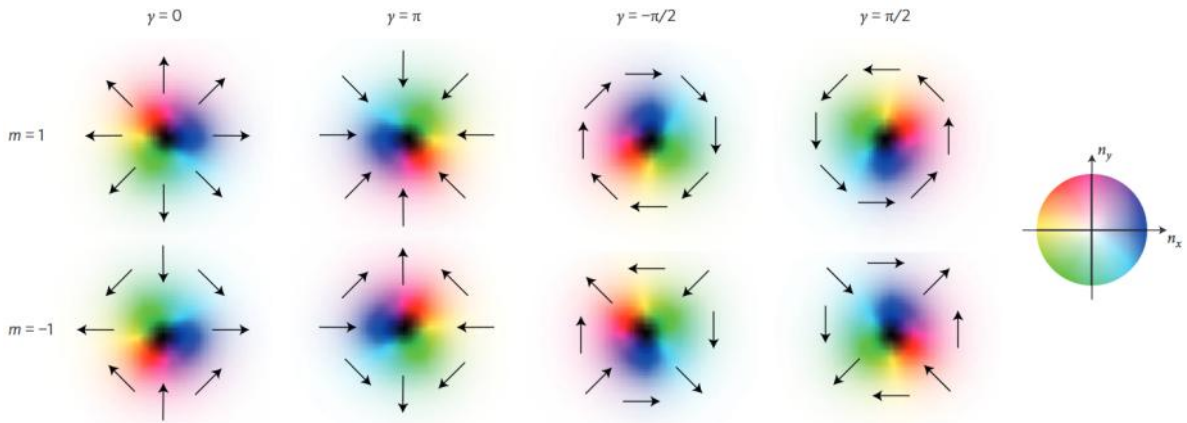


图 3: 不同的斯格明子结构^[8]

斯格明子的形成有四种形式，不同相互作用形成的斯格明子也有着不同的 m 和 γ 。机制 1 与磁荷密度有关

$$\rho_{mag} = \nabla \cdot \mathbf{n} = \cos [(m-1) + \gamma] \left(\frac{d\Theta}{dr} \cos \Theta + \frac{m}{r} \sin \Theta \right) \quad (7)$$

基态磁荷密度应当较小，使得形成能量较低，则

$$m = +1, \gamma = \pm\pi/2 \quad (8)$$

后者符号不定，赋予其螺旋自由度。机制 2 的哈密顿量

$$\begin{aligned} H_{DM} &= D\mathbf{n} \cdot (\mathbf{e}_z \times \nabla) \mathbf{n} \text{ or } = D\mathbf{n} \cdot (\nabla \times \mathbf{n}) \\ &= D \sin[(m-1) + \gamma] \left(\frac{d\Theta}{dr} + \frac{m}{2r} \sin 2\Theta \right) \end{aligned} \quad (9)$$

能量最低，则

$$m = +1, \gamma = \pm\pi/2 \quad (10)$$

γ 的正负取决于 D 的符号，由晶体结构决定。机制 3 与 4 的正反斯格明子没有区别，即

$$m = \pm 1, \gamma = \text{arbitrary value} \quad (11)$$

3.2 新兴电磁场 (Emergent electromagnetic field)

新兴电磁场理论可以用于描述自旋纹理和传导电子之间的相互作用，可以利用自旋波函数以及传导电子在不同点位之间的 hopping 导出。自旋波函数

$$|\chi(r)\rangle = \left(\cos \frac{\Theta(r)}{2}, e^{i\Phi(r)} \sin \frac{\Theta(r)}{2} \right)^T \quad (12)$$

考虑传导电子在 $\mathbf{r}$ 与 $\mathbf{r} + c\eta_\alpha$ 点位之间的 hopping (η_α 为 $\alpha(x, y, z)$ 方向的单位向量, c 为晶格常数), 矩阵元

$$t_\alpha(\mathbf{r}) = t \langle \chi(\mathbf{r}) | \chi(\mathbf{r} + c\eta_\alpha) \rangle \quad (13)$$

t 是传导电子的转移积分，上式为复数，可以写为

$$t_\alpha(\mathbf{r}) = |t_\alpha(\mathbf{r})| e^{ica_\alpha(\mathbf{r})} \quad (14)$$

相位类似于存在外部磁场的佩尔斯项，是晶体中电子在外加磁场下的输运行为中引入的额外相位项。则我们可以将 $a_\alpha(\mathbf{r})$ 视为外部有效电磁场的矢势，假设自旋构型是缓变的，即 c 为小量，则展开可得

$$a_\alpha(\mathbf{r}) = -i \langle \chi(\mathbf{r}) | \partial_\alpha \chi(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} (1 - \cos \Theta) \quad (15)$$

则可知，新兴磁场

$$b_z = \frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} = \frac{1}{2} \mathbf{n} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial y} \right) \quad (16)$$

则对比斯格明子数可知，总新型磁场磁通量为 $2\pi N_{sk}$ 。推广到三维可得^[9]

$$\begin{aligned} b_\alpha &= \frac{1}{2} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \mathbf{n} \cdot (\partial_\beta \mathbf{n} \times \partial_\gamma \mathbf{n}) \\ e_\alpha &= \mathbf{n} \cdot (\partial_\alpha \mathbf{n} \times \partial_t \mathbf{n}) \end{aligned} \quad (17)$$

如同 Maxwell 电磁场。可以写出其相互作用拉氏量

$$L_{int} = j_\mu a_\mu \quad (18)$$

其中 μ 为时空指标。

4 手性晶格磁体中的斯格明子

4.1 DM 相互作用

对立方非中心对称的磁体，可以出现非共线的自旋构型，此时非对称 DM 相互作用的哈密顿量^[9]

$$H = \int d\mathbf{r} \left[\frac{J}{2} (\nabla \mathbf{n})^2 + D \mathbf{n} \cdot (\nabla \times \mathbf{n}) - \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \right] \quad (19)$$

$\mathbf{B}$ 为磁场强度， J 为铁磁相互作用， D 为 DM 相互作用常数。在磁场为 0 时，其基态为螺旋态

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_1 \cos(\mathbf{Q} \cdot \mathbf{r} + \phi) \pm \mathbf{e}_2 \sin(\mathbf{Q} \cdot \mathbf{r} + \phi) \quad (20)$$

其波矢 $\mathbf{Q}$ 大小为 $|D|/J$ ，符号由 D 决定，垂直于自旋平面。若对不同点位的易轴方向不同，则其会形成非共线的自旋构型。

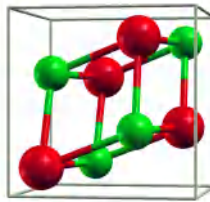


图 4: B20 型化合物晶体结构^[10]

如 B20 型结构的 MnSi，已经观测到存在 skyrmion lattice/crystal(SkL/SkX) 相，SkL

态由锥形态以上的热涨落稳定，可以视作三重 $\mathbf{q}$ 态，即

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}) \approx \mathbf{n}_{uniform} + \sum_{i=1}^3 \mathbf{n}_{\mathbf{Q}_i}(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}_i) \quad (21)$$

