



报告人: 路尚润 组员: 何子宇、洪炫、董涤非

2024年5月20日





·什么是磁斯格明子



Skyrme最早提出了一种可能^[1],即粒子是拓扑保护的(由整数拓扑数表征),构型不能被连续改变,因此具有稳定性。这个模型的粒子称为skyrmions,用于解释核物理中的强子。 在凝聚态物质中,类似的拓扑保护粒子存在于手性磁体中,即磁斯格明子。其是一种具有拓扑起源的类粒子纳 米量级的自旋纹理,在多种磁性材料中发现,且寿命较长。

a Néel-type skyrmion

b Bloch-type skyrmion





The skyrmion number:

$$N_{sk} = \frac{1}{4\pi} \iint d^2 \mathbf{r} \left[\mathbf{n} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial y} \right) \right]$$

n为自旋向量



·磁斯格明子的形成



「①由磁荷引起的长程磁偶极相互作用(尺寸: 100nm-1μm) (在具有垂直易轴的各向异性薄膜中,偶极相互作用产生面内排斥,而各向异性倾向于垂直磁化)

②相对论Dzyaloshinskii-Moriya (DM)相互作用(尺寸: 5-100nm) (一种特殊的自旋-轨道相互作用,来自材料的非中心对称性)

③阻挫交换相互作用(尺寸:晶格常数~1nm) (受限于晶体结构,导致交换相互作用无法满足相邻自旋的理想排列)

④四自旋交换相互作用(尺寸: 晶格常数~1nm) (通常发生在高阶效应,产生复杂的自旋结构)



磁泡的形成[3]



磁斯格明子[4]



·拓扑性质

(1)斯格明子数(The skyrmion number)

 $N_{sk} = \frac{1}{4\pi} \iint d^2 \mathbf{r} \left[\mathbf{n} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial y} \right) \right]$

n为自旋向量,为立体角的积分,可以理解为自旋矢量 绕单位球转了多少圈。自旋可以写为球坐标形式 $n(r) = (\cos \Phi(\phi) \sin \Theta(r), \sin \Phi(\phi) \sin \Theta(r), \cos \Theta(r))$ 其中 $r = (r \cos \phi, r \sin \phi)$,则

$$N_{sk} = \frac{1}{4\pi} [\cos \Theta(r)]_{r=0}^{r=\infty} [\Phi(\phi)]_{\phi=0}^{\phi=2\pi}$$
假设自旋在 $r \to \infty$ 时向上,0时向下,则

$$N_{sk} = m = \frac{1}{2\pi} [\Phi(\phi)]_{\phi=0}^{\phi=2\pi}$$

即与涡度m相等。

利用相位定义螺旋度γ
 Φ(φ) = mφ + γ
 从而可以区分不同的斯格明子结构。
 利用明暗区分垂直分量,自代表向上、黑代表向下。



不同的斯格明子结构[4]



·拓扑性质

机制①与磁荷密度有关

$$H_{DM} = D\mathbf{n} \cdot (\mathbf{e}_{z} \times \nabla)\mathbf{n} \text{ or } = D\mathbf{n} \cdot (\nabla \times \mathbf{n})$$
$$= D \sin[(m-1) + \gamma] \left(\frac{d\Theta}{dr} + \frac{m}{2r} \sin 2\Theta\right)$$

能量最低,则

 $m = +1, \gamma = \pm \pi/2$ γ 的正负取决于D的符号,由晶体结构决定。 机制③与④的正反斯格明子没有区别,即 $m = \pm 1, \gamma = \text{arbitrary value}$ (2)新兴电磁场(Emergent electromagnetic field) 可以用自旋方向表示的EEMF表示自旋纹理和传导电子 之间的相互作用。自旋波函数

$$|\chi(r)\rangle = \left(\cos\frac{\Theta(r)}{2}, e^{i\Phi(r)}\sin\frac{\Theta(r)}{2}\right)^T$$