由均匀磁化的塞曼效应以及三个 $\mathbf{q}$ 矢量自旋构成，三个 $\mathbf{q}$ 均垂直于外磁场方向，且彼此呈 120° 角，满足

$$\sum_{i=1}^3 \mathbf{Q}_i = 0 \quad (22)$$

4.2 块状材料

这这里以块状的 MnSi 为例，图5即为其实验的研究结果。

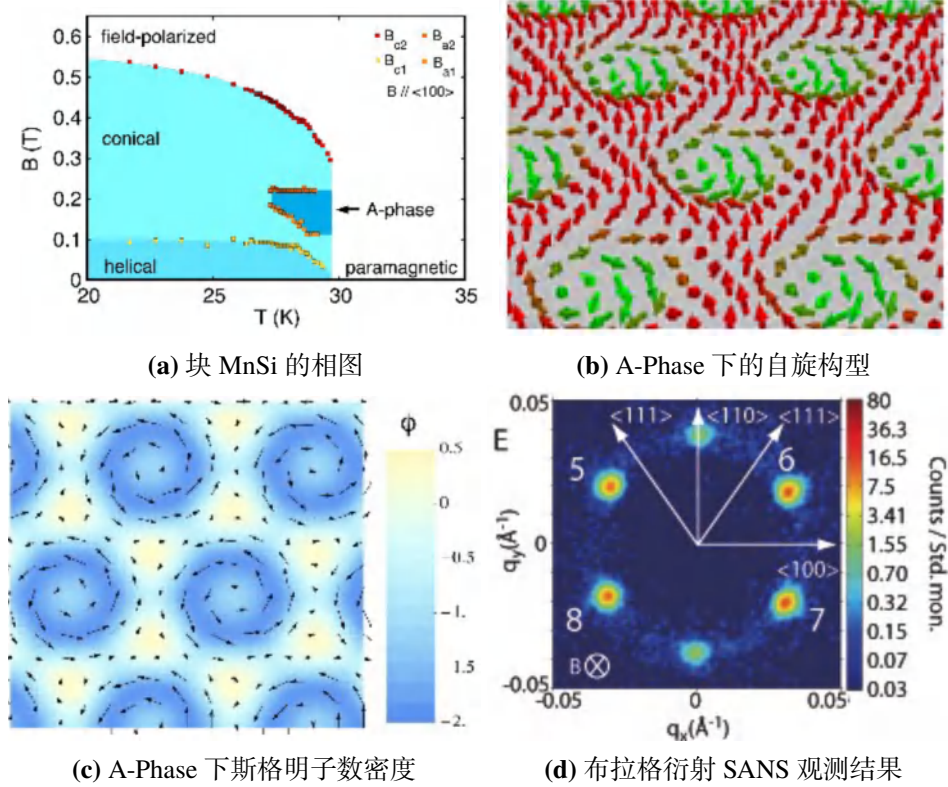


图 5: MnSi 的实验研究结果^[11]

左上角图即为其相图，可以看到锥形区域的较高温度下，形成了 SkL 相。此时自旋构型如右上角所示，左下角为斯格明子数密度以及垂直于观测面的自旋分量，可以得到其涡度为 1，螺旋度为 $\pi/2$ ，而斯格明子数是-1，这是由于中心自旋分量向上导致的。

右下角即为利用小角度中子散射 (small-angle neutron scattering) 进行 Bragg 衍射的倒空间结果，这种三角晶格或者说六角晶格的倒空间即为六角晶格，可以看到实验结果呈现出完美的六角晶格的格点。

4.3 实空间观测

除了倒空间探测倒格矢，斯格明子的实空间探测技术也有很多种，比较典型的是扫描探针显微镜，如磁力显微镜、自旋极化扫描隧道显微镜等。

一种比较重要的方式是洛伦兹透射电子显微镜 (LTEM, Lorentz - Transmission Electron Microscope)，利用面内 M 产生的磁场 B ，对入射电子产生洛伦兹力，从而显示出欠聚焦和过聚焦的干涉图样，通过分析光强传输方程的方法可以观测到面内的 M 分布，其观测示意图如图6所示

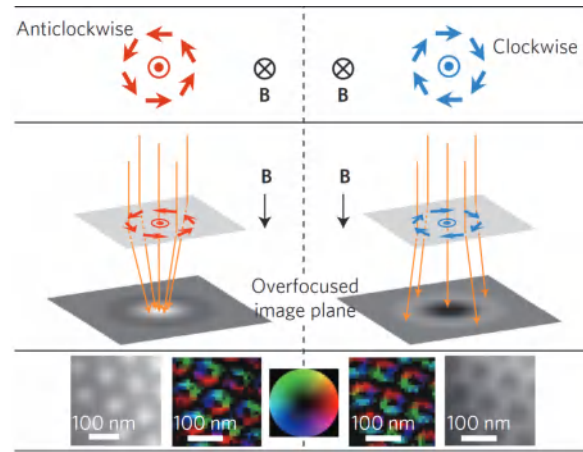


图 6: LTEM 观测示意图^[12]

其可对样品厚度小于 100nm，几个 nm 的斯格明子观测。

如具有 B20 手性晶体结构的 $\text{Fe}_{0.5}\text{Co}_{0.5}\text{Si}$ 薄膜，观测到两种拓扑自旋纹理：

- 1、无磁场时，低于磁转变温度（40K）下，呈螺旋自旋结构条纹分布，周期为 $\lambda = 90\text{nm}$ ；
- 2、施加 50mT 垂直磁场，出现二维 SKL，呈三角（六角）晶格。

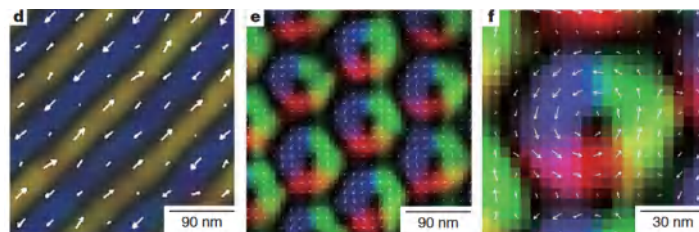


图 7: 铁钴硅实验观测结果^[13]

斯格明子晶格的晶格常数与条纹周期即为等边三角形的边长和高的关系。可以看到不同位置的斯格明子颜色 (即螺旋度) 是相同的, 说明 DM 相互作用符号是相同的, 手性域十分均匀。而对不同手性的磁畴, 螺旋度可以反转。

注意虽然垂直方向的磁矩 LTEM 无法读取, 但可以通过外加磁场方向设定。

4.4 薄膜材料

LTEM 观测的样品一般即为薄膜材料, 这里介绍两个例子。

1、MnSi:

与块状材料相比, 薄膜材料的 SkL 相扩大到了更广泛的区域, 即使在最低温度下, 在中间量级的磁场下仍能存在 SkL 相。

2、FeGe:

随着薄膜厚度的减小, SkL 相相对于螺旋相更加稳定。这可能是由于自旋不能沿着磁场方向螺旋, 或者薄膜厚度变小时, 磁各向异性发生了变化。

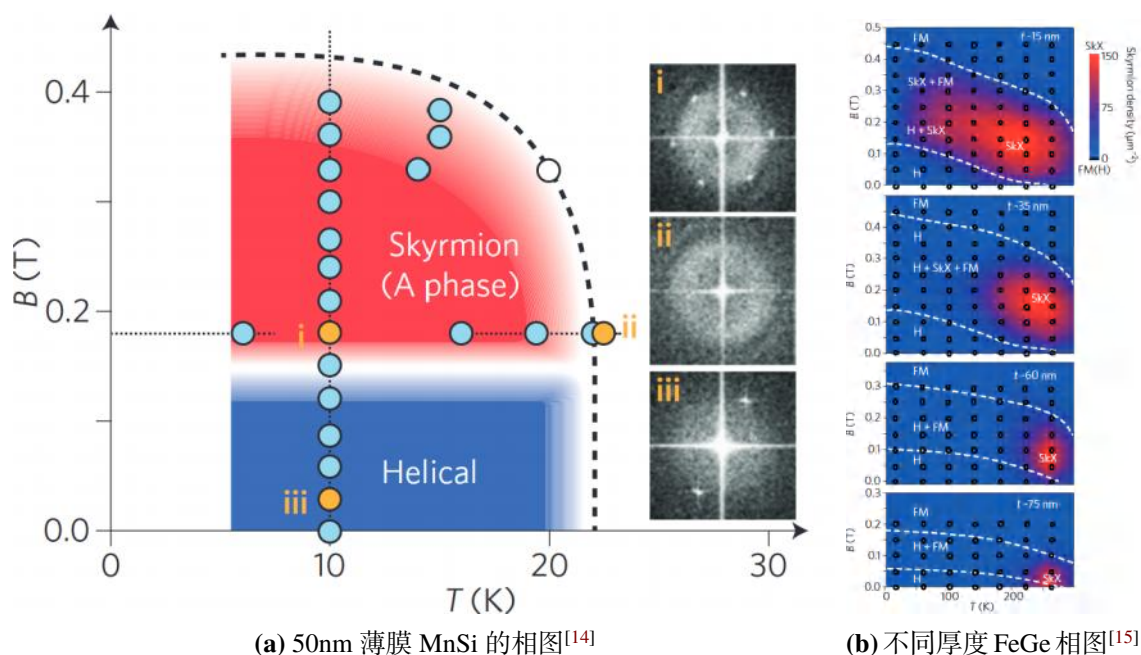


图 8: 薄膜材料中的磁斯格明子

5 不同磁性体系的斯格明子

下面介绍一下不同磁性体系的斯格明子。

5.1 空间群 $P2_13$ 螺旋磁体

之前介绍的高对称手性结构的螺旋磁体，在外加磁场或者以薄膜形式存在时，均可能产生斯格明子，各种材料如图9所示。

Material		T_N (K)	λ (nm)	Reference
MnSi	Bulk	30	18	23
	Epitaxial thin film	45	8.5	51
$Mn_{1-x}Fe_xSi$	$x = 0.06$	16.5	12.5	25
	$x = 0.08$	10.6	11	25
	$x = 0.10$	6.8	10	25
$Fe_{1-x}Co_xSi$	$x = 0.10$	11	43	29,33
	$x = 0.5$	36	90	29,33
	$x = 0.6$	24	174	29,33
	$x = 0.7$	7	230	29,33
MnGe	$T = 20$ K	170	3	50
	$T = 100$ K	-	3.4	50
	$T = 150$ K	-	5.5	50
$Mn_{1-x}Fe_xGe$	$x = 0.35$	150	4.7	38
	$x = 0.5$	185	14.5	38
	$x = 0.7$	210	77	38
	$x = 0.84$	220	220	38
FeGe	Bulk	278	70	34
Cu_2OSeO_3	Bulk	59	62	76
	Thinned plate	-	50	86

图 9: 一些螺旋磁体的转变温度和螺旋周期^[8]

如 B20 型晶体结构, 具有 $P213$ 空间群。而对于具有相同空间群的铜氧硒酸 (Cu_2OSeO_3), 尽管其为绝缘材料, 没有传导电子, 仍然能够在一个较小的 T-B 区间内产生斯格明子。这是由于四个不等价的铜离子相互影响, 与 DM 相互作用竞争产生的。

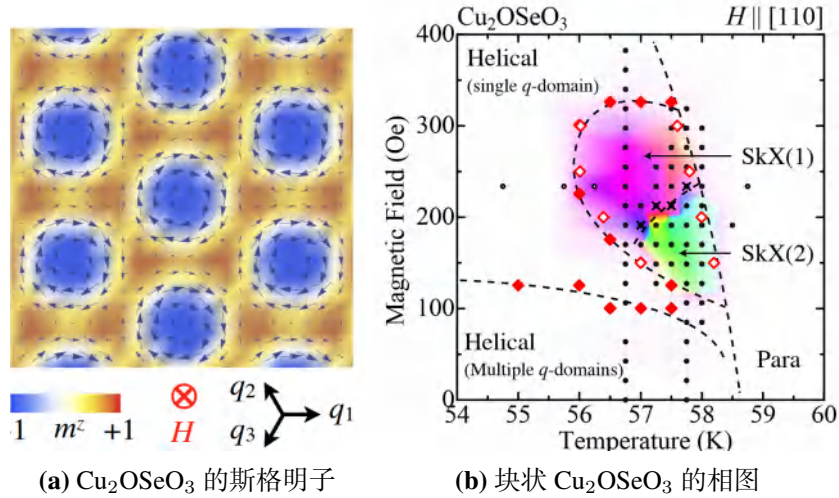


图 10: Cu_2OSeO_3 中的斯格明子及相图^[16]

5.2 薄膜中心对称磁体

不仅螺旋磁体中 DM 相互作用会产生斯格明子，薄膜的中心对称磁体也会出现。此时偶极相互作用和单轴磁各向异性相互影响。

当面外的磁各向异性超过某临界值，则会在低场观测到条纹相，由于海森堡系统的磁各向异性的高阶项作用，会产生丰富的磁性气泡。

如钽 (铁钪镁氧化物) 薄膜 (简称 BFSO)，厚度约 50nm，通过钪掺杂控制 (减弱) 磁各向异性，在室温零场下观测到高度无序的螺旋纹理；施加法相磁场时出现螺旋度随机的斯格明子。

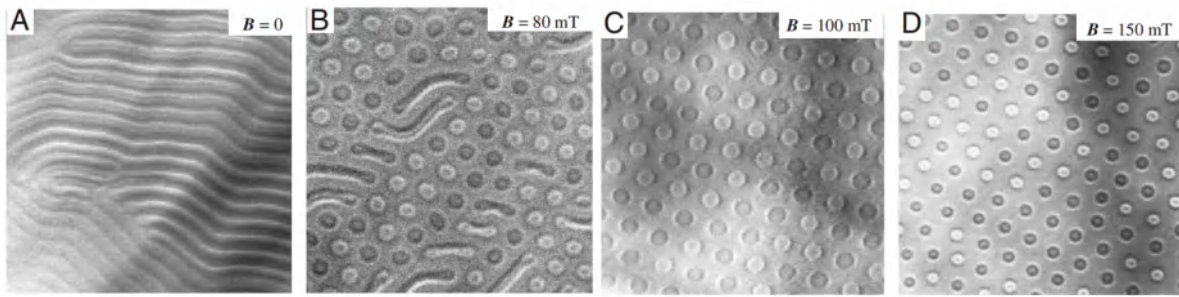


图 11: $\text{Ba}(\text{Fe}_{1-x-0.05}\text{Sc}_x\text{Mg}_{0.05})_2\text{O}_{19}$ ($x=0.16$) 中的条纹相及 SkL 相^[17]

此时磁场强度会改变斯格明子大小，与手性晶格的 DM 相互作用产生的斯格明子大小几乎与磁场无关相反。

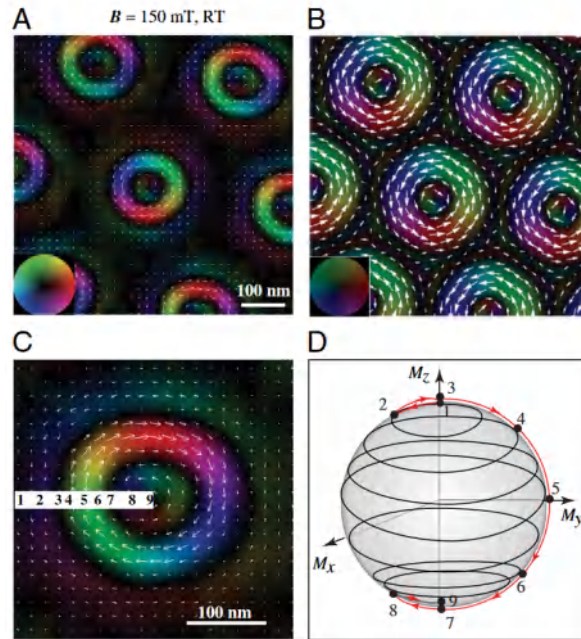


图 12: BFSO 中的斯格明子及单位球的映射^[17]

上侧为斯格明子观测图，包含了实验和理论，将某个斯格明子映射到单位球上，可以发现 $\mathbf{m}$ 仅环绕球一次，说明斯格明子数为 1。

在四自旋相互作用体系和阻挫相互作用体系下，也会产生稳定的斯格明子，这里不再进行介绍。

6 斯格明子相关的拓扑现象——拓扑霍尔效应

斯格明子会产生丰富的拓扑现象，如自旋电子相互作用产生的拓扑霍尔效应和由运动产生电磁感应而诱导的斯格明子霍尔效应。

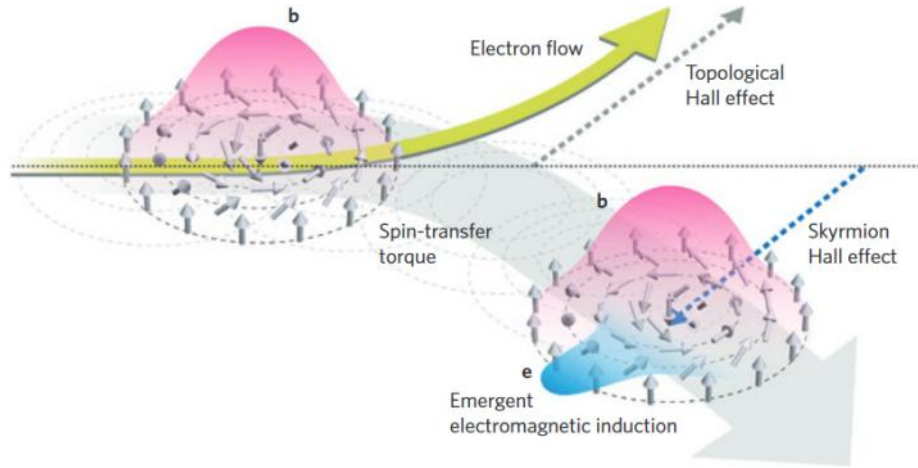


图 13: 一些斯格明子拓扑现象^[8]

如前所述，自旋纹理与传到电子的耦合会产生 EEMF，会产生自旋转移力矩，联合运动方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_r f - e [(\mathbf{E} + \mathbf{e}) + \mathbf{v} \times (\mathbf{B} + \mathbf{b})] \cdot \nabla_k f &= -\frac{1}{\tau}(f - f_0) \\ \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} + (\mathbf{j} \cdot \nabla) \mathbf{n} &= -\mathbf{n} \times \frac{\delta H_s}{\delta \mathbf{n}} + \mathbf{n} \times \left[\alpha_G \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} + \beta (\mathbf{j} \cdot \nabla) \mathbf{n} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

为弛豫时间近似下的玻尔兹曼方程和 Landau-Lifshitz-Gilbert 方程，其中 H_s 为自旋哈密顿量， α_s 为 Gilbert 阻尼常数， β 代表了非绝热效应。上式的 Lorentz 力会导致霍尔效应， $\mathbf{b}$ 产生的称为拓扑霍尔效应 (THE)。

在 SkL 相中，每个斯格明子周期性排列产生几乎均匀的新兴磁场

$$\langle b_z \rangle = \frac{\sqrt{3}\phi_0}{2\lambda^2} \quad (24)$$

其中 $\phi_0 = h/e a_s = 2\lambda/\sqrt{3}$ 为三角晶格的晶格常数。

霍尔电阻率一般可以表示为

$$\rho_H = \rho_H^N + \rho_H^A + \rho_H^T = R_0 B + S_A \rho_{xx}^2 M + \rho_H^T \quad (25)$$

分别为经典项、反常项和拓项目。在没有 THE 下，霍尔电阻的依赖可以用常规项进行拟合，因此可以利用观测值减去常规值估算 THE 的强度。

如 MnSi 薄膜，左侧即为实验测量结果和常规拟合结果，利用 ρ_H^T 可以很好地区分 SkL 相；在 $T=25\text{K}$ 下，其 ρ_H^T 最大约为 $8\text{n}\Omega\text{cm}$ 。

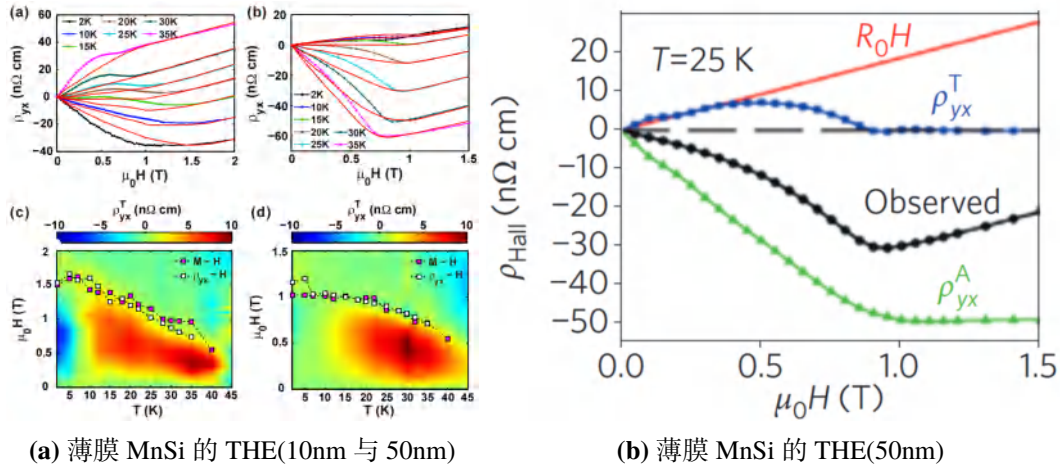


图 14: 薄膜 MnSi 的 THE^[18]

同样这里给出了 MnGe 的例子，其螺线间距较小，随温度从 3nm 变化到 6nm，说明除了铁磁交换作用和 DM 相互作用的竞争外，可能存在磁各向异性。

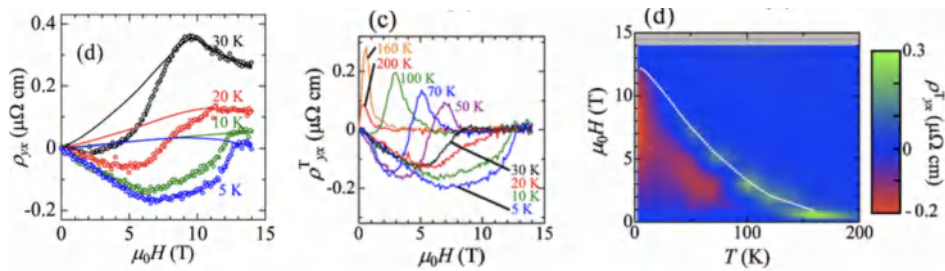


图 15: MnGe 块中的 THE 观测^[19]

实验结果发现 THE 在高温时为正，即新兴磁场的作用导致的，而在低温时，可能是由于 Skyrmion 密度变大，其 THE 可以增强外磁场作用，因此观测到负值。

斯格明子霍尔效应在后面的电磁感应部分进行描述。

7 斯格明子动力学

与其他纳米磁性结构相比，斯格明子真正的优势在于其独特的动力学。

实验上发现，超低电流密度即可推动斯格明子晶体运动，比铁磁体中磁畴运动所需电流密度小 5/6 个数量级。

7.1 运动电磁感应

斯格明子运动时，则会诱导出新兴电场

$$\nabla \times \mathbf{e} = -\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} \quad (26)$$

或者 $\mathbf{e} = \mathbf{v}_d \times \mathbf{b}$ ， $\mathbf{v}_d$ 为斯格明子的漂移速度，是电流的函数。在临界电流 j_c 以下，漂移速度为 0，并在 $j > j_c$ 时逐渐增长，此时诱导出的电场会产生与 THE 相反方向的霍尔效应。斯格明子的质心运动方程

$$M_s \frac{d\mathbf{v}_d}{dt} + \mathbf{G} \times (\mathbf{j} - \mathbf{v}_d) + \kappa (\alpha_G \mathbf{v}_d - \beta \mathbf{j}) = -\nabla U \quad (27)$$

其中 $\mathbf{v}_d = (\dot{X}, \dot{Y})$ 为质心的运动速度， M_s 为斯格明子质量 (来自于斯格明子运动的形变)，在缓变时可忽略； κ 为无量纲常数； $\mathbf{G} = 4\pi N_{sk} \mathbf{e}_z$ 为旋磁耦合矢量； U 是由于边界效应、磁场以及掺杂产生的钉扎势。