考虑传导电子在 \mathbf{r} 与 $\mathbf{r} + c \eta_{\alpha}$ 点位之间的hopping(η_{α} 为 $\alpha(x, y, z)$ 方向的单位向量, c为晶格常数), 矩阵元 $t_{\alpha}(\mathbf{r}) = t\langle \chi(\mathbf{r}) | \chi(\mathbf{r} + c \eta_{\alpha}) \rangle$

t是传导电子的转移积分,上式为复数,可以写为

 $t_{\alpha}(\mathbf{r}) = |t_{\alpha}(\mathbf{r})|e^{\mathrm{i}ca_{\alpha}(\mathbf{r})}$

相位类似于存在外部磁场的佩尔斯项,是晶体中电子 在外加磁场下的输运行为中引入的额外相位项。



·拓扑性质

则我们可以将 $a_{\alpha}(\mathbf{r})$ 视为外部有效电磁场的矢势,假设自旋构型是缓变的,即c为小量,则展开可得

$$a_{\alpha}(\mathbf{r}) = -i\langle \chi(\mathbf{r}) | \partial_{\alpha} \chi(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} (1 - \cos \Theta)$$

则可知,新兴磁场

The skyrmion number

$$b_z = \frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} = \frac{1}{2} \mathbf{n} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial y} \right) \iff N_{sk} = \frac{1}{4\pi} \iint d^2 \mathbf{r} \left[\mathbf{n} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial y} \right) \right]$$

则对比斯格明子数可知,总新型磁场磁通量为2πN_{sk}。推广到三维可得^[5]

$$b_{\alpha} = \frac{1}{2} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \mathbf{n} \cdot (\partial_{\beta} \mathbf{n} \times \partial_{\gamma} \mathbf{n})$$
$$e_{\alpha} = \mathbf{n} \cdot (\partial_{\alpha} \mathbf{n} \times \partial_{t} \mathbf{n})$$

如同Maxwell电磁场。可以写出其相互作用拉氏量

$$L_{int} = j_{\mu}a_{\mu}$$

其中μ为时空指标。



·手性晶格磁体中的斯格明子——DM相互作用

对立方非中心对称的磁体,可以出现非共线的自旋构型,此时反对称DM相互作用的哈密顿量^[5]

$$H = \int \mathrm{dr} \left[\frac{J}{2} (\nabla \mathbf{n})^2 + D\mathbf{n} \cdot (\nabla \times \mathbf{n}) - \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \right]$$

B为磁场强度,J为铁磁相互作用,D为DM相互作用常数。在磁场为0时,其基态为螺旋态

 $\mathbf{n}(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_1 \cos(\mathbf{Q} \cdot \mathbf{r} + \phi) \pm \mathbf{e}_2 \sin(\mathbf{Q} \cdot \mathbf{r} + \phi)$



B20型化合物晶体结构^[6]

其波矢Q大小为|D|/J,符号由D决定,垂直于自旋平面。若对不同点位的易轴方向不同,则其会形成非共线的自 旋构型,如B20型结构的MnSi,已经观测到存在skyrmion lattice/crystal(SkL/SkX)相,SkL态由锥形态以上的热涨 落稳定,可以视作三重q态,即

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}) \approx \mathbf{n}_{uniform} + \sum_{i=1}^{3} \mathbf{n}_{\mathbf{Q}_{i}}(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}_{i})$$

由均匀磁化的塞曼效应以及三个q矢量自旋构成,三个q均垂直于外磁场方向,且彼此呈120°角,满足
 $\sum_{i=1}^{3} \mathbf{Q}_{i} = 0$

2



·手性晶格磁体中的斯格明子——块状材料



A-Phase下斯格明子数密度^[7] [7] Science323, 915-919 (2009).

[8] arXiv:2404.01401(2024).