此方程导出了斯格明子霍尔效应，在 Gilbert 阻尼项 α_G 和非绝热效应 β 存在时，忽略两者内部的高阶时，会产生一个垂直于 $\mathbf{j}$ 的速度 $v_\perp = (\alpha_G - \beta) j$ 。

图16为 MnSi 中现象的观测，表明了斯格明子出现的阈值区间，传导电流的出现会减小横向电阻率，这与 THE 是相反的。

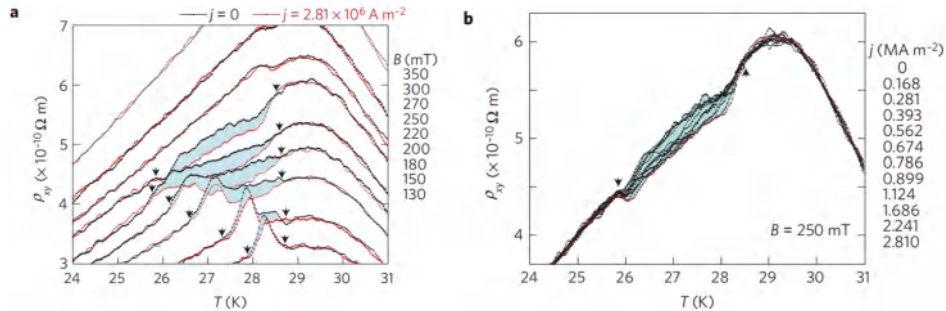


图 16: MnSi 中斯格明子运动对霍尔效应的影响^[20]

图17为 B=250mT 下的观测图，可以看到在 SkL 相可以出现的电流区间内，随传导电流增加，其横向电阻下降，即斯格明子霍尔效应。

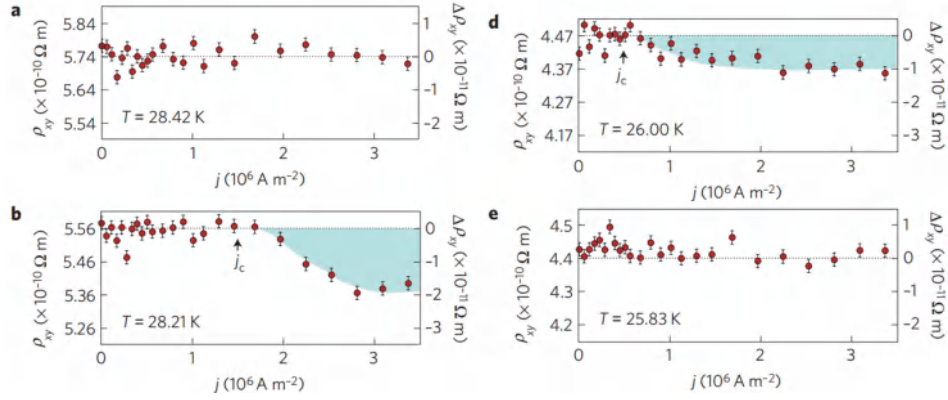


图 17: 250mT 下 MnSi 中 ρ_{xy} 随传导电流的变化^[20]

7.2 集体模式

在 Cu_2OSeO_3 的研究中，利用磁共振研究了斯格明子的集体模式，材料相图如图18所示。这里定义三种斯格明子模式，分别为逆时针、顺时针和呼吸模式。

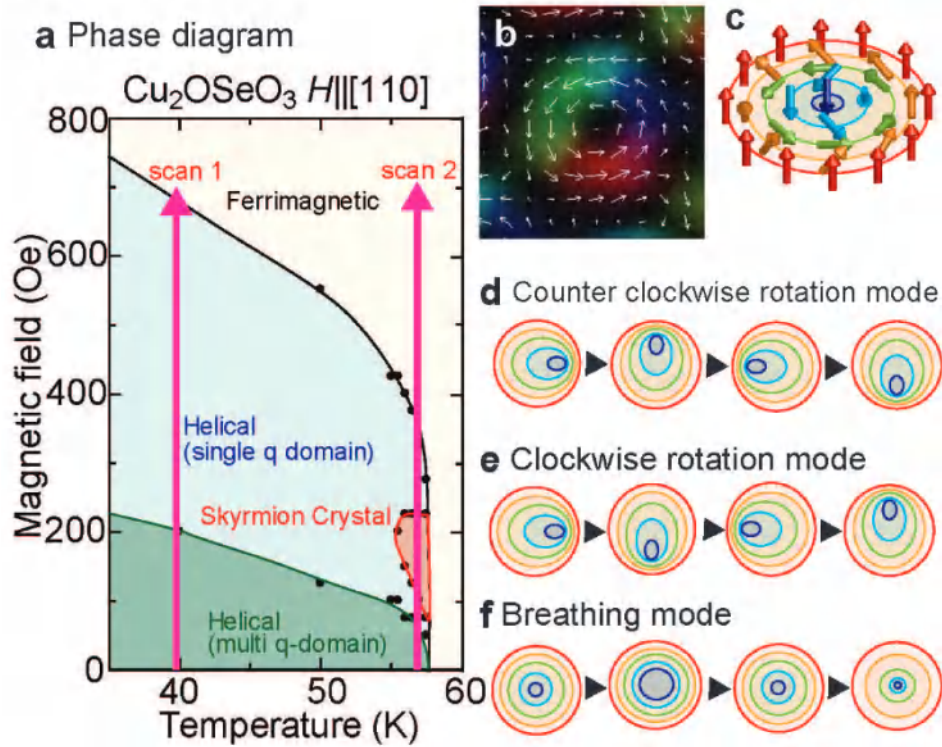


图 18: Cu_2OSeO_3 相图及斯格明子模式^[21]

图19为 Scan2 列的微波吸收光谱扫描结果，当施加交流磁场与直流场垂直时，前两者被激发，其共振峰基本出现在 1GHz，并不同于锥形和铁磁态的磁共振。而在交流场与直流场平行时，此时呼吸模式产生，但并未产生共振。

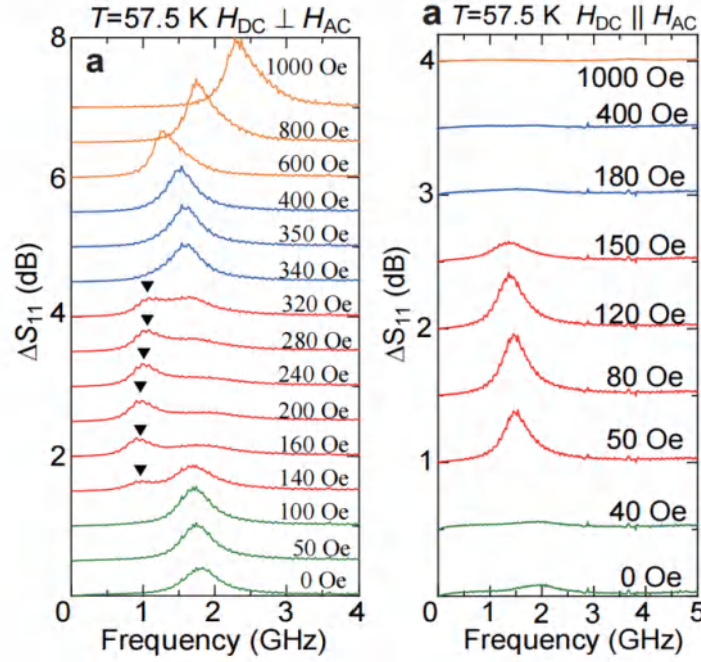


图 19: 交直流磁场垂直或平行测量结果^[21]

7.3 外参量对运动的影响

斯格明子磁畴壁的运动方程 (假设稳态运动, 忽略了 M_s)

$$\alpha_G \dot{X} = \beta j_x - \partial_X U \quad (28)$$

与斯格明子运动方程相比, 磁畴的 b_z 为 0, 因此不会出现 X 与 Y 的耦合。由 $\alpha_G, \beta \ll 1$, 此时钉扎效应相对于斯格明子增强了。在没有钉扎势的情况下, 有 $\dot{X} = \beta/\alpha_G j_x$, 而 $\beta = 0$ 时, 当 j_x 小于临界值, 则不会产生运动, 称为内禀钉扎。

对斯格明子, 钉扎力的唯象表达式

$$\mathbf{F}_{pin} = -4\pi M_s f(v_d/v_{pin})(\mathbf{v}_d/v_d) \quad (29)$$

其中 f 为标度函数, v_{pin} 是表征钉扎力强度的速度。

图20的论文研究了由于易轴各向异性引起的杂质钉扎效应存在的情况下, DM 相互作用模型中的螺旋态和 SkL 态的电流驱动运动。由图20a所示, 发现 SkL 态中的斯格明子运动几乎独立于各个参量, 与螺旋态形成鲜明对比, 而磁畴与螺旋态的运动近似一样。

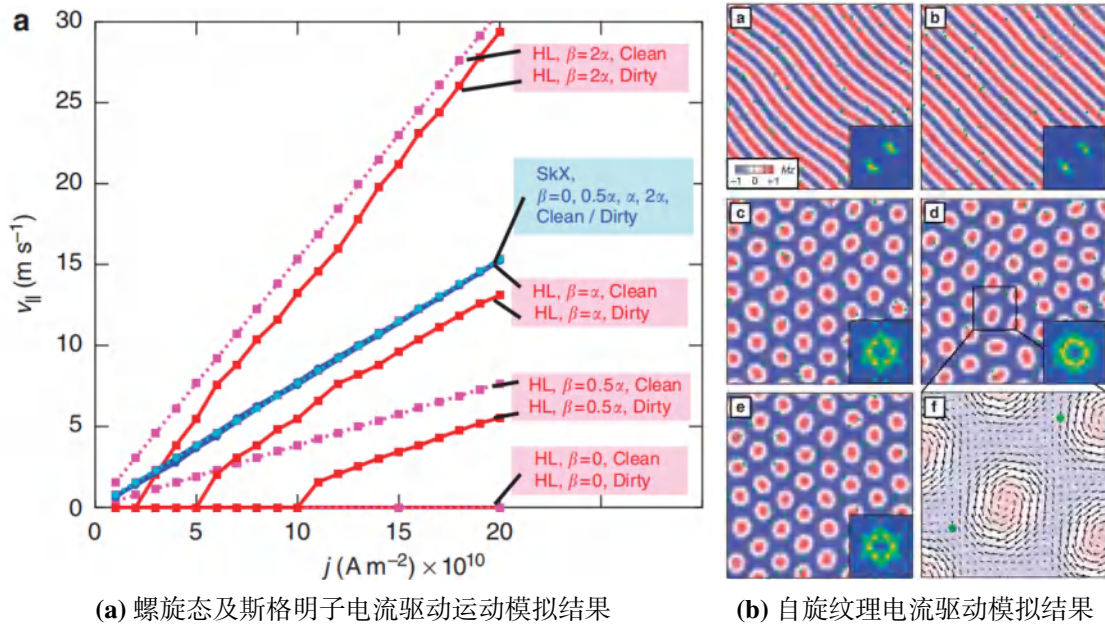


图 20: 电流驱动模拟结果^[22]

斯格明子临界电流的降低归因于晶体和单个斯格明子的形变，从而对杂质势不敏感，如图20b所示。

这种较低的临界电流可以为存储器件提供低能耗的操作，因为能量成本与操作电流应当是正相关的。

在有限几何空间中的斯格明子运动也是一个研究的重点，图21是在有无凹口的条形样品中斯格明子的运动。

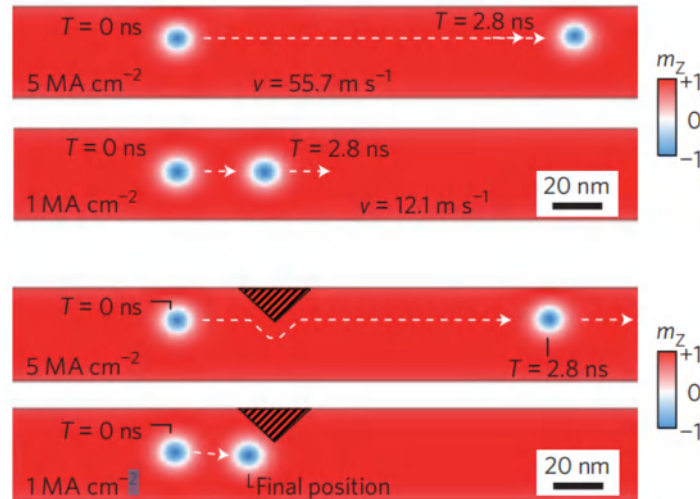


图 21: 有无凹口结构样品中的斯格明子运动^[23]

7.4 单斯格明子的运动

我们介绍过斯格明子质心满足的运动方程，即蒂勒方程，马格努斯力、耗散力和钉扎力三项相互作用。

研究室温下的单斯格明子是十分困难的，因为个斯格明子在热力学平衡相中较难分离，需要选择亚稳态材料，而钴锌锰这种材料具有丰富的相，其螺旋相分布较广，增加磁场时就有可能产生斯格明子。

分离出单个斯格明子后，施加水平方向电流，并观察斯格明子的运动，实验及理论结果如图22所示。

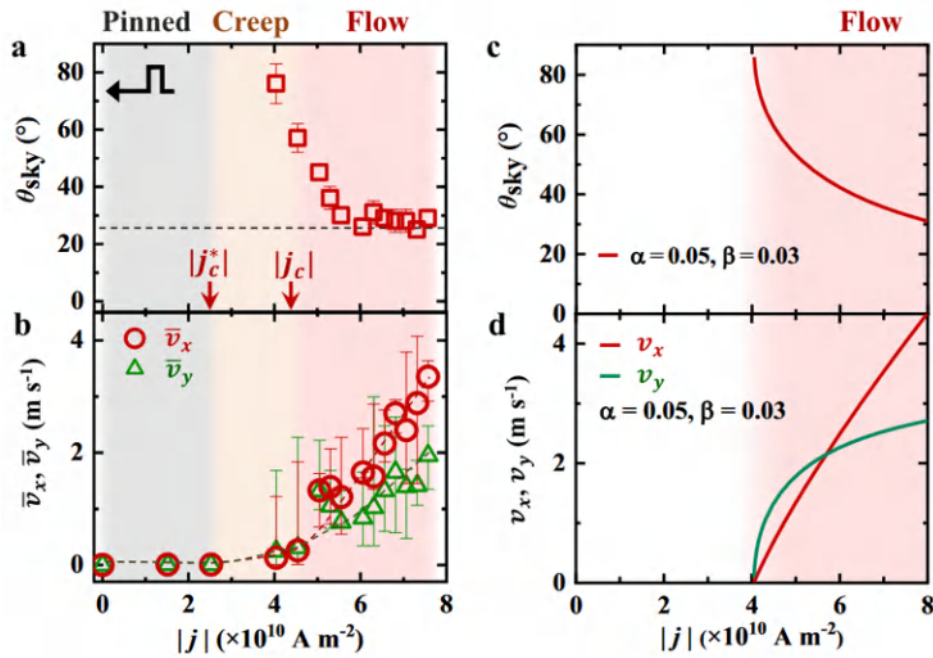


图 22: 单斯格明子的运动区间^[24]

实验中发现电流低于第一临界电流 j_{c1} 时，斯格明子不运动，可能是由于钉扎势导致的，即右边左图灰色区域。

当电流大于第一临界电流，但小于第二临界电流 j_{c2} 时，斯格明子呈现出较小平均速度的蠕动运动 (0.24m/s)，且此时 v_y 大于 v_x ，此时其具有较大的霍尔角。