·手性晶格磁体中的斯格明子——实空间观测

实空间观测技术:扫描探针显微镜,如磁力显微镜、自旋极化扫描隧道显微镜等。

洛伦兹透射电子显微镜(LTEM),利用面内M产生的磁场B,对入射电子产生洛伦兹力,从而显示出欠聚焦和过聚 焦的干涉图样,通过分析光强传输方程的方法可以观测到面内的M分布,可对样品厚度小于100nm,几个nm的斯 格明子观测。如具有B20手性晶体结构的Fe_{0.5}Co_{0.5}Si薄膜,观测到两种拓扑自旋纹理: ①无磁场时,低于磁转变温度(~40K)下,呈螺旋自旋结构条纹分布,周期为λ=90nm; ②施加50mT垂直磁场,出现二维SkL,呈三角(六角)晶格。



晶格常数为条纹周期λ的2/√3倍

螺旋度反映了DM相互作用的符 号,说明其晶格结构手性域的均 匀性,对不同手性的磁畴,螺旋 性可以反转

垂直方向的磁矩LTEM无法读取, 但可以通过外加磁场方向设定



·手性晶格磁体中的斯格明子——薄膜材料

①MnSi:

与块状材料相比,薄膜材料的SkL相扩大 到了更广泛的区域,即使在最低温度下, 在中间量级的磁场下仍能存在SkL相。

2)FeGe:

随着薄膜厚度的减小,SkL相相对于螺旋 相更加稳定。

这可能是由于自旋不能沿着磁场方向螺旋, 或者薄膜厚度变小时,磁各向异性发生了 变化。





[7] Science323, 915-919 (2009).
[10] Nano Lett. 12, 1673–1677 (2012).
[11] Nature Mater. 10, 106–109 (2011).



·不同磁性体系中的斯格明子——空间群P2₁3螺旋磁体

具有高对称性和手性结构的螺旋磁体在增加外磁场或为薄膜形式时, 均可能出现斯格明子,如B20型(空间群P2₁3)。具有相同空间群的绝缘 螺旋磁体Cu₂OSeO₃也能产生斯格明子,尽管没有传导电子。



Cu₂OSeO₃的斯格明子^[12]

[4] Nature Nanotech 8, 899–911 (2013). [12] Phys. Rev. B 85, 220406 (2012).



块状Cu2OSeO3的相图[12]

Table 1 | List of transition temperatures (T_N) and helical periods (λ) of helimagnets.

Material		T _N (K)	λ (nm)	Reference
MnSi	Bulk	30	18	23
	Epitaxial thin film	45	8.5	51
Mn _{1-x} Fe _x Si	x=0.06	16.5	12.5	25
	x=0.08	10.6	11	25
	x=0.10	6.8	10	25
Fe _{1-x} Co _x Si	x = 0.10	11	43	29,33
	x=0.5	36	90	29,33
	x=0.6	24	174	29,33
	x=0.7	7	230	29,33
MnGe	T = 20 K	170	3	50
	T=100 K	-	3.4	50
	T=150 K	-	5.5	50
Mn _{1-x} Fe _x Ge	x=0.35	150	4.7	38
	x=0.5	185	14.5	38
	x=0.7	210	77	38
	x=0.84	220	220	38
FeGe	Bulk	278	70	34
Cu ₂ OSeO ₃	Bulk	59	62	76
	Thinned plate	-	50	86

一些螺旋磁体的转变温度和螺旋周期[4]

12



·不同磁性体系中的斯格明子——薄膜中心对称磁体

薄膜的中心对称磁体也会 出现。此时偶极相互作用 和单轴磁各向异性相互作 用,如磁斯格明子的形成 部分所述。

当面外的磁各向异性超过 某临界值,则会在低场观 测到条纹相,由于海森堡 系统的磁各向异性的高阶 项作用,会产生丰富的磁 性气泡。



 $Ba(Fe_{1-x-0.05}Sc_xMg_{0.05})_{12}O_{19}(x=0.16)$ 中的条纹相及SkL相^[13]

BFSO中的斯格明子及单位球的映射^[13]



Electron flow

electromagnetic induction

pin-transfe

一些斯格明子拓扑现象[4]