当电流继续增大，斯格明子会表现出线性的流运动。即随着电流的增加，斯格明子由较缓慢的蠕动运动转变为流运动，霍尔角单调减小最终饱和在 26° 。

最右侧图是理论公式得到的结果，可以看到于实验 LTEM 观测的结果基本一致。在电流逐渐减小时，由于钉扎效应的影响，斯格明子速度迅速减小，而霍尔角则迅速增大。

8 单斯格明子的运动仿真

本人在闲暇时做了一些有关论文的 Mumax3 仿真，得到了与论文一致的结果，观测到了磁斯格明子明显的霍尔运动。

```
1 setgridsize(256, 64, 1)
2 setcellsize(1e-9, 1e-9, 1e-9)
3 setpbc(4, 0, 0)
4 Msat = 580e3
5 Aex = 15e-12
6 Dind = 3.0e-3
7 Ku1 = 0.8e6
8 AnisU = vector(0, 0, 1)
9 alpha = 0.1
10 m = BlochSkyrmion(1, -1).scale(1, 1, 1)
11 relax()
12 J = vector(-1e12, 0, 0)
13 autosave(m, 4e-10)
14 tableAutosave(1e-11)
15 tableAdd(ext_bubblepos)
16 Run(10e-9)
```

以上是 Mumax3 中的代码块，设置了一些参数比如 DM 相互作用参数、Landau-Lifshitz 阻尼常数 α 等，并利用内置函数放置了一个布洛赫型斯格明子，它的中心自旋向下。

运行步骤是先在 0 电流进行初始化，使得斯格明子达到稳态，然后加向左的电流，并开始运行，其结果如图23

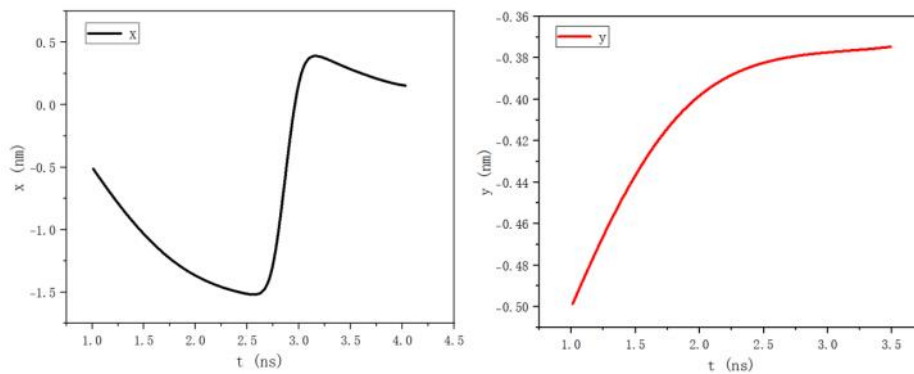


图 23: 单斯格明子运动仿真结果

可以发现斯格明子沿着电流方向反向运动，并且垂直电流方向发生了霍尔运动，即

为右侧所示，这里 x 方向为周期边界条件，而 y 方向边界条件设置了一个磁畴壁，会进行消磁，从而减弱霍尔效应，因此斯格明子速度逐渐降低，最终被磁畴壁湮灭。

在论文^[24]中的结果如图24所示。

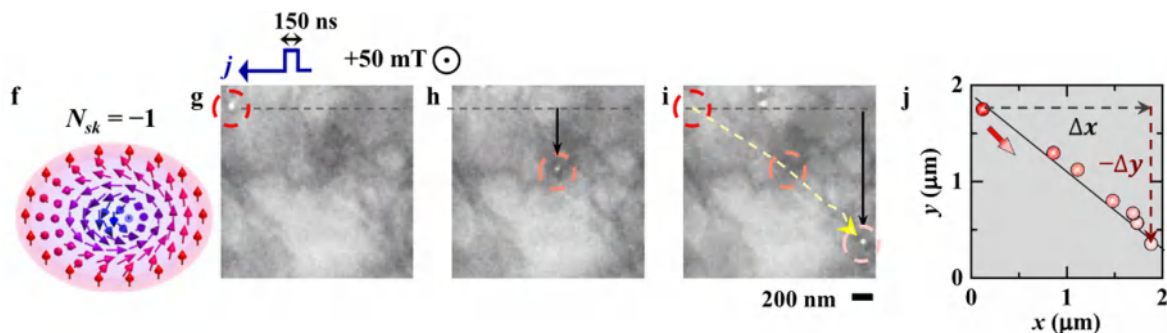


图 24: 单斯格明子运动实验结果^[24]

仿真结果中，斯格明子向右下角运动，与实验中观测一致，说明我们利用模拟得到了较为真实的结果。

9 总结

本文系统地介绍了凝聚态体系中磁斯格明子的各种性质。总的来讲，斯格明子是在某些磁体中观察到的拓扑稳定粒子，具有奇特的动力学性质。

由于斯格明子包含较多的自旋，因此热涨落和量子涨落较小，有利于存储器的应用。目前仍有许多有趣而重要的问题有待解决，如产生和湮灭过程，包括 hopfion 环和 skyrmion 袋在内的复合结构的形成^[25]、螺旋度的反转、可能的三维斯格明子结构、以及电流下的非平衡现象等。

从应用的角度来看，样品的纳米级制备是一个重要的步骤，随着对斯格明子基本物理的基本理解，斯格明子逻辑电路的设计和演示也是一个重要的步骤。

磁斯格明子还有很多待以研究的问题，目前关于其的研究仍旧如火如荼。

10 个人理解

在固体物理讨论班中，我学习到了许多知识，也扩展了自身的学术视野。

1、课内知识

在课内知识方面，我不仅重新对磁性以及超导等基础理论进行了更深层次的理解，比如一直没有真正学习过的 BCS 理论，还有一些磁性的相关理论。BCS 理论是解释超导现象的关键理论之一，它描述了电子在低温下由于电声相互作用形成库珀对，从而导致零电阻的现象，通过老师的讲解和课后阅读，我对 BCS 理论的数学推导和物理

意义有了更加清晰的认识。此外，我还深入学习了磁性的不同形式，包括铁磁性、反铁磁性等，这些理论为理解材料的磁性行为提供了基础。课内学习不仅加深了我对这些理论的理解，也帮助我更好地掌握了其在实际材料中的应用。

同时，我还对之前学习过的比如超导体性质、二维电子气等知识进行了回顾，加深印象。超导体的零电阻性和迈斯纳效应是其显著特点，且可以利用其与磁场的响应分为 I 类和 II 类超导体；而二维电子气在半导体异质结构中的形成和行为则是现代电子器件研究的重要基础。这些知识点在课程中再次被详细讨论，使我对它们的物理本质和应用前景有了更深的认知，我相信这些知识对我之后从事凝聚态领域的研究有所帮助。

2、课程调研

在课程调研方面，从我自身出发，我不仅了解了磁斯格明子体系是什么，还对前沿领域的研究有了一定的认识。磁斯格明子是一种具有拓扑保护的自旋纹理，具有独特的稳定性和纳米量级的特性，使其在自旋电子学和信息存储方面具有潜在的应用价值。以本文为例，从斯格明子是什么，到斯格明子的产生，再到各种体系下的观测以及最后的相关性质，几乎涵盖了磁斯格明子研究体系的所有前沿内容，拓宽了我的学术视野。

具体来说，斯格明子是一种在磁性材料中出现的自旋结构，它可以通过不同的方法产生，如利用外加磁场、界面效应或电流注入等。在不同体系中的观测方法也多种多样，包括通过磁力显微镜（MFM）、洛伦兹透射电子显微镜（LTEM）等手段。斯格明子的相关性质，如斯格明子霍尔效应、自旋转移力矩和斯格明子动力学等，都展示了其在实际应用中的潜力。通过对这些前沿研究的学习，我不仅了解了当前磁斯格明子研究的热点问题，还认识到这一领域的广阔前景，甚至在之后，我也可能从事相关方向的研究。