·斯格明子相关的拓扑现象——拓扑霍尔效应

如前所述,自旋纹理与传到电子的耦合会产生EEMF,会产生自旋转移力矩,联合运动方程

$$\frac{f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_r f - e[(\mathbf{E} + \mathbf{e}) + \mathbf{v} \times (\mathbf{B} + \mathbf{b})] \cdot \nabla_k f = -\frac{1}{\tau} (f - f_0)$$
$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} + (\mathbf{j} \cdot \nabla)\mathbf{n} = -\mathbf{n} \times \frac{\delta H_s}{\delta \mathbf{n}} + \mathbf{n} \times \left[\alpha_G \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} + \beta(\mathbf{j} \cdot \nabla)\mathbf{n}\right]$$

为弛豫时间近似下的玻尔兹曼方程和Laudau-Lifshitz-Gilbert方程,其中 H_s 为自旋哈密顿量, α_s 为Gilbert阻尼常数, β 代表了非绝热效应。上式的Lorentz力会导致霍尔效应,**b**产生的称为拓扑霍尔效应(THE)。

在SkL相中,每个斯格明子周期性排列产生几乎均匀的新兴磁场

$$\langle b_z \rangle = \frac{\sqrt{3}\phi_0}{2\lambda^2}$$

其中 $\phi_0 = h/e$, $a_s = 2\lambda/\sqrt{3}$ 为三角晶格的晶格常数。 霍尔电阻率一般可以表示为

$$\rho_H = \rho_H^N + \rho_H^A + \rho_H^T = R_0 B + S_A \rho_{xx}^2 M + \rho_H^T$$

分别为经典项、反常项和拓扑项。

[4] Nature Nanotech 8, 899–911 (2013).

Topologica Hall effect



·斯格明子相关的拓扑现象——拓扑霍尔效应

如MnSi薄膜, 25K时 ρ_H^T 约为8n Ω cm, 与块状的值相当或略大; 利用 ρ_H^T 可以很好地估计出SkL相的区域。



[14] Phys. Rev. Lett. 110, 117202 (2013). [15] Phys. Rev. Lett. 106, 156603 (2011).



·斯格明子的动力学——运动电磁感应

实验上发现,超低电流密度即可推动斯格明子晶体运动,比铁磁体中磁畴运动所需电流密度小5/6个数量级。 斯格明子运动时,则会诱导出新兴电场

$$7 \times \mathbf{e} = -\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t}$$

或者 $e = v_d \times b$, v_d 为斯格明子的漂移速度,是电流的函数。在临界电流 j_c 以下,漂移速度为0,并在 $j > j_c$ 时逐渐增长,此时诱导出的电场会产生与THE相反方向的霍尔效应。





·斯格明子的动力学——运动电磁感应

斯格明子的质心运动方程

$$M_{s}\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_{\mathbf{d}}}{\mathrm{d}t} + \mathbf{G} \times (\mathbf{j} - \mathbf{v}_{\mathbf{d}}) + \kappa(\alpha_{G}\mathbf{v}_{\mathbf{d}} - \beta\mathbf{j}) = -\nabla U$$

其中 $\mathbf{v}_{d} = (\dot{\mathbf{X}}, \dot{\mathbf{Y}})$ 为质心的运动速度, M_{s} 为斯格明子质量(来自于斯格明子运动的形变),在缓变时可忽略; κ 为无量纲 常数; $\mathbf{G} = 4\pi N_{sk} \mathbf{e}_{z}$ 为旋磁耦合矢量; U是由于边界效应、磁场以及掺杂产生的钉扎势。此方程导出了斯格明子霍尔 效应,在Gilbert阻尼项 α_{G} 和非绝热效应 β 存在时,忽略两者内部的高阶时,会产生一个垂直于**j**的速度 $v_{\perp} = (\alpha_{G} - \beta)\mathbf{j}$ 。









·斯格明子的动力学——外参量对运动的影响

斯格明子磁畴壁的运动方程(假设稳态运动,忽略了*M_s*)

 $\alpha_G \dot{X} = \beta j_x - \partial_X U$

与斯格明子运动方程相比,磁畴的 b_z 为0,因此不会出现X与Y的耦合。由 α_G , $\beta \ll 1$,此时钉扎效应相对于斯格明子增强了。 在没有钉扎势的情况下,有 $\dot{X} = \beta/\alpha_G j_X$,而 β =0时,当 j_x 小于临界值,则不会产生运动,称为内禀钉扎。

对斯格明子,钉扎力的唯象表达式

 $\mathbf{F}_{pin} = -4\pi M_s f(v_d/v_{pin})(\mathbf{v}_d/v_d)$ 其中f为标度函数, v_{pin} 是表征钉扎力强 度的速度。









报告人: 路尚润 组员: 何子宇、洪炫、董涤非

2024年5月20日









• References

[1] Skyrme, T. H. R. A unified field theory of mesons and baryons. Nucl. Phys. 31, 556–569 (1962).

[2] Fert, A., Reyren, N. & Cros, V. Magnetic skyrmions: advances in physics and potential applications. Nat Rev Mater 2, 17031 (2017).

[3] Bobeck, A. H., Scovil, H. E. D. MAGNETIC BUBBLES. Scientific American, 224(6), 78–91. (1971).

[4] Nagaosa, N., Tokura, Y. Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions. Nature Nanotech 8, 899–911 (2013).

[5] Nagaosa, N., Yu, X. Z. & Tokura, Y. Gauge fields in real and momentum spaces in magnets: monopoles and skyrmions. Phil. Trans. R. Soc. A 370, 5806–5819 (2012).

[6] Pshenay-Severin DA, Burkov AT. Electronic Structure of B20 (FeSi-Type) Transition-Metal Monosilicides. Materials. 12(17):2710. (2019).

[7] S. Mühlbauer et al. ,Skyrmion Lattice in a Chiral Magnet.Science323,915-919(2009).

[8] Raz Rivlis, Andrei Zadorozhnyi, Yuri Dahnovsky. Giant and negative magnetoresistances in conical magnets. arXiv:2404.01401(2024).

[9] Yu, X. Z. et al. Real-space observation of a two-dimensional skyrmion crystal. Nature 465, 901–904 (2010).

[10] Tonomura, A. et al. Real-space observation of skyrmion lattice in helimagnet MnSi thin samples. Nano Lett. 12, 1673–1677 (2012).

[11] Yu, X. Z. et al. Near room-temperature formation of a skyrmion crystal in thin-films of the helimagnet FeGe. Nature Mater. 10, 106–109 (2011).

[12] Seki, S. et al. Formation and rotation of skyrmion crystal in the chiral-lattice insulator Cu2OSeO3. Phys. Rev. B 85, 220406 (2012).

[13] M. Vogel, B. Zimmermann, J. Wild, F. Schwarzhuber, C. Mewes, T. Mewes, J. Zweck, C. H. Back, Driving a magnetic texture by magnon currents. Physical Review B, 107, 10, (2023).

[14] Yufan Li, Y. et al. Robust formation of skyrmions and topological Hall effect anomaly in epitaxial thin films of MnSi. Phys. Rev. Lett. 110, 117202 (2013).

[15] Kanazawa, N. et al. Large topological Hall effect in a short-period helimagnet MnGe. Phys. Rev. Lett. 106, 156603 (2011).

[16] Schulz, T. et al. Emergent electrodynamics of skyrmions in a chiral magnet. Nature Phys. 8, 301–304 (2012).

[17] Onose, Y., Okamura, Y., Seki, S., Ishiwata, S. & Tokura, Y. Observation of magnetic excitations of skyrmion crystal in a helimagnetic insulator Cu2OSeO3. Phys. Rev. Lett. 109, 037603 (2012).

[18] Iwasaki, J., Mochizuki, M. & Nagaosa, N. Universal current-velocity relation of skyrmion motion in chiral magnets. Nat Commun 4, 1463 (2013).
[19] Fert, A., Cros, V. & Sampaio, J. Skyrmions on the track. Nature Nanotech. 8, 152–156 (2013).