可以说课程调研不仅让我收获了知识，拓展了视野，还激发了我对相关领域的兴趣和一些思考。比如，是否可以找到与场论中对应的更多的拓扑稳定的自旋纹理？在产生疑惑后，我进行了相关的调研，发现还有许多更为新奇的拓扑结构，比如斯格明子袋和 Hopfion 环等，这两种结构都是把多个斯格明子包围起来，产生一个二维口袋或三维环，十分新奇。实际上我们可能可以发现更多拓扑对应的准粒子，这些拓扑结构不仅在理论上具有重要意义，而且在实际应用中也可能带来新的突破。

3、相关仿真

在此调研基础之上，我也从网上了解到 Mumax3 软件可以进行一些相关的微磁学仿真，并且初步复现了一篇论文中的结果，即斯格明子霍尔效应。Mumax3 是一款专门用于微磁学研究的仿真软件，它能够高效地求解描述磁性材料动力学的朗道-利夫希兹-吉尔伯特（LLG）方程。利用 Mumax3 进行仿真，可以直观地观察到斯格明子在不同条件下的行为，并验证理论模型的正确性。

在使用 Mumax3 进行仿真时，我学习了如何设置不同的初始条件和参数，例如材料参数 DM 相互作用强度 (面、块)、吉尔伯特系数等，并利用龙格-库塔方法进行数值求解。通过这些操作，我成功复现了论文中的斯格明子霍尔效应，发现斯格明子在外加电流作用下运动会发生横向偏移，表现出霍尔效应的特征。这不仅验证了理论的正确性，也加深了我对斯格明子动力学行为的理解。软件的使用过程让我感受到理论与实际结合的重要性，也为我今后的研究工作提供了宝贵的经验。

4、课上讨论

在课程中，除了自身的调研思考，通过其他同学的汇报，我也了解到了许多前沿问题。比如各类超导体的首次发现、制备过程以及相关性质等，对超导体有着更深入的理解；以及磁性和二维电子体系，不仅对一些基本构架进行了认识，还扩展了一些新奇的学术方向，比如维格纳塞斯晶格等，都是之前从未了解过的领域。

首先，对于超导体，同学们详细介绍了各类超导体的相关研究，从较为广泛的铜基、铁基，到刚刚发现的镍基超导，甚至还有新奇的界面超导，这些技术在材料科学中有着广泛应用前景和研究价值。通过这些汇报，我了解到不同类型超导体的关键参数如临界温度、临界磁场等对实际应用的影响，这使我更全面地理解了超导体在磁悬浮等相关领域的应用潜力。

在磁性和二维电子体系方面，同学们的汇报也让我受益匪浅。我不仅对基本构架进行了认识，还拓展了一些新奇的学术方向，如维格纳晶格等。维格纳晶格是一种由于电子之间相互排斥作用在低密度条件下形成的有序电子晶格结构，这在低维度系统中尤为显著，对于理解低维电子系统中的电子相关效应具有重要意义。此外，关于磁性的研究，汇报中提到了许多新奇的磁体以及自旋电子学等的最新进展。

通过课程中的汇报和讨论，我不仅了解了当前学术前沿研究的热点问题，还对领域的相关应用有了一定的认知。

5、个人总结

可以说，这次固体物理讨论班不仅在理论知识上让我受益匪浅，还通过调研、汇报和讨论的途径极大地拓宽了我的学术视野，提升了科研素养，为未来的研究工作提供了宝贵的思路 and 方向。

参考文献

- [1] SLONCZEWSKI J C. Current-driven excitation of magnetic multilayers[J]. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 1996, 159(1-2): L1-L7.
- [2] BERGER L. Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current [J]. Physical Review B, 1996, 54(13): 9353.

- [3] BARNES S, MAEKAWA S. Current-spin coupling for ferromagnetic domain walls in fine wires[J]. Physical review letters, 2005, 95(10): 107204.
- [4] PARKIN S S, HAYASHI M, THOMAS L. Magnetic domain-wall racetrack memory [J]. science, 2008, 320(5873): 190-194.
- [5] SKYRME T H R. A unified field theory of mesons and baryons[J]. Nuclear Physics, 1962, 31: 556-569.
- [6] FERT A, REYREN N, CROS V. Magnetic skyrmions: advances in physics and potential applications[J]. Nature Reviews Materials, 2017, 2(7): 1-15.
- [7] BOBECK A H, SCOVIL H. Magnetic bubbles[J]. Scientific American, 1971, 224(6): 78-91.
- [8] NAGAOSA N, TOKURA Y. Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions[J]. Nature nanotechnology, 2013, 8(12): 899-911.
- [9] NAGAOSA N, YU X, TOKURA Y. Gauge fields in real and momentum spaces in magnets: monopoles and skyrmions[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2012, 370(1981): 5806-5819.
- [10] PSHENAY-SEVERIN D A, BURKOV A T. Electronic structure of B20 (FeSi-type) transition-metal monosilicides[J]. Materials, 2019, 12(17): 2710.
- [11] MÜHLBAUER S, BINZ B, JONIETZ F, et al. Skyrmion lattice in a chiral magnet[J]. Science, 2009, 323(5916): 915-919.
- [12] SHIBATA K, YU X, HARA T, et al. Towards control of the size and helicity of skyrmions in helimagnetic alloys by spin–orbit coupling[J]. Nature nanotechnology, 2013, 8(10): 723-728.
- [13] YU X, ONOSE Y, KANAZAWA N, et al. Real-space observation of a two-dimensional skyrmion crystal[J]. Nature, 2010, 465(7300): 901-904.
- [14] TONOMURA A, YU X, YANAGISAWA K, et al. Real-space observation of skyrmion lattice in helimagnet MnSi thin samples[J]. Nano letters, 2012, 12(3): 1673-1677.
- [15] YU X, KANAZAWA N, ONOSE Y, et al. Near room-temperature formation of a skyrmion crystal in thin-films of the helimagnet FeGe[J]. Nature materials, 2011, 10(2): 106-109.
- [16] SEKI S, KIM J H, INOSOV D, et al. Formation and rotation of skyrmion crystal in the chiral-lattice insulator Cu_2OSeO_3 [J]. Physical Review B, 2012, 85(22): 220406.

- [17] YU X, MOSTOVOY M, TOKUNAGA Y, et al. Magnetic stripes and skyrmions with helicity reversals[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 2012, 109(23): 8856-8860.
- [18] LI Y, KANAZAWA N, YU X, et al. Robust formation of skyrmions and topological Hall effect anomaly in epitaxial thin films of MnSi[J]. Physical review letters, 2013, 110(11): 117202.
- [19] KANAZAWA N, ONOSE Y, ARIMA T, et al. Large topological Hall effect in a short-period helimagnet MnGe[J]. Physical review letters, 2011, 106(15): 156603.
- [20] SCHULZ T, RITZ R, BAUER A, et al. Emergent electrodynamics of skyrmions in a chiral magnet[J]. Nature Physics, 2012, 8(4): 301-304.
- [21] ONOSE Y, OKAMURA Y, SEKI S, et al. Observation of magnetic excitations of skyrmion crystal in a helimagnetic insulator Cu_2OSeO_3 [J]. Physical review letters, 2012, 109(3): 037603.
- [22] IWASAKI J, MOCHIZUKI M, NAGAOSA N. Universal current-velocity relation of skyrmion motion in chiral magnets[J]. Nature communications, 2013, 4(1): 1463.
- [23] FERT A, CROS V, SAMPAIO J. Skyrmions on the track[J]. Nature nanotechnology, 2013, 8(3): 152-156.
- [24] PENG L, KARUBE K, TAGUCHI Y, et al. Dynamic transition of current-driven single-skyrmion motion in a room-temperature chiral-lattice magnet[J]. Nature communications, 2021, 12(1): 6797.
- [25] ZHENG F, KISELEV N S, RYBAKOV F N, et al. Hopfion rings in a cubic chiral magnet[J]. Nature, 2023, 623: 718-723